

УДК 624.012.45

**ОЦЕНКА БЕЗОПАСНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ,  
ОПЕРТЫХ ПО КОНТУРУ ПРИ ТЕХНОГЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

**SAFETY ASSESSMENT OF REINFORCED CONCRETE PLATES,  
SUPPORTED ALONG THE CONTOUR UNDER ANTHROPOGENIC INFLUENCES**

*Д.С. ВАЛУС*  
*D.S. VANUS*

(Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет)  
(National Research Moscow State University of Civil Engineering)  
E-mail: dahiws@gmail.com

*При техногенных чрезвычайных ситуациях возникают особые динамические нагрузки большой интенсивности, часто приводящие к недопустимым деформациям конструкций и даже к их обрушению.*

*Рассмотрен метод динамического расчета железобетонных плит, опертых по контуру, при действии особых нагрузок. А также принят вероятностный метод расчета железобетонных плит. Нагрузки приняты равномерно распределенными по площади.*

*В настоящей работе предложены зависимости в упругой стадии, учтена только упругая (условная) стадия при работе арматуры в упругой стадии и с возможными трещинами в различных местах плиты.*

*State of the matter: In the case of man-made emergencies, special dynamic loads of high intensity arise, often leading to unacceptable deformations of structures and even to their collapse.*

*The method of dynamic calculation of reinforced concrete slabs supported by a contour under the action of special loads is considered. A probabilistic method for calculating reinforced concrete slabs has also been adopted. Loads are uniformly distributed over the area.*

*In this paper, the dependencies are proposed in the elastic stage, only the elastic (conditional) stage is considered when the armature works in the elastic stage and with possible cracks in various places of the plate.*

**Ключевые слова:** оценка безопасности железобетонных плит, метод динамического расчета железобетонных плит, опертых по контуру, действие особых нагрузок.

**Keywords:** safety evaluation of reinforced concrete slabs, method of dynamic calculation of reinforced concrete slabs supported on the contour, action of special loads.

При техногенных чрезвычайных ситуациях (взрывы различных веществ, ударные силы) возникают особые динамические нагрузки большой интенсивности, часто приводящие к недопустимым деформациям конструкций и даже к их обрушению [1].

Все основные параметры конструкций (нагрузки, усилия и деформации) являются случайными величинами или функциями. Поэтому применяем вероятностный метод расчета железобетонных плит. Аналогичный метод расчета балочных конструкций изложен в работе [2], в которой использовано аварийное предельное состояние, обеспечивающее отдельные конструкции от обрушения. Для нормирования аварийного предельного состояния для балочных элементов применим коэффициент пластичности.

Рассматривается прямоугольная железобетонная плита со сторонами  $\ell_1$  и  $\ell_2$ , причем  $\ell_2 \geq \ell_1$   $\ell_1 \leq \ell_2 \leq 2\ell_1$ , когда плита работает на изгиб в двух направлениях. Закрепление плиты по контуру возможно шарнирное, жесткое и податливое.

Нагрузки принято равномерно распределенными по площади и состоящими из статической  $q_{st}$  и динамической: конечной длительности в течение  $\Theta$   $p(t) = pf(t)$ ,  $1 \geq f(t) \geq 0$  или в виде мгновенного импульса

интенсивностью  $i$  ( $f(t)=0$ ). При выводе расчетных зависимостей будет использоваться динамическая нагрузка постоянной во времени интенсивностью  $p$  ( $f(t)=1$ ).

Рассматриваются плиты с обычной арматурой из сеток с продольной и поперечной арматурой диаметром  $d=5 \dots 12$  мм с шагом  $150 \dots 250$  мм. Площади рабочей арматуры на 1 м ширины плиты обозначены:  $A_{sx}$  – в направлении оси OX (пролета  $\ell_1$ ),  $A_{sy}$  – в направлении от OY (пролета  $\ell_2$ ).

Как показывают эксперименты, в процессе деформирования в плите возможны различные стадии в зависимости от мест образования трещин: над опорами, в средней зоне. Динамический расчет плит с учетом влияния этих стадий, включая пластическую, рассмотрены в [3], [4].

Плита деформируется в обоих направлениях, как объединенные участки без трещин и с трещинами, изгибающий момент и крутящий момент определяются по формулам:

$$\begin{aligned} M_x &= -\beta_x \frac{\partial_n^2}{\partial x^2}, \\ M_y &= -\beta_x \frac{\partial_n^2}{\partial y^2}, \\ M_x &= -\beta_x \frac{\partial_n^2}{\partial x \partial y}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\beta_x$  и  $\beta_y$  – изгибные жесткости на ширине 1 м;  $\beta_{xy}$  – жесткость на кручение в стойке с трещинами принимается равной  $\beta_{xy}=0,2(\beta_x+\beta_y)$ . Используя условие равновесия плиты в стадии с трещинами, получаем соотношение, представляющее реакцию внутренних сил:

$$L(\omega)=\beta_x \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2\beta_{xy} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \beta_y \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4}. \quad (2)$$

Для статического и динамического прогиба справедливы уравнения [9], [10]:

$$L(\omega_{st})=q_{st}, \quad (3)$$

$$L(\omega_{st})+m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}=pf(t). \quad (4)$$

При действии множественных импульсов  $p=0$ , значение импульсов входит в начальное условие.

Статический прогиб от единичной нагрузки принять равным:

$$\omega_{st}=zF_1(x)F_2(y), \quad (5)$$

где  $F_1(x)$ ,  $F_2(y)$  – формы балочных прогибов: определяются из уравнений  $F_1^{IV}=1$ ,  $F_2^{IV}=1$  в направлениях ОХ и ОУ. Граничные условия (при  $x=0$  и  $x=l_1$ ,  $y=0$  и  $y=l_2$ ) соответствуют условиям закрепления сторон плиты. Параметр  $Z_0$  находится из выражения (3):

$$L(\omega)=(\beta_x F_1 + \beta_{xy} F_1^{IV} F_2^{IV} + \beta_y F_2) Z_0 = 1. \quad (6)$$

Применение метода Бубнова-Галорхина приводит к соотношению:

$$Z_0 = \frac{1}{\beta_1}, \beta_1 = \beta_x \frac{1}{s_2^2} + \frac{\beta_{xy}}{s_{11}s_{22}} + \beta_y \frac{1}{s_1^2}, \quad (7)$$

где

$$s_1^2 = \frac{\int F_1 \partial x}{\int F_1^2 \partial x} = \frac{\lambda_1^4}{I_1^4}; \quad s_2^2 = \frac{\lambda_2^4}{I_2^4};$$

$$s_{11} = \frac{\int F_1^{IV} F_1 \partial x}{\int F_1 \partial x}; \quad s_{22} = \frac{\int F_2^{IV} F_2 \partial y}{\int F_2 \partial y},$$

коэффициенты  $\lambda_1^2$  и  $\lambda_2^2$  равны частотным коэффициентам балок: при закреплении концов шарнирном защемленном податливым:

$$X_1^2 = \pi^2; 22,42; 15,4 \quad (\lambda_1 = \pi, 4,72; 3,92).$$

Величины  $\lambda_{11}$ ,  $\lambda_{22}$  принимают значения близкие к  $\lambda_1^2$ ,  $\lambda_2^2$ .

Для функции прогиба при одинаковых податливых закреплениях справедливы выражения:

$$F_1(x) = \frac{1}{12} \left( \frac{x^4}{2} - \ell x^3 + \frac{\ell^2 x^2}{2} Y_1 + \frac{\ell^3 x}{2} Y_2 \right), \quad (8)$$

где  $\gamma_1 = \frac{K^X}{2+K^X}$ ,  $\gamma_2 = \frac{2}{2+K^X}$ ,  $K = \frac{k\ell}{\beta_x}$ ;

$K$  – коэффициент жесткости опорных закреплений.

При шарнирных опорах  $K=0$ ,  $\gamma_1=0$ ,  $\gamma_2=1$ ; при жестких опорах  $K=\infty$ ,  $\gamma_1=1$ ,  $\gamma_2=0$ ; при податливых опорах частного вида, когда  $K=0$ ,  $\gamma_1 = \frac{3}{4}$ ,  $\gamma_2 = \frac{1}{4}$ .

При одной шарнирной и другой жесткой опорах:

$$F_1(x) = \frac{1}{12} \left( \frac{x^4}{2} - \frac{5}{4} \ell x^3 + \frac{3}{4} \ell^2 x^2 \right). \quad (9)$$

Для функции  $F_2(y)$  справедливы аналогичные выражения, с измененными параметрами.

При приближенных решениях уравнения (4) динамический прогиб представлен в виде:

$$\omega_1(x,y,t) = pz_0 F_1(x) F_2(y) T_1(t) = \omega_{st}(x,y) p T_1(t), \quad (10)$$

где  $T_1(t)$  – функция динамичности для упругой стадии. Учитывая, что  $L_1(\omega_{st})=1$ , имеем  $L_1(\omega_1)=pT_1(t)$  и уравнение (4) представляем в виде:

$$pT_1(t) + pz_0 m F_1(x) F_2(y) \ddot{T}_1(t) = pf(t). \quad (11)$$

После применения метода Бубнова-Галеркина [6...8] и преобразований получаем:

$$T_1 + \omega^2 \dot{T}_1 = \omega^2 f(t), \quad (12)$$

где  $\omega^2 = \frac{1}{mz_0} S_1^2 S_2^2$  – круговая частота колеба-

$$\beta = \left( \beta_x \frac{\ell_2^4}{\lambda_2^4} + \frac{2\beta_{xy} \ell_1^2 \ell_2^2}{\lambda_{11}^2 \lambda_{22}^2} + \beta_y \frac{\ell_1^4}{\lambda_1^4} \right) \frac{\lambda_1^4 \lambda_2^4}{\ell_1^4 \ell_2^4} = \beta_x \frac{\lambda_1^4}{\ell_1^4} + \frac{2\beta_{xy} \lambda_1^4 \lambda_2^4}{\lambda_{11}^2 \lambda_{22}^2 \ell_1^2 \ell_2^2} + \beta_y \frac{\lambda_2^4}{\ell_2^4}. \quad (14)$$

Для оценки точности принятого метода расчета плиты, основанного на представленных прогибах в виде (5), проведено сравнение прогибов упругой плиты, определенной по формулам (5) и (7), с полученными вычислениями (методом конечных элементов), представленными в виде  $\omega = \alpha \frac{q \ell_1^4}{D}$ , где коэффициент  $\alpha$  зависит от схемы опирания сторон, а также отношением  $X = \frac{\ell_1}{\ell_2}$  и его значением, которые приведены в [5].

Максимальный прогиб плиты определяли по формуле (5) в сечении  $X_0 = \frac{\ell_1}{2}$ ,  $y_0 = \frac{\ell_2}{2}$ , где  $F_1(x_0) = \frac{\ell_1^4}{\sigma_1}$ ,  $F_1(y_0) = \frac{\ell_2^4}{\sigma_2}$ ; в упругой стадии без трещин будет:

$$\beta_x = \beta_y = \beta_{xy} = D \text{ и } \beta_1 = D \left( \frac{\ell_1^4}{\lambda_1^4} + \frac{2\ell_1^2 \ell_2^2}{\lambda_{11}^2 \lambda_{22}^2} + \frac{\ell_2^4}{\lambda_2^4} \right).$$

Обозначив

$$\beta_2 = \frac{\beta_1}{\lambda_2^4} = \frac{1}{\lambda_2^4} + \frac{2x_2^3}{\lambda_{11} \lambda_{22}} + \frac{x_2^4}{\lambda_1^4},$$

При этом:

$$T_1(t) = T_1(0) \cos \omega t + \frac{\dot{T}_1(0)}{\omega} \sin \omega t + \omega \int_0^t f(\tau) \cos \omega(t-\tau) \tau. \quad (16)$$

$$\dot{T}(t) = -\sin \omega t T_1(0) + \dot{T}_1(0) \cos \omega t + \omega^2 \int_0^t f(\tau) \cos \omega(t-\tau) \tau. \quad (17)$$

ний плиты в стадии с трещинами, которую представим в виде:

$$\omega^2 = \frac{B}{m} = \frac{\beta_1 \gamma_1^2 s_2^2}{m}. \quad (13)$$

Обобщенную жесткость плиты с трещинами найдем с помощью (7):

получим:

$$\omega m(x_0, y_0) = \alpha_p \frac{\ell_1^4}{D}, \quad (15)$$

где  $\alpha_p = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \beta_2}$  при расчетах принимается:

для шарнирной опоры плиты  $\lambda_{11} = \lambda_{22} = \pi^2$ ; для защемленной плиты  $\lambda_{11} = \lambda_{22} = 35 = 1,56 \lambda_1^2$ ,  $\lambda_1^2 = 22,4$ . Для плиты с произвольным (смешанным) закреплением сторон при соответствующих  $\lambda_{10}^2$  значение  $\lambda_{11}$  принимается по линейной интерполяции между значениями  $\pi^2$ ,  $\lambda_{10}^2$ , 35.

Проведенные расчеты показали, что отличие в значениях  $\alpha$  не превышает 2%.

Решение уравнения (12) состоит из суммы общего и частного решений:

$$T_1(t) = T_1(0) \cos \omega t + T_1(t) + \frac{\dot{T}_1(0)}{\omega} \sin \omega t + T_1^{(1)}(t).$$

Для частного решения при производной функции  $f(t)$  целесообразно использовать реакцию элемента на единичном импульсе

$$\psi(t) = \frac{\sin \omega t}{\omega}.$$

Тогда:

При нулевых начальных условиях:

$$T_1(t) = \omega \int_0^t f(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau, \dot{T}_1(t) = \omega^2 \int_0^t f(\tau) \cos \omega(t-\tau) \tau d\tau. \quad (18)$$

Для случая действия постоянной во времени нагрузки ( $f(t) \equiv 1$ ):

$$T_1(t) = \cos \omega t, \dot{T}_1(t) = \sin \omega t. \quad (19)$$

При действии импульса интенсивностью  $i$  вместо (10) имеем:

$$\omega_1(x, y, t) = \omega_{st}(x, y) T_1(t). \quad (20)$$

Из равенства количества движения плиты мгновенному импульсу получаем:

$$m \frac{d\omega_1}{dt} = m z_0 F_1(x) F_2(y) \dot{T}_1(0) = i,$$

или

$$m z_0 \int F_1^2 dx \int F_2^2 dy \dot{T}_1(0) = i \int F_1 \int F_2.$$

$$\frac{q_n \ell_1^2}{12} (3\ell_2 - \ell_1) = (2M_1 + M_I + M_I') \ell_2 + (2M_2 + M_{II} + M_{II}') \ell_1, \quad (23)$$

где  $M_1, M_2$  – предельные пролетные моменты;  $M_I, M_{II}, M_I', M_{II}'$  – предельные опорные моменты.

Время конца упругой стадии находится из уравнений:

- для нагрузки конечной длительности:

$$p T_1(t_1) \omega_{st}(x_0, y_0) + q_{st} \omega_{st}(x_0, y_0) = q_n \omega_{st}(x_0, y_0),$$

отсюда:

$$T_1(t_1) = \frac{q_n - q_{st}}{p} = Y_p, \quad (24)$$

для постоянной во времени нагрузки согласно (19) будет:

$$\cos \omega t_1 = Y_p, \quad (25)$$

- для мгновенного импульса согласно (20) и (22) получим:

$$\sin \omega t_1 = \frac{q_n - q_{st}}{i \omega} = Y_i. \quad (26)$$

Отсюда:

$$\dot{T}_1(0) = i \omega^2, \quad (21)$$

тогда:

$$T_1(t) = i \omega \sin \omega t, \dot{T}_1(0) = i \cos \omega t. \quad (22)$$

Более целесообразным является способ, основанный на представлении конца упругой стадии через предельный упругий прогиб, который принимаем равным

$$w_d = q_n \omega_{st}(x_0, y_0),$$

где  $x_0, y_0$  – координаты точки плиты с максимальным прогибом;  $q_n$  – предельная нагрузка, определенная методом предельного равновесия из соотношения

Коэффициенты  $\gamma_{p1}, \gamma_i$  трактуются как коэффициенты динамичности по нагрузке. При известных их значениях находится предельная нагрузка  $q_n$ , по которой производится конструирование элемента [11].

## ВЫВОДЫ

При увеличении прогиба плиты происходит повышение напряжения арматуры и изгибающих моментов; в некоторых сечениях плиты в арматуре возникает предел текучести и соответственно предельные моменты при жестких защемлениях некоторых сторон плиты; возможно возникновение предельных моментов на опорах и реализации в плите упругопластичной стадии. В общем случае возможны довольно сложные процессы перехода из упругой стадии в пластичную.

1. Tamrazyan A. Reduce the impact of dynamic strength of concrete under fire conditions on bearing capacity of reinforced concrete columns // Applied Mechanics and Materials. – V.475-476, 2014. P.1563...1566.

2. Расторгуев Б.С., Ванус Д.С. Оценка безопасности железобетонных конструкций при чрезвычайных ситуациях техногенного характера // Строительство и реконструкция. – 2014, №6 (56).

3. Расторгуев Б.С. Динамика железобетонных плит при взрывных нагрузках // Аварии и Катастрофы. Предупреждение и ликвидация последствий. – Том 6. – М.: Изд-во Ассоциация строительных вузов, 2003. С. 343...365.

4. Tamrazyan A., Filimonova E. Searching method of optimization of bending reinforced concrete slabs with simultaneous assessment of criterion function and the boundary conditions // Applied Mechanics and Materials. – V. 467, 2014. С. 404...409.

5. Гольшев А.Б., Бачинский В.Я., Полищук В.П., Харченко А.В., Руденко И.В. Проектирование железобетонных конструкций. – Киев: Будивельник, 1990.

6. Кодекс-образец ЕКБ/ФИП для норм по железобетонным конструкциям. – Том. II. М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1984.

7. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980.

8. Шинте Г. Надежность несущих строительных конструкций. – М.: Стройиздат, 1994.

9. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С. Вопросы расчета и конструирования специальных сооружений. – М.: Стройиздат, 1980.

10. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С., Забегаев А.В. Расчет конструкции на динамические специальные нагрузки. – М.: Высшая школа, 1992.

11. Тамразян А.Г. Оценка живучести зданий при комбинированных аварийных воздействиях // Безопасность жизнедеятельности. – 2003, №10. С. 394.

1. Tamrazyan A. Reduce the impact of dynamic strength of concrete under fire conditions on bearing capacity of reinforced concrete columns // Applied Mechanics and Materials. – V.475-476, 2014. P.1563...1566.

2. Rastorguev B.S., Vanus D.S. Ocenka bezopasnosti zhelezobetonnykh konstrukcij pri chrezvychajnyh situacijah tehnogennoho haraktera // Stroitel'stvo i rekonstrukcija. – 2014, №6 (56).

3. Rastorguev B.S. Dinamika zhelezobetonnykh plit pri vzryvnyh nagruzkah // Avarii i Katastrofy. Preduprezhdenie i likvidacija posledstviy. – Tom 6. – M.: Izd-vo Associacija stroitel'nyh vuzov, 2003. S.343...365.

4. Tamrazyan A., Filimonova E. Searching method of optimization of bending reinforced concrete slabs with simultaneous assessment of criterion function and the boundary conditions // Applied Mechanics and Materials. – V. 467, 2014. S. 404...409.

5. Golyshv A.B., Bachinskij V.Ja., Polishhuk V.P., Harchenko A.V., Rudenko I.V. Proektirovanie zhelezobetonnykh konstrukcij. – Kiev: Budivel'nik. 1990.

6. Kodeks-obrazec EKB/FIP dlja norm po zhelezobetonnym konstrukcijam. – Tom. II. M.: NIIZhB Gosstroja SSSR, 1984.

7. Biderman V.L. Teorija mehanicheskikh kolebanij. – M.: Vysshaja shkola, 1980.

8. Shpete G. Nadezhnost' nesushhih stroitel'nyh konstrukcij. – M.: Strojizdat, 1994.

9. Popov N.N., Rastorguev B.S. Voprosy rascheta i konstruirovaniya special'nyh sooruzhenij. – M.: Strojizdat, 1980.

10. Popov N.N., Rastorguev B.S., Zabegaev A.V. Raschet konstrukcii na dinamicheskie special'nye nagruzki. – M.: Vysshaja shkola, 1992.

11. Tamrazjan A.G. Ocenka zhivuchesti zdaniy pri kombinirovannyh avarijnyh vozdeystvijah // Bezopasnost' zhiznedejatel'nosti. – 2003, №10. S. 394.

Рекомендована Ученым советом МГСУ. Поступила 18.04.17.