УДК 69.05

NP-РАЗРЕШИМАЯ ЗАДАЧА КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА, РЕКОНСТРУКЦИИ И РЕМОНТА ОБЪЕКТОВ

NP SOLVABLE TASK OF SCHEDULING OF CONSTRUCTION, RECONSTRUCTION AND REPAIR OF OBJECTS

В.Я. МИЩЕНКО, М.Г. ДОБРОСОЦКИХ
V.YA. MISHCHENKO, M.G. DOBROSOTSKIKH

(Воронежский государственный архитектурно-строительный университет)
(Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering)
E-mail: rector@vgasu.vrn.ru

Проанализированы пределы применимости эвристических, ускоренных и предельно ускоренных алгоритмов оптимизации календарных планов строительного производства. Показана принципиальная сводимость задачи календарного планирования к NP-разрешимой форме. В модели независимых параметров системы "строительный объект + ресурсы" определена верхняя оценка сложности задачи календарного планирования. Показано, что в этой модели задача не является NP-разрешимой. Сформулирован метод получения NP-разрешимых алгоритмов оптимизации календарных планов, основанный на кластеризации системы. Для не полностью кластеризуемых систем сформулирован NP-разрешимый алгоритм, основанный на уменьшении размерности задачи. Определен алгоритм уменьшения размерности за счет учета пространственно-технологических взаимосвязей. Показано, что учет этих взаимосвязей позволяет значительно расширить область применимости методов полной оптимизации задачи календарного планирования строительного производства при кластеризации системы лишь по периодам реализации проекта.

Limits of applicability heuristic, accelerated and extremely accelerated algorithms of optimization of planned schedules of construction production are analyzed. Basic reducibility of the task of calendar planning to the NP solvable form is shown. In model of independent parameters of system "construction object + resources" the upper assessment of complexity of the task of scheduling is defined. It is shown that in this model the task isn't NP solvable. The method of receiving NP solvable algorithms of optimization of planned schedules based on clusterings of system is formulated. For incompletely clasterized of systems the NP solvable algorithm based on reduction of dimensionality of the task is formulated. The algorithm of reduction of dimensionality at the expense of the account spatially-technological correlations is defined. It is shown that the accounting of these correlations allows to broaden considerably area of applicability of methods of complete optimization of the task of scheduling of construction production in case of a clustering of system only on the project implementation periods.

Ключевые слова: строительство, календарный план, оптимизация, NP-разрешимость, эвристический алгоритм, кластеризация.

Keywords: construction, planned schedule, optimization, NP solubility, heuristic algorithm, clustering.

Современное строительство является одним из наиболее ярких примеров коллективного труда, характеризующегося рядом особенностей, делающих задачу его оптимизации особенно важной и актуальной. Во-первых, строительное производство отличается весьма высокой стоимостью, вследствие чего даже незначительная относительная экономия приводит к высокому абсолютному эффекту. Кроме того, полный жизненный цикл инвестиционно-строительного проекта характеризуется высокой длительностью, что приводит к необходимости учета как сезонных, так и динамично меняющихся социально-экономических факторов. Строительное производство нуждается в организации, планировании и управлении, в частности, в увязке работ во времени и пространстве, установлении технической последовательности и организационной очередности работ, рациональных совмещенности и продолжительности работ, рациональной системе поставки и использования ресурсов. Собственно теория организации работ и определяет возможности формирования разнообразных методов организации работ, их оптимизации по набору критериев; оценки, сравнения и выбора оптимального варианта. Именно эту задачу в условиях ресурсных, технико-технологических ограничений, детерминированных и стохастических внешних воздействий и решает календарное планирование.

О важности календарного планирования (КП) свидетельствует тот факт, что календарные планы разрабатываются в составе большого числа проектов (бизнес-плана инвестиционного проекта, оферты подрядных торгов, проекта производства работ, проекта годовой организации работ подрядчика, технологических карт и др.). Особенно важно, что на основе календарного плана строятся графики денежных и материальных потоков. Поэтому с практической точки зрения календарные планы объединяют технико-технологический, организационный, ресурсный и экономический аспекты строительства. При совпадающем содержании методы представления КП могут отличаться. Эти методы можно разделить на два класса – аналитические (дескриптивные, табличные, табель-календарь и др.) и графические (диаграмма Ганта, сетевой график). Способ представления диктуется задачами календарного планирования и характеристиками описываемого проекта, но, вообще говоря, графические методы отличаются большей наглядностью, что и предопределяет их широкое применение в практике. Однако аналитические методы и, прежде всего табличный, намного удобней использовать при оптимизации проекта.

Методы оптимизации инвестиционного проекта основываются на использовании широкого набора (технико-технологических, организационных, экономических, социально-психологических и др.) инструментов, одним из которых является совершенствование КП. При этом именно этот инструмент имеет важные преимущества поскольку, в отличие от остальных, его использование не требует значительных материальных и временных затрат. Кроме того, оптимизация КП не предполагает взаимодействия различных субъектов реализации инвестиционного проекта, что позволяет в оперативном режиме реагировать на внешние стохастические воздействия. Эти свойства оптимизации КП приводят к тому, что по соотношению затраты/отдача рассматриваемый механизм оптимизации полного строительного проекта имеет очевидные преимущества над остальными, вследствие чего должен использоваться в первую очередь. Лишь после исчерпания его возможностей целесообразно переходить к более затратным и менее динамичным методам.

Важность задачи оптимизации календарного плана строительства определила значительный и постоянно возрастающий интерес ученых и практиков к разработке методов его совершенствования, уходящий своими корнями в доисторические времена. На основе многовекового опыта в IV веке в Византии был сформулирован эмпирический набор правил оптимального управления коллективным трудом. Однако научная постановка задач оптимального управления производственными процессами была осуществлена лишь на рубеже IХХ и ХХ веков

Ф. Тейлором в классическом труде "Принципы научного управления". В рамках этого подхода Л. Гантом были разработаны первые методы календарного планирования и форматы его визуализации (так называемые диаграммы Ганта). Поточные методы организации работ применялись в строительстве извечно, но начали исследоваться сравнительно недавно (отечественными учеными), с 30-х годов, то есть с момента начала индустриализации страны и массового строительства.

Начиная с пятидесятых годов XX века задачи календарного планирования и оперативного управления привлекают внимание специалистов по исследованию операций. В связи с большим разнообразием анализируемых ситуаций исследования группировались по различным признакам и проводились в рамках различных научных дисциплин. Так, в теории сетевого планирования основное внимание уделялось распределению времени и материальных ресурсов при выполнении заданного комплекса работ. В теории расписаний рассматривались неделимые виды ресурсов (станки, машины) и такие виды работ, как операции по обработке и транспортировке некоторых деталей, изделий, продуктов. В теории массового обслуживания рассматривались задачи назначения приоритетов в обслуживании поступающих заявок некоторыми устройствами, приборами и т.п.

Формальные модели, отвечающие разнообразным по постановке и содержанию задачам календарного планирования и оперативного управления, обнаруживают определенное сходство. Для их анализа могут быть использованы и однотипные математические методы. В настоящее время формируется единая научная дисциплина, в рамках которой сосредоточилось изучение задач календарного планирования и оперативного управления различных по приложениям, но единых по структуре моделей.

Формулировка NP-разрешимой задачи календарного планирования

Задача календарного планирования естественным образом приводится к дискретной форме, что позволяет поставить NP-разрешимую задачу. Нескладируемые ресурсы, необходимые для реализации проекта (кадры, машины и механизмы и др.), имеют дискретную форму. Дискретизация складируемых ресурсов (материалов, финансов и т.п.) и дискретизация по времени определяются практически необходимой степенью подробности плана. Поэтому новые возможности совершенствования планирования стройпроизводства связаны с применением методов дискретной математики [1]. Развитие этих методов позволило сформулировать критерии оценки практических задач, разрешимых точными методами (получивших название NP-разрешимых), и задач, решение которых следует осуществлять с использованием эвристических алгоритмов (так называемые NP-трудные задачи) [2]. Таким критерием является возможность постро-ения алгоритма, не сводящегося к полной переборке всех (или значительной части) вариантов реализации исследуемой системы. Хотя феномен NP-трудных задач был известен еще в IXX веке, однако общий алгоритм разделения классов NP-задач не сформулирован и в настоящее время [4]. Для таких задач было показано, что даже экспоненциальный рост быстродействия вычислительных машин (закон Мура) не позволяет существенно расширить класс NP-разрешимых задач. При этом точные алгоритмические решения NP-трудных задач удалось получить только для простейших модельных систем.

Строительство представляет собой сложную систему, характеризующуюся большим числом параметров, значения которой постоянно изменяются во времени и зависят от огромного количества факторов. Вследствие этого планирование стройпроизводства является NP-трудной задачей. Алгоритмы полной оптимизации календарного планирования базируются на прямом переборе полного набора альтернатив. Такой подход приводит к необходимости практически недостижимого анализа экспоненциально растущего числа вариантов. Поэтому для ее решения чаще всего применяются эвристические алгоритмы [5], основанные на концепции не оптимального, а приемлемого решения (в англоязычной литературе – affordable solution) [6]. Наибольшее распространение получили эмпирические алгоритмы, основанные на априорном отбрасывании большей части возможных вариантов динамики системы. В предельно упрощенных алгоритмах [7] этого вида рассматриваются сценарии, основанные на единственном критерии (метод критического пути, непрерывного освоения фронта работ и т.п.). При построении календарных планов в рамках таких моделей выделяется единственный критерий оценки и оптимизации. Частными случаями такой постановки задачи является планирование по кратчайшему пути, метод непрерывного освоения фронта работ, метод непрерывного использования ресурсов и др. Однако столь упрощенный подход, основанный на выделении единственного критерия, часто приводит к решениям, весьма далеким от оптимальных [8]. Как свидетельствуют многочисленные исследования, эмпирические алгоритмы не только не позволяют получить оптимальный вариант календарного плана, но не дают возможности даже и осуществить надежную оценку качества решения [9]. Альтернативный метод формулировки NP-разрешимых алгоритмов заключается в уменьшении размерности задачи – так называемое планирование по укрупненным параметрам. Однако качество таких планов часто не удовлетворяет запросам практики.

Кроме того, применяются и методы, сводящиеся к частичному анализу вариантов. В частности, используются ускоренные [10] и предельно ускоренные алгоритмы [11]. Однако такой подход не позволяет даже для систем небольшой размерности получить оптимальное решение. Допустимые решения, полученные ускоренными алгоритмами, имеют характеристики не лучше, чем полученные эмпирическими алгоритмами [12]. Кроме того, задача календарного планирования, вне зависимости от метода решения, требует анализа объема информации, экспоненциально растущего по мере детализации плана [13].

В некоторых частных случаях решить задачу оптимального планирования позволяет концепция конечных автоматов (в англоязычной литературе используются два термина – Finite-State Machines или Finite Automaton) [14]. Однако этот метод не позволяет оптимизировать системы со значительной стохастической составляющей, а также системами большой размерности. Таким образом, основные проблемы планирования и управления для сложных систем так и остались нерешенными.

Один из путей решения сведения задачи календарного планирования к NP-разрешимой заключается в уменьшении ее размерности. Как показано в работе [15], существует нижняя граница объема входных данных, при которой можно построить алгоритм получения оптимального решения, даже если время его работы является экспоненциальной функцией этого объема. Таким образом, возможность сведения задачи календарного планирования к NP-разрешимому виду в значительной мере определяется степенью детализации плана. Однако планы с низкой степенью детализации не позволяют получить не только оптимальных, но даже и допустимых решений [16]. Поэтому необходим поиск неэмпирических алгоритмов решения задач календарного планирования с достаточной для практических применений степенью детализации. Решению этой задачи и посвящена данная работа.

NP-разрешимость задачи оптимального календарного планирования

Верхняя оценка сложности задачи календарного планирования может быть легко получена в модели независимых параметров системы "строительный объект + ресурсы". Полное динамическое описание такой системы требует задания состояния S пространственных объектов (помещений, земельных участков и т. п.), W видов работ на этих объектах, Rs складируемых и Rn нескладируемых ресурсов. С учетом того, что лишь нескладируемые ресурсы определяют динамику реализации проекта, в любой временной промежуток система может находиться в $S\times W\times Rn$ независимых состояниях. Вследствие этого за T временных промежутков реализуется:

$$N = \left(S\times W\times Rn\right)^{T} \qquad (1)$$

независимых сценариев динамики системы. Поэтому, например, даже для достаточно простого проекта, в котором $S = W = Rn = T = 10$, необходим учет 10^{30} вариантов. При современном быстродействии стационарных ЭВМ для оценки одного варианта необходимо время порядка 10^{-6} с. Для персональных компьютеров это время составляет 10^{-3} с. Следовательно, даже оптимистическая оценка времени оптимизации календарного плана дает величину порядка 10^{24} с (более 10^{15} лет), что значительно больше времени существования вселенной. Даже экспоненциальное увеличение быстродействия ЭВМ не позволяет свести задачу к NP-разрешимой. Выход за рамки приближения независимых параметров дает возможность уменьшить число вариантов, увеличивая, однако, сложность оценки каждого из них. Поэтому такой подход не улучшает NP-разрешимость задачи [17].

В последнее время получило развитие направление сведения NP-трудных задач к NP-разрешимому виду путем кластеризации исходной информации [18]. Однако, как показано в работе [19], решение оказывается неустойчивым по отношению к способу кластеризации: слабые изменения состава кластеров значительно изменяют оптимальную последовательность внешних сигналов (в задаче календарного планирования – управленческих решений) [20]. Поэтому именно адекватная исследуемой системе кластеризация множества ее состояний позволит свести задачу оптимального календарного планирования к NP-разрешимому виду. Осуществить такую кластеризацию позволит определение единиц планирования (в дальнейшем – ЕП), объединяющихся в кластеры, не эмпирически, а пространственно-технологически. Объективная кластеризация позволит избежать неустойчивости оптимальных решений. Такая кластеризация возможна, например, если пространственно-технологические взаимосвязи позволяют выделить часть помещений объекта, работы в которых должны предшествовать работам в других кластерах. Другой возможной причиной объективной кластеризации является жесткая связь видов ресурсов с выполняемыми работами.

Рассмотрим количественные последствия такой кластеризации, в результате которой оптимизируемая система разбивается на M независимых частей. При этом параметры этих кластеров связаны с параметрами полной системы соотношениями:

$$\begin{gathered}\sum_{m=1}^{M} S_m = S;\ \sum_{m=1}^{M} W_m = W;\\ \sum_{m=1}^{M} Rn_m = Rn;\ \sum_{m=1}^{M} T_m = T.\end{gathered} \qquad (2)$$

Разделив обе части равенств (2) на соответствующие характеристики полной системы, получим правила нормировки в виде:

$$\begin{gathered}\sum_{m=1}^{M} \sigma_m = 1;\ \sum_{m=1}^{M} \omega_m = 1;\\ \sum_{m=1}^{M} \rho_m = 1;\ \sum_{m=1}^{M} \tau_m = 1,\end{gathered} \qquad (3)$$

где для рациональных дробных параметров $\sigma_m, \omega_m, \rho_m, \tau_m$ введены обозначения:

$$\begin{gathered}\sigma_m = \frac{S_m}{S};\ \omega_m = \frac{W_m}{W};\\ \rho_m = \frac{Rn_m}{Rn};\ \tau_m = \frac{T_m}{T}.\end{gathered} \qquad (4)$$

Вследствие независимости подсистем число реализуемых сценариев динамики полной системы аддитивно по количеству сценариев подсистем:

$$N_M = \sum_{m=1}^{M}\left(S_m W_m Rn_m\right)^{T_m} = \sum_{m=1}^{M}\left(SWRn\right)^{T_m}\left(\sigma_m \omega_m \rho_m\right)^{T_m}. \quad (5)$$

В частности, если временные промежутки кластеризации совпадают ($T_m=T_1$), выражение (5) упрощается и принимает вид:

$$N_M = (SWRn)^{T_1} \sum_{m=1}^{M} (\sigma_m \omega_m \rho_m)^{T_1} . \quad (6)$$

Множитель

$$K_M = \sum_{m=1}^{M} (\sigma_m \omega_m \rho_m)^{T_1} \quad (7)$$

описывает уменьшение числа независимых сценариев динамики системы за счет ее кластеризации. В частности, при отсутствии кластеризации (M=1), в соответствии с уравнениями нормировки (3) выполняются условия $\sigma_1 = \omega_1 = \rho_1 = \tau_1 = 1$. Вследствие этого, в соответствии с уравнением (7), множитель K_M принимает значение $K_{max} = 1$. При фиксированном числе независимых подсистем механизм кластеризации работает тем успешней, чем ближе их размерность [21]. Этот факт иллюстрирует рис. 1 (зависимость множителя (7) от числа видов работ при $S = W = Rn = T = 12$ и числе кластеров M=3).

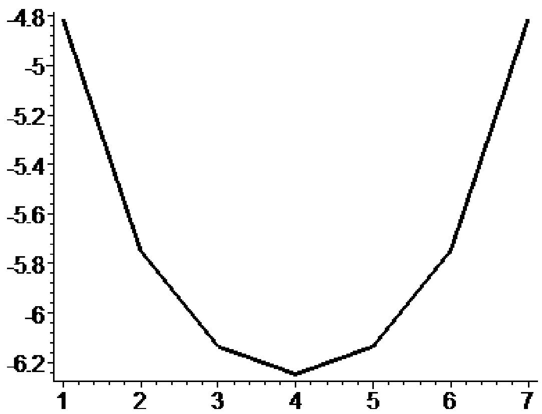

Рис. 1

Масштаб по оси ординат логарифмический. Из рисунка видно, что множитель K_M принимает минимальное значение $K_{min} = 10^{-6,22}$ при совпадающем количестве элементов в каждом кластере $S_m = W_m = Rn_m = 4$. Такая кластеризация позволяет уменьшить число независимых сценариев динамики системы более чем в миллион раз.

Рассмотрим конкретный пример последствий кластеризации. Пусть рассмотренный ранее объект разбивается на три независимые части:

$$\sigma_1 = \omega_1 = \rho_1 = \tau_1 = 3;$$
$$\sigma_2 = \omega_2 = \rho_2 = \tau_2 = 3;$$
$$\sigma_3 = \omega_3 = \rho_3 = \tau_3 = 4 .$$

Тогда, в соответствии с уравнением (5), общее число независимых сценариев определяется равенством $N = 2 \times 3^9 + 4^{12} = 16\,816\,582$. Полный анализ такой системы на ЭВМ займет время ~17 с, и, следовательно, такая задача является NP-разрешимой.

Практически этот механизм полной кластеризации системы возможен для строительных проектов, разбивающихся на независимые по ресурсам части при последовательной их реализации. Однако в реальных системах это требование часто не выполняется. В частности, существуют ресурсы, необходимые для выполнения различных работ. Определим алгоритмы сведения задач календарного планирования к NP-разрешимой форме, не требующие полной кластеризации системы, а основанные на понижении размерности системы.

Понижение размерности задачи оптимизации календарного планирования

Понизить размерность задачи календарного планирования позволяет сведение мультипликативной пространственно-технологической части числа вариантов реализации состояний объекта $S \times W$ к аддитивной. Решить эту задачу дает возможность введение понятия единицы планирования, объединяющей пространственную и технологическую информацию о состоянии объекта. Назовем единицей планирования (в дальнейшем – ЕП) совокупность информации о наборе помещений объекта, перечне и объемах работ, выполнение которых в данном помещении необходимо для реализации проекта. В такой постановке задача календарного планирования становится трехмерной и описывается ступенчатой функцией $\delta_{t,n,j}$, принимающей значение, равное единице если в t-й промежуток времени в n-й ЕП используется j-й ресурс и нулевое значение в противоположном случае. Поэтому в рассматриваемой постановке задачи уравнение, определяющее длительность реализации проекта, принимает вид:

$$\sum_{t=1}^{T_n}\sum_{j=1}^{Rs}\delta_{t,n,j}P_{j,i,t} = v_{k,n};\qquad T = \max(T_n);\ \ n = 1,2,...,U. \tag{8}$$

Ресурсные ограничения описываются следующей системой уравнений:

$$\sum_{t=1}^{t_0}\delta_{t,n,j}p_{j,n} \le P_{j,n,t_0}, \tag{9}$$

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{U}\delta_{t,n,j}p_{j,n} \le \sum_{n}^{U}P_{j,n} = P_j. \tag{10}$$

Здесь P_j – общее количество j-го складируемого ресурса; U – число единиц планирования на объекте.

Уменьшение размерности задачи определяется учетом пространственно-технологических взаимосвязей в рамках ЕП, вследствие чего технологически невозможные состояния системы исключаются из рассмотрения уже на этапе постановки. При таком описании верхняя оценка числа независимых сценариев динамики системы приобретает вид:

$$\tilde{N} = \left(URn\right)^T. \tag{11}$$

Поэтому при учете роста числа ЕП по сравнению с количеством помещений и видов работ для объекта с характеристиками $Rn = T = 10;\ U = 20$ число сценариев оценивается как $\tilde{N} = \left(200\right)^{10} \approx 10^{23}$. С учетом быстродействия ЭВМ полный анализ такого проекта потребует 10^{17} с. Уменьшение размерности задачи оптимизации календарного плана позволяет свести ее к разрешимой и путем кластеризации лишь по одной переменной. Например, при разбиении времени реализации проекта на два одинаковых периода число сценариев имеет вид $\tilde{N} = 2\left(200\right)^5 = 6,4\cdot10^{11}$. Анализ системы при современном быстродействии ЭВМ потребует $6,4\cdot10^5$ с. Экспоненциальный рост быстродействия делает задачу полностью разрешимой.

Таким образом, учет пространственно-технологических взаимосвязей позволяет значительно расширить область применимости методов полной оптимизации задачи календарного планирования стройпроизводства при кластеризации системы лишь по периодам реализации проекта.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Гэри М., Джонсон Д.* Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982.
2. *Even S. and Tarjan R.E.* A combinatorial problem which is complete for polynomial space // J. ACM23-Л A976. P. 710…719.
3. *Herbert S.W.* Algorithhms and Complexiti. – Prenticl-Hall, 2011.
4. *Karp R.M.* Reducibility among combinatorial problems, in Complexity of Computer Computations (R. E. Miller, ed.). – Plenum Press, New York, 1992. P. 85…104.
5. *Подчасова Т.П., Португал В.М., Шкуба В.В.* Эвристические методы календарного планирования. – Киев, Техника, 1980.
6. *Дорф Р., Бишоп Р.* Современные системы управления. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002.
7. *Dempster A.P., Laird N.M., Rubin D.B.* Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm // J. of the Royal Statistical Society, Series B. – №34, 1977. P. 1…38.
8. *David B. Shmoys.* Computing Near-Optimal Solutions to Combinatorial Optimization Problems. In William Cook, Laszlo Lovasz and Paul Seymour, editors, Combinatorial Optimization, volume 20 of DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science. – American Mathematical Society, 1995.
9. *Jordan M.I., Xu L.* Convergence results for the EM algorithm to mixtures of experts architectures: Tech. Rep. A.I. Memo No. 1458: MIT. – Cambridge, MA, 1993.
10. *Vijay V. Vazirani.* Approximation Algorithms. Springer-Verlag. – 2001.
11. *Афанасьев В.А.* Поточная организация строительства. – Л.: Стройиздат, 1990.
12. *Пападимитриу Х., Стайглиц К.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1985.
13. *Ахьюджа.* Сетевые методы управления в проектировании и производстве. – М.: Мир, 1979.

14. *Афанасьев В.А., Морозова Т.Ф.* Модели поточной организации работ. – Санкт-Петербург: изд-во СПГТУ, 2002.

15. *Rabin M.O. and Scott D.* Finite automata and their decision problems, IBM // J. Research and Development V3:2. – 1999. P. 115…125.

16. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К.* Алгоритмы: построение и анализ. – 2-е изд. / Пер. с англ. – М.: "Вильямс", 2007.

17. *Гордеев Э.Н.* Задачи выбора и их решение. В кн.: Компьютер и задачи выбора. – М.: Наука, 1989.

18. *Андреева Е.В.* Еще раз о задачах на полный перебор вариантов // Информатика. – 2000, №45. С. 47…51.

19. *Kazuo Iwama and Takuya Nakashima.* An improved exact algorithm for cubic graph tsp. In Guohui Lin, editor, Computing and Combinatorics, volume 4598 of Lecture Notes in Computer Science, pages 108–117. Springer Berlin / Heidelberg, 2007.

20. *Boria N., Bourgeois N., Escoffier B. and Paschos V.Th.* Exponential approximation schemata for some network design problems. Cahier du LAMSADE 303, LAMSADE. – Universite Paris-Dauphine, 2011.

21. *Сергиенко И.В., Шило В.П.* Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования. – К.: Наукова думка, 2003.

R E F E R E N C E S

1. Gjeri M., Dzhonson D. Vychislitel'nye mashiny i trudnoreshaemye zadachi. – M.: Mir, 1982.

2. Even S. and Tarjan R.E. A combinatorial problem which is complete for polynomial space // J. ASM23-L A976. P. 710…719.

3. Herbert S.W. Algorithhms and Complexiti. – Prenticl-Hall, 2011.

4. Karp R.M. Reducibility among combinatorial problems, in Complexity of Computer Computations (R. E. Miller, ed.). – Plenum Press, New York, 1992. P. 85…104.

5. Podchasova T.P., Portugal V.M., Shkuba V.V. Jevristicheskie metody kalendarnogo planirovanija. – Kiev, Tehnika, 1980.

6. Dorf R., Bishop R. Sovremennye sistemy upravlenija. – M.: Laboratorija bazovyh znanij, 2002.

7. Dempster A.P., Laird N.M., Rubin D.B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm // J. of the Royal Statistical Society, Series B. – №34, 1977. P. 1…38.

8. David B. Shmoys. Computing Near-Optimal Solutions to Combinatorial Optimization Problems. In William Cook, Laszlo Lovasz and Paul Seymour, editors, Combinatorial Optimization, volume 20 of DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science. – American Mathematical Society, 1995.

9. Jordan M.I., Xu L. Convergence results for the EM algorithm to mixtures of experts architectures: Tech. Rep. A.I. Memo No. 1458: MIT. – Cambridge, MA, 1993.

10. Vijay V. Vazirani. Approximation Algorithms. Springer-Verlag. – 2001.

11. Afanas'ev V.A. Potochnaja organizacija stroitel'stva. – L.: Strojizdat, 1990.

12. Papadimitriu H., Stajglic K. Kombinatornaja optimizacija. Algoritmy i slozhnost'. – M.: Mir, 1985.

13. Ah'judzha. Setevye metody upravlenija v proektirovanii i proizvodstve. –M.: Mir, 1979.

14. Afanas'ev V.A., Morozova T.F. Modeli potochnoj organizacii rabot. – Sankt-Peterburg: izd-vo SPGTU, 2002.

15. Rabin M.O. and Scott D. Finite automata and their decision problems, IBM // J. Research and Development V3:2. – 1999. P. 115…125.

16. Kormen T., Lejzerson Ch., Rivest R., Shtajn K. Algoritmy: postroenie i analiz. – 2-e izd. / Per. s angl. – M.: "Vil'jams", 2007.

17. Gordeev Je.N. Zadachi vybora i ih reshenie. V kn.: Komp'juter i zadachi vybora. – M.: Nauka, 1989.

18. Andreeva E.V. Eshhe raz o zadachah na polnyj perebor variantov // Informatika. – 2000, №45. S.47…51.

19. Kazuo Iwama and Takuya Nakashima. An improved exact algorithm for cubic graph tsp. In Guohui Lin, editor, Computing and Combinatorics, volume 4598 of Lecture Notes in Computer Science, pages 108–117. Springer Berlin / Heidelberg, 2007.

20. Boria N., Bourgeois N., Escoffier B. and Paschos V.Th. Exponential approximation schemata for some network design problems. Cahier du LAMSADE 303, LAMSADE. – Universite Paris-Dauphine, 2011.

21. Sergienko I.V., Shilo V.P. Zadachi diskretnoj optimizacii: problemy, metody reshenija, issledovanija. – K.: Naukova dumka, 2003.

Рекомендована кафедрой организации строительства, экспертизы и управления недвижимостью. Поступила 28.06.16.