УДК 677.4.074:539.4

ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕСУРСА ВЫСОКОМОДУЛЬНЫХ И ВЫСОКОПРОЧНЫХ НИТЕЙ ПРИ ПЕРЕРАБОТКЕ НА ТКАЦКОМ СТАНКЕ

CALCULATION OF HIGH-MODULUS AND HIGH-STRENGTH THREAD'S RESOURCE AT WEAVING LOOM PROCESS

В.П. ЩЕРБАКОВ, А.Е. ЦВЕТКОВА, Н.С. СКУЛАНОВА, Т.И. ПОЛЯКОВА, С.Л. ХАЛЕЗОВ
V.P. SHCHERBAKOV, A.E. TSVETKOVA, N.S. SKULANOVA, T.I. POLYAKOVA, S.L. KHALEZOV

(ООО фирма "Триинвест",
Инновационный научно-производственный центр текстильной и легкой промышленности,
Московский государственный университет технологии и дизайна,
Ивановский государственный политехнический университет)
(Ltd "Triinvest",
Innovative Research and Production Center of Textile and Light Industry,
Moscow State University of Technology and Design,
Ivanovo State Polytechnical University)
E-mai: ttp@ivgpu.com

На основе теории длительной прочности рассмотрено накопление повреждений в основной высокомодульной нити на ткацком станке. Вычислена повреждаемость основной нити на станке Dornier при изготовлении ткани, выработанной из арамидной нити линейной плотности 29,4 текс.

Accumulation of high-modulus warp thread's damages during waving process based on long durability theory was considered. Warp thread damageability of the fabric contained aramide thread with linear density 29,4 tex while producing on Dornier loom was calculated.

Ключевые слова: длительная прочность, критерий прочности, напряжение, повреждаемость, циклические нагружения, ткацкий станок, линейное и нелинейное суммирование повреждений.

Keywords: long durability, criterion of durability, tension, damaging, cyclic stress, a weaving loom, linear and nonlinear accumulation of damages.

Одной из основных областей приложения механики нити является оценка прочности реальной нити в условиях ее переработки. Правильный выбор нити может быть сделан для конкретных условий, при которых происходит формирование ткани или трикотажа на машине. До настоящего времени распространено ошибочное мнение, что независимо от условий переработки существуют структуры нити, обеспечивающие ее максимальную прочность.

Под прочностью в широком смысле понимают способность материала противостоять хрупкому или вязкому разрушению и неограниченному изменению деформации. На практике под механической прочностью понимают наибольшее напряжение, которое предшествует разрушению тела.

На прядильных машинах формируется пряжа в области так называемой критической крутки, при которой достигается максимальная прочность пряжи. При этом учитываются в первую очередь условия формирования и наматывания пряжи: при уменьшении величины крутки относительно критической снижается прочность, обрывность пряжи растет. Но такая пряжа с критической круткой, успешно перерабатываемая в ткачестве, непригодна для вязания из-за перекоса петельных столбиков, возникающих вследствие высокой крутки.

Задание средней прочности и в некоторых случаях дисперсии часто считается достаточным для того, чтобы охарактеризовать прочность волокон и нитей. В действительности, эти данные совершенно недостаточны для суждения о реальной прочности. Например, на трикотажной машине в области формирования петли нагружается отрезок весьма малой длины. Стандартные испытания предусматривают определение прочности нити длиной ℓ_0 = 500 мм. Масштабный эффект описывается формулой, которая получена с использованием статистической теории прочности [1], [2]. Зависимость прочности нити $P(\ell)$ от длины ℓ при стандартной длине ℓ_0 представляется в виде:

$$P(\ell)=P_w\left(\frac{\ell_0}{\ell}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right).$$

Здесь P_w, α – параметры распределения Вейбулла; $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера.

Понятно, что в процессе петлеобразования при выполнении операции кулирования прочность нити длиной несколько миллиметров превосходит $P(\ell_0)$.

В последнее время были разработаны и промышленно освоены новые волокна, обладающие высокой прочностью и имеющие более высокий модуль упругости по сравнению с традиционными текстильными материалами, например, для стеклянных нитей предел прочности равен $\sigma_в$ = 2400 МПа, модуль упругости $E = 7{,}2\cdot10^4$ МПа; для угольных $\sigma_в$ = 3000 МПа, $E=4{,}5\cdot10^4$ МПа; для вискозных $\sigma_в$ = 220 МПа, $E = 5\cdot10^3$ МПа. На текстильных машинах слабая вискозная нить успешно преобразуется в ткань и трикотаж, а для более прочной, стеклянной, необходимы специальные способы ткачества и вязания.

Следует учитывать условия нагружения нити в технологическом процессе. На ткацком станке или основовязальной машине нить основы закреплена на навое, свободный ее конец под действием берда или игольницы всегда придет в ту точку пространства, которая определена кинематикой исполнительных механизмов машины. Главную роль здесь приобретает величина удлинения. Поэтому научная идея о волокнистых композиционных структурах, как о средствах выхода из противоречия, связанного с тем, что рост прочности, как правило, сопровождается снижением вязкости разрушения и, следовательно, надежности материала, считается самой замечательной идеей материаловедения. Если же нить на кулирных трикотажных машинах нагружается в основном силами трения, то она может быть даже почти нерастяжимой, а процесс петлеобразования вполне возможен.

В механике деформируемого твердого тела известны два типа критериев макроскопического разрушения. Первый базируется на представлении о существовании некоторого порогового, критического напряжения, по достижении которого разрушение наступает мгновенно. Предельное для данного материала напряжение принимается за критерий прочности. На таком представлении явления прочности основаны все классические теории и критерии прочности и их модификации. Второй подход исходит из того, что материалы, нагруженные статическим напряжением, разрушаются со временем, при этом время разрушения уменьшается с увеличением напряжения. Это явление называют "статической усталостью", "разрушением вследствие ползучести", "задержанным разрушением", "длительной прочностью" и т.п.

В текстильной технологии чаще всего приходится оценивать прочность нитей при напряжениях, определенным образом меняющихся во времени. Поэтому необходимо установить закономерности длительной прочности при одноосном напряженном состоянии при переменном нагружении.

Рассмотрим вначале случай, когда напряжения изменяются ступенчато. Располагая этими данными, можно установить, что при действии напряжения σ_1 разрушение произойдет по прошествии времени $t_*^{(1)}$, напряжению σ_2 соответствует время до разрушения $t_*^{(2)}$ и т.д., на i-м шаге нагружения значению σ_i соответствует время $t_*^{(1)}$. Если окажется, что время действия напряжения σ_i больше или равно $t_*^{(i)}$, то произойдет разрушение. Если $\Delta t_i < t_*^{(i)}$, то разрушение не наступит, и за время Δt_i исчерпается лишь часть несущей способности нити, равная отношению $\Delta t_i / t_*^{(i)}$ Используем для обозначения отношения $\Delta t_i / t_*^{(i)}$ давно установившийся термин "повреждаемость на первой, второй, i-й ступенях нагружения".

Экспериментальные исследования длительной прочности, проведенные при переменных режимах нагружения, показали, что во многих случаях разрушение происходит, когда сумма повреждаемостей становится равной единице:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta t_i}{t_*^{(i)}(\sigma_i)} = 1.$$

Этот экспериментально установленный факт называют условием (принципом) линейного суммирования повреждаемостей. Впервые этот принцип был сформулирован Бейли и поэтому его часто называют принципом Бейли [3].

Если напряжение в исследуемом интервале изменяется непрерывно, то, переходя от суммы к интегралу, получим

$$\int_0^{t_*} \frac{dt}{t_0\left[\sigma(t)\right]} = 1, \qquad (1)$$

где t_0 – время до разрушения при постоянных напряжениях, равных мгновенным значениям $\sigma(t)$.

Одним из основных понятий развивающегося во времени процесса разрушения является долговечность – время, необходимое для разрушения образца при постоянном напряжении. При исследовании долговечности материала испытывают несколько одинаковых образцов при различных напряжениях и устанавливают время, необходимое для разрушения каждого образца. По результатам испытаний строят график зависимости времени до разрушения t_* при постоянном напряжении σ_0 от величины этого напряжения.

При аппроксимации $t_* = t_*(\sigma_0)$ часто используется степенная зависимость:

$$t_* = B\sigma_0^{-b}. \qquad (2)$$

Испытанию подвергнута арамидная нить линейной плотности Т = 29,4 текс при трех уровнях нагрузок P_u. Напряжения σ в ГПа определены по формуле $\sigma = P\rho / T$, где ρ – плотность комплексной нити, г/см^3. Общепринятым при решении задач выравнивания или сглаживания является метод наименьших квадратов:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(t_{*i} - B\sigma_{0i}^{-b}\right)^2 \to \min. \qquad (3)$$

Общие методы парного регрессионного анализа даны в обширной литературе и здесь подробно не рассматриваются. Обычно подбор параметров нелинейной функции сводится к ее линеаризации и в дальнейшем используется хорошо разработанный аппарат линейной регрессии. В частном случае степенная функция линеаризуется ее логарифмированием. Отметим требования, которые предъявляются к оценкам для неизвестных параметров по результатам опытов: состоятельность, несмещенность и эффективность. И здесь сталкиваемся с серьезными затруднениями нахождения параметров, когда нелинейная функция линеаризуется, а далее осуществляется подбор параметров линейной функции. В этом случае выбранные оценки не удовлетворяют требованию эффективности. Напомним, что оценка называется эффективной, если она обладает, по сравнению с другими, наименьшей дисперсией. В теории оптимизации задачи минимизации функций вида (3) занимают особое место. Как правило, именно для задач о наименьших квадратах разработаны специальные алгоритмы. В нашей же задаче с малой размерностью можно использовать универсальные методы безусловной численной оптимизации математических пакетов программ, например, MathCAD. Решение оптимизационной задачи дает $B=3{,}334\cdot 10^{20}$, $b=7{,}858$.

Определим изменение со временем степени накопленных повреждений в случаях, когда диаграмма циклов имеет вид трапеции, как, например, при зевообразовании на ткацком станке, а также циклов пилообразной формы (прибой утка к опушке ткани) [2].

В этом случае при условии Бейли (1) для степенного закона долговечности (2) функция повреждаемости после N циклов нагружения в течение времени $t = N\Pi$ равна [1], [2]:

$$\omega(t) = \frac{N}{B}\int_0^{\Pi} \sigma^b(\xi)\, d\xi, \qquad (4)$$

или

$$\omega(t) = \frac{N}{B}\left\{\int_0^{t_1}(\sigma_1 + \dot{\sigma}\xi)^b d\xi + \sigma_2^b t_2 + \int_{t_1+t_2}^{2t_1+t_2}\left[\sigma_2 - \dot{\sigma}(\xi - t_1 - t_2)\right]^b d\xi + \sigma_1^b t_3\right\}.$$

Выполняя интегрирование, получаем:

$$\omega(t)=\frac{N}{B}\left[2t_1\frac{\sigma_2^{1+b}-\sigma_1^{1+b}}{(1+b)(\sigma_2-\sigma_1)}+\sigma_1^b t_3+\sigma_2^b t_2\right]. \quad (5)$$

Если в (5) положить $t_2=t_3=0$, то получим циклы пилообразной формы. В этом случае формула для функции повреждаемости для времени $t=2Nt_1$ будет иметь вид:

$$\omega(t)=\frac{2Nt_1}{B}\left[\frac{\sigma_2^{1+b}-\sigma_1^{1+b}}{(1+b)(\sigma_2-\sigma_1)}\right]. \qquad (6)$$

Казалось бы, что нет необходимости подробно излагать основные положения известных теорий прочности волокнистых материалов. Но, к сожалению, в текстильной литературе до сих пор преобладают ошибочные интерпретации этих теорий, связанные прежде всего с понятиями линейности. Необходимо обратить внимание на построение исходной функции (4), полученной в виде произведения числа циклов N на повреждаемость за время П одного цикла. Такая структура $\omega(t)$ возможна только вследствие принципа линейного суммирования в интеграле Бейли. А.А. Ильюшин построил соотношения нелинейной вязкоупругости с учетом степени накопленных повреждений [3], [4]. Полученная им формула в случае одноосного напряженного состояния приводит к предельному соотношению вида:

$$bB^{\frac{1}{b}}=\int_0^{t_*}(t_*-\tau)^{\frac{1}{b}-1}\sigma(\tau)\,d\tau, \qquad (7)$$

являющемуся критерием длительной прочности и определяющим время до разрушения t_* при заданном законе нагружения $\sigma(t)$ и экспериментально определяемой функции долговечности $t_*=t_*(\sigma_0)$. Понятно, что в отличие от принципа линейного суммирования Бейли полная повреждаемость за N циклов не может быть определена, как это обычно приходится видеть, в виде произведения числа циклов N на единичную повреждаемость $\omega_1(t)$ в течение одного цикла.

Об этом не раз указывалось в периодической печати и в книгах по прочности волокнистых материалов, но до сих пор многие авторы игнорируют нелинейность, продолжая так же вольно обращаться с нелинейными критериями, в частности критерием В.В. Москвитина, как и с линейными.

Рассмотрим накопление повреждений в основной нити на ткацком станке. Технологический процесс формирования ткани характерен периодическим нагружением нити при ее движении от навоя до опушки ткани. Рассматривая изменение натяжения нити на тензограмме, отметим, что возрастание натяжения нити, как и спад его при высокой частоте нагружения, свойственной ткацким станкам, происходит с большой скоростью. Натяжение достигает двух локальных максимумов – при зевообразовании и прибое, один из которых – при прибое, является глобальным. Примем нагружение при зевообразовании трапецеидальным, при прибое – пилообразным с частотой $1/\Pi$.

Если воспользоваться предельным условием А.А. Ильюшина при том же степенном законе долговечности, то получим для функции повреждаемости:

$$\omega(t)=\frac{1}{B^{\alpha}}\left[\sum_{k=1}^{N}\int_{(k-1)\Pi}^{k\Pi}(t-\tau)^{\alpha}\,d\sigma_k(\tau)+\sigma_1 N^{\alpha}\Pi^{\alpha}\right]. \quad (8)$$

Проведем интегрирование, вычислим конечные суммы по формулам Каталана [5]:

$$2\sum_{k=1}^{N}(N-k+1)^{\alpha}=\int_{1}^{N}(N-k+1)^{\alpha}dk+\int_{0}^{N-1}(N-k+1)^{\alpha}dk=$$
$$=(1+\alpha)^{-1}\left[N^{1+\alpha}+(N+1)^{1+\alpha}-2^{1+\alpha}-1\right] \quad (9)$$

и получим алгебраическое выражение для $\omega(t)$:

$$\omega(t)=\frac{1}{B^{\alpha}}\left\{\frac{2K_{N,\alpha}}{1+\alpha}\left[(\sigma_2-\sigma_1)\Pi_Z^{\alpha}+(\sigma_3-\sigma_1)\Pi_P^{\alpha}\right]+\sigma_1(t_{\Sigma}-Nt_{ZV})^{\alpha}+\sigma_2 N^{\alpha}t_{ZV}^{\alpha}\right\}. \quad (10)$$

Здесь введены обозначения:

$$K_{N,\alpha}=\left[\begin{array}{l}1-\dfrac{1}{2^{\alpha}}+\dfrac{2N^{2+\alpha}+(N+1)^{2+\alpha}-2-2^{2+\alpha}+\dfrac{2}{2^{2+\alpha}}}{2(2+\alpha)}+\\[2ex] +\dfrac{-2\left(N-\dfrac{1}{2}\right)^{2+\alpha}+2\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2+\alpha}-2\left(N+\dfrac{1}{2}\right)^{2+\alpha}+(N-1)^{2+\alpha}}{2(2+\alpha)}\end{array}\right];$$

t_{Σ} – общее время движения индивидуальной точки нити основы от навоя до опушки ткани; t_{ZV} – время выстоя ремизки при зевообразовании; Π_Z, Π_P – время подъема (опускания) ремизки и соответственно время прибоя.

Вычислим повреждаемость основной нити на станке Dornier при изготовлении ткани переплетения "рогожка" 3/3, выработанной из арамидной нити линейной плотности T = 29,4 текс. Если заправочное натяжение нити P_1 = 115 сН, натяжение при полном открытии зева P_2 =150 сН, при прибое P_3 = 360 сН, то соответствующие напряжения, определенные по формуле $\sigma=\frac{P}{T}\rho_{нити}$ ($\rho_{нити}$ – плотность нити), равны:

$$\sigma_1=5{,}672\ \text{кгс/мм}^2,\ \sigma_2=7{,}398;\ \sigma_3=17{,}7.$$

Теперь перейдем к числовому расчету функции повреждаемости. При частоте вращения главного вала 350 мин$^{-1}$, длине заправочной линии от точки схода нити основы с навоя до опушки ткани 1,5 м, плотности ткани по утку 259 нитей на дециметр, уработке по основе 3,5% имеем N=1250 циклов. Зев является открытым, время выстоя ремизок в течение трех оборотов главного вала составляет 0,385 с, время прибоя 0,029 с. Общее время движения индивидуальной точки нити основы от навоя до опушки ткани 641,25 с. Воспользовавшись формулой (10), получаем $\omega(t_{\Sigma})$=0,086. Следовательно, можно считать, что нить в ткачестве исчерпала лишь часть своей прочности, причем не такую значительную, чтобы говорить о разрыве нити.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Щербаков В.П., Скуланова Н.С.* Основы теории деформирования и прочности текстильных материалов. – М., 2008.
2. *Щербаков В.П.* Прикладная и структурная механика волокнистых материалов. – М.: "Рисо Принт", 2013.
3. *Огибалов П.М., Ломакин В.А., Кишкин Б.П.* Механика полимеров. – М.: Изд-во Московского университета, 1975.
4. *Ильюшин А.А., Победря Б.Е.* Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970.
5. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971.

REFERENCES

1. Shherbakov V.P., Skulanova N.S. Osnovy teorii deformirovanija i prochnosti tekstil'nyh materialov. – M., 2008.
2. Shherbakov V.P. Prikladnaja i strukturnaja mehanika voloknistyh materialov. – M.: "Riso Print", 2013.
3. Ogibalov P.M., Lomakin V.A., Kishkin B.P. Mehanika polimerov. – M.: Izd-vo Moskovskogo universiteta, 1975.
4. Il'jushin A.A., Pobedrja B.E. Osnovy matematicheskoj teorii termovjazkouprugosti. – M.: Nauka, 1970.
5. Gradshtejn I.S., Ryzhik I.M. Tablicy integralov, summ, rjadov i proizvedenij. – M.: Nauka, 1971.

Рекомендована кафедрой механических технологий волокнистых материалов МГУДТ. Поступила 21.11.16.