

УДК 677.017.463:531.43

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТИ ХЛОПКОВОЙ ПРЯЖИ
НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ**

**DETERMINATION OF THE STRENGTH OF THE COTTON YARN
ON THE BASIS OF NONLINEAR ELASTICVISCOPLASTIC
MODEL OF DEFORMATION**

К.С. СУЛТАНОВ, С.И. ИСМАИЛОВА
K.S. SULTANOV, S.I. ISMAILOVA

(Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева
Академии наук Республики Узбекистан)
(Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures named after M.T. Urazbaev
of Academy of Sciences of the Republic Uzbekistan)
E-mail: sultanov.karim@mail.ru, sultanov.karim@gmail.com

На основе физически нелинейного закона деформирования при растяжении предложена формула для определения и прогноза прочности хлопковой пряжи.

Based on the physically nonlinear law of deformation under tension, a formula for determining and predicting the strength of cotton yarn is proposed.

Ключевые слова: хлопковая пряжа, линейная плотность, прочность, напряжение, деформация, растяжение, модуль деформации, упруговязкопластичность, обрывность нити.

Keywords: cotton yarn, linear density, durability, tension, deformation, stretching, deformation module, elasticviscoplasticity, thread breakage.

Фундаментальные исследования прочности текстильных нитей и пряжи проведены в работах [1...8]. Следуя этим работам, на основе результатов экспериментов в [9...13] разработан физически нелинейный закон деформирования хлопковой пряжи при ее растяжении до обрыва.

Целью данной работы является разработка метода определения и оценки прочности хлопковой пряжи с использованием нелинейного закона деформирования пряжи, предложенного в [13]:

$$E_D^{-1}(\varepsilon) \frac{d\sigma}{dt} + E_S^{-1}(\varepsilon) \mu(\varepsilon) \sigma = \frac{d\varepsilon}{dt} + \mu(\varepsilon) \varepsilon \quad \text{при} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} > 0, \quad (1)$$

где σ – растягивающее продольное напряжение; ε – продольная деформация; t – время; $E_D(\varepsilon)$ и $E_S(\varepsilon)$ – соответственно функции динамического ($d\varepsilon/dt \rightarrow \infty$) и квазистатического ($d\varepsilon/dt \rightarrow 0$) изменения секущих модулей деформации пряжи; $\mu(\varepsilon)$ – функция параметра объемной вязкости пряжи.

Функции $E_D(\varepsilon)$ и $E_S(\varepsilon)$ связаны соотношением [13]:

$$\delta = E_D(\varepsilon)/E_S(\varepsilon) > 1. \quad (2)$$

В момент обрыва пряжи параметры модели (1) принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_k, \quad E_S(\varepsilon) = E_{ks}, \\ E_D(\varepsilon) &= E_{kd}, \quad \mu = \mu_k, \quad t = t_k, \end{aligned} \quad (3)$$

где E_{ks} и E_{kd} – критические квазистатический и динамический модули деформации пряжи в момент обрыва; ε_k – критическое значение деформации, при котором происходит обрыв пряжи; t_k – время, потраченное на растяжение пряжи до обрыва; μ_k – параметр объемной вязкости в момент обрыва пряжи; $\delta = E_{kd}/E_{ks}$.

Считая, что скорость деформирования $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt = \text{const}$, то есть при растяжении пряжи $\dot{\varepsilon}$ приблизительно остается постоянной [13], из (1), решая ее относительно напряжения σ , получим:

$$\sigma_k = E_{ks} \left(\frac{d\varepsilon}{dt} + \mu_k \varepsilon_k \right) \frac{1 - \exp(-\mu_k \delta t_k)}{\mu_k}, \quad (4)$$

где σ_k – критическое растягивающее напряжение в момент обрыва, характеризующее прочность пряжи.

В уравнении (4) E_{ks} , ε_k , t_k , μ_k , δ и скорость деформирования пряжи при растяжении $d\varepsilon/dt$ являются параметрами формулы (4). Эти параметры при различных значениях линейной плотности пряжи будут разными. Для прогноза прочности пряжи зависимости этих параметров от линейной плотности пряжи T должны быть известны.

Они определяются из результатов экспериментов по испытанию пряжи на прочность до обрыва на стандартных разрывных установках.

Для этого были проведены эксперименты на установке Statimat C [12] по испытанию на разрыв хлопковой пряжи с номинальными линейными плотностями (в скобках указано количество исследованных бобин): $T = 14,0$ (2); $15,4$ (2); $16,5$ (2); $18,5$ (5); $29,0$ (16); $50,0$ (10); $72,0$ (4); $100,0$ (3); $160,0$ (1) текс. В каждом опыте с пряжей из каждой бобины проводили 50 испытаний, то есть повторность опыта 50 раз. Далее эти 50 кривых $F(\varepsilon)$ (F – растягивающая сила; ε – деформация) автоматически усредняются с помощью программного обеспечения. Методика проведения опытов на Statimat C приведена в [12].

Из усредненной кривой $F(\varepsilon)$ определяли значения F_k – критической силы, ε_k – критической деформации в момент обрыва пряжи и E_{ks} – критического секущего модуля. Время растяжения до обрыва пряжи t_k выдается в автоматическом режиме. Скорость деформирования во всех опытах равнялась $d\varepsilon/dt = 0,015 \text{ c}^{-1}$ [12]. Далее значения F_k , ε_k , E_{ks} и t_k усредняли для одинаковых бобин. Для пряжи с линейной плотностью $T = 14,0$ текс в общей сложности были усреднены 100 значений этих параметров, а для пряжи с $T = 50,0$ текс – 500 значений параметров F_k , ε_k , E_{ks} и t_k .

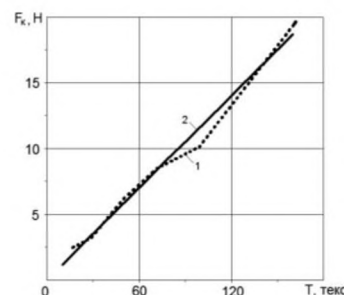


Рис. 1

Зависимость усредненного значения F_k от линейной плотности пряжи T , полученная из результатов экспериментов, приведена на рис. 1 (изменение критической разрывной силы в зависимости от линейной

плотности хлопковой пряжи) (штриховая линия 1). Кривая 1 на рис. 1 аппроксимирована линейной функцией:

$$F_k = a_k + b_k T. \quad (5)$$

Значения коэффициентов a_k и b_k определены с использованием метода наименьших квадратов: $a_k = 0,035235$ Н и $b_k = 0,116398$ Н/текс.

Как видно из рис. 1, прямая 2 с достаточной точностью (85...100%) описывает кривую 1. Используя аналитическую функцию (5), можно определить значение критической нагрузки F_k пряжи для разных значений T .

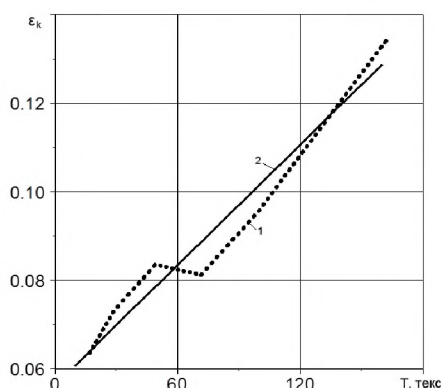


Рис. 2

На рис. 2 (изменение критической деформации при обрыве хлопковой пряжи в зависимости от линейной плотности) приведены зависимости $\epsilon_k(T)$. Здесь штриховая кривая 1 – изменение критической деформации для усредненных значений ϵ_k , полученных из результатов эксперимента [12], а прямая 2 – ее аппроксимация линейной функцией:

$$\begin{aligned} \epsilon_k &= a_e + b_e T, \\ a_e &= 0,056204, \\ b_e &= 0,000453 \text{ текс}. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогичная зависимость получена для функции $t_k(T)$:

$$\begin{aligned} t_k &= a_t + b_t T, \\ a_t &= 3,578985 \text{ с}, \\ b_t &= 0,024199 \text{ с/текс}. \end{aligned} \quad (7)$$

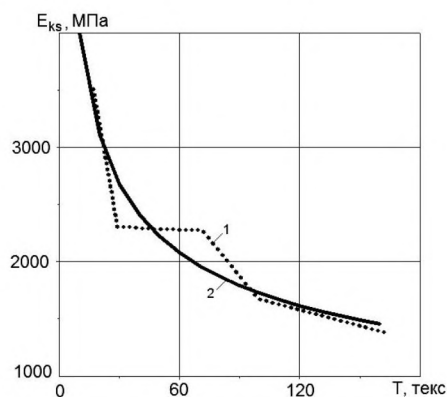


Рис. 3

Для усредненных значений E_{ks} также получена зависимость $E_{ks}(T)$ (рис. 3 – изменение квазистатического модуля деформации в зависимости от линейной плотности хлопковой пряжи). На этом рисунке штриховая кривая 1 получена из обработки результатов опытов, а кривая 2 – результат аппроксимации кривой 1 функцией:

$$\begin{aligned} E_{ks} &= E_k (T/T_s)^\chi, \\ E_k &= 2222,35 \text{ МПа}, \\ \chi &= -0,365873. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $T_s = 50$ текс, характерная линейная плотность, χ – безразмерный показатель степени.

В опытах прочность пряжи при $T \geq T_s$ практически остается постоянной.

В соотношениях (6)...(8) значения коэффициентов определены также с использованием метода наименьших квадратов.

Из соотношений (6)...(8), определяются значения параметров уравнения (4) – E_{ks} , ϵ_k и t_k для разных значений линейной плотности пряжи T . Параметры δ и μ_k при $\epsilon = \epsilon_k$ в уравнении (4) определяются из соотношения предложенного в [13]:

$$\delta = \delta_N + (\delta_m - \delta_N) \left(\frac{d\epsilon}{\mu_k dt} \right)^\omega, \quad (9)$$

$$\mu_k = \mu_N / \delta_m, \quad (10)$$

где δ_N – начальное (до разрушения) значение δ ; δ_m – значение δ структурно разрушенной хлопковой пряжи; $\omega = 0,1$.

Значение скорости деформирования $d\varepsilon/dt$, исходя из условий растяжения пряжи, задается. Для хлопковой пряжи приняты значения $\delta_N = 1,1$; $\delta_m = 2$ [13].

Прочность пряжи характеризуется удельной нагрузкой P , сН/текс. Используя переходные формулы, приведенные в [12], получим соотношение между удельной нагрузкой и критическим напряжением в момент обрыва пряжи, где F_k , сН, σ_k , МПа, T , текс:

$$P = \frac{F_k}{T} = \frac{\sigma_k}{15}. \quad (11)$$

Используя (4) и (11) для определения прочности пряжи в сН/текс, получим уравнение:

$$P_k = \frac{E_{ks}}{15} \left(\frac{d\varepsilon}{dt} + \mu_k \varepsilon_k \right) \frac{1 - \exp(-\mu_k \delta t_k)}{\mu_k}. \quad (12)$$

Используя уравнение (12) и соотношения (5)...(10), определяем удельную разрывную нагрузку (прочность) для различных значений линейной плотности пряжи. При этом значения скорости деформирования $d\varepsilon/dt$ задаются, исходя из условий растяжения пряжи в эксперименте [12]. Значения μ_k , δ_N и δ_m должны определяться из соответствующих результатов экспериментов. Как в [13], принимаем приблизительно $\mu_k = 100 \text{ с}^{-1}$, $\delta_N = 1,1$ и $\delta_m = 2$.

Для определения остальных параметров в (12) достаточно значения линейной плотности пряжи T .

Наиболее известным и применяемым в расчетах прочности пряжи, как отмечается в [1], является формула А.Н.Соловьева [8]:

$$P_{II} = \frac{P_B}{T_B} \left\{ 1 - 0,0375 N_o - \frac{2,65}{\sqrt{\frac{T_{II}}{T_B}}} \right\} \left(1 - \frac{5}{L_{шт}} \right) K \eta_{II}, \quad (13)$$

где P_{II} – относительная разрывная нагрузка (прочность) пряжи, сН/текс; P_B – разрывная нагрузка волокна, сН; T_B – линейная плот-

ность волокна, текс; T_{II} – линейная плотность пряжи, текс; $L_{шт}$ – штапельная длина волокна, мм; N_o – удельная неровнота пряжи, характеризующая совершенство технологического процесса (для кардного прядения $N_o = 4,5...5\%$, для гребенного прядения $N_o = 3,5...4\%$); η_{II} – коэффициент, характеризующий состояние оборудования ($0,85 \leq \eta \leq 1,1$); K – коэффициент, определяемый по разности между фактическим коэффициентом крутки α_t и критическим коэффициентом крутки $\alpha_{t_{кр}}$.

Подбирая значения вышеперечисленных параметров формулы (13) из многочисленных таблиц [8] и общеизвестных методических указаний по использованию формулы А.Н.Соловьева, определяется прочность P_{II} для различных линейных плотностей пряжи T_{II} .

Прочность пряжи также можно определить на основе модели наследственной вязкоупругости по уравнению [6], [7]:

$$P_{II} = \frac{1}{15} \left(E_o \varepsilon_k - E_{\infty} \int_0^t R(t-\tau) \varepsilon(\tau) d\tau \right), \quad (14)$$

где E_o – мгновенный модуль деформации пряжи; E_{∞} – длительный модуль деформации пряжи; $R(t-\tau)$ – функция (ядро) релаксации; τ – время.

В качестве ядра релаксации используем функцию А.Р.Ржаницына [1]:

$$R(t-\tau) = A e^{-\beta t} t^{\alpha-1}, \quad (15)$$

где A , β и α – коэффициенты, определяемые из соответствующих опытов [14].

Принимая $E_o = E_{kd}$ и $E_{\infty} = E_{ks}$, методом численного интегрирования по уравнению (14) определяется прочность пряжи.

Рассмотрим результаты расчетов прочности хлопковой пряжи по формулам (12)...(14), а также их сопоставление с результатами экспериментов [12].

На рис.4 (прочность хлопковой пряжи с различными линейными плотностями, определяемыми из результатов экспериментов и

по расчетным формулам) пунктирная кривая 1 относится к изменениям прочности пряжи, определенным из результатов экспериментов [12]. В этом случае определялась усредненная критическая разрывная нагрузка $F_{k_{cp}}$ для каждой фактической линейной плотности хлопковой пряжи T .

Далее по формуле $P_o = F_k/T$ определялась прочность пряжи. Как видно из рис.4, кривая $P_o(T)$ меняется сложным образом. Штрихпунктирная кривая 2 получена с использованием формулы (5). В этом случае значение критической нагрузки F_k определялось по формуле (5), а прочность пряжи рассчитывалась по формуле $P_{cp} = F_{k_{cp}}/T$. Здесь значение T задавалось с шагом 1 текс от 10 до 160 текс.

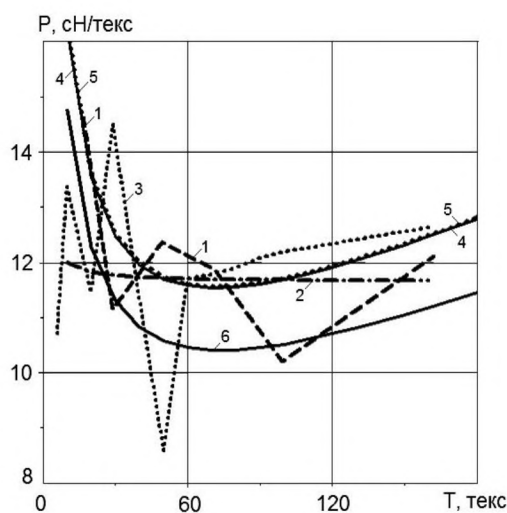


Рис. 4

Кривая 2 (рис.4) фактически является аппроксимацией кривой 1 функцией $P_{cp} = b_k + a_k/T$. Здесь прочность пряжи при $T \geq 50$ текс практически остается постоянной. Штриховая кривая 3 на рис.4 получена по формуле А.Н.Соловьева (13). Значения параметров формулы (13) взяты согласно [8], а характеристики хлопкового волокна взяты из РСТ Уз 604–93 (ГОСТ 3279–95). Прочность хлопковой пряжи согласно формуле А.Н.Соловьева (кривая 3, рис.4) изменяется с большим разбросом вокруг кривой 2, полученной из результатов опытов.

Сплошная кривая 4 на рис.4 получена по

формуле (12) с использованием соотношений (5)...(10). Согласно расчетам по формуле (12) прочность пряжи с меньшими линейными плотностями имеет самую высокую прочность. Это также подтверждается результатами, полученными из опытов (кривая 1). С увеличением линейной плотности прочность пряжи уменьшается и затем с малой интенсивностью увеличивается.

Штриховая кривая 5 на рис.4 получена численным решением уравнения (1) относительно σ , как в [13]. В этом случае, как в эксперименте [12], при $de/dt = 0,015 \text{ c}^{-1}$ кривая 5 полностью совпадает с кривой 4 (рис.4). Результаты расчетов показали, что с увеличением значения скорости деформирования кривые 4 и 5 начинают расходиться. С увеличением значения de/dt сопротивление пряжи к растяжению растет, и значение прочности становится больше, чем при незначительных (квазистатических) скоростях растяжения. Кривые 4 и 5 в плоскости $P(T)$ проходят заметно выше, причем кривая 4 проходит намного выше, чем кривая 5.

Кривая 6 на рис.4 получена по формуле (14). Исходные данные и характеристики хлопковой пряжи в этом случае взяты из [14]. При расчетах по уравнениям (4) и (14) изменение деформации приняты, как в эксперименте [12]. Функциональное описание изменения деформации в эксперименте приведено в [13]. В случае расчета по уравнению (14) значения параметров ядра релаксации согласно [14] следующие: $\alpha = 0,0623$; $\beta = 0,0486$; $A = 0,02065$, они определены из результатов соответствующих экспериментов для хлопковой пряжи с линейной плотностью $T = 29,0$ текс. Значения параметров α , β , A при различных линейных плотностях хлопковой пряжи будут различными. В расчетах по уравнению (14) для всех значений T они были постоянными. Возможно, из-за этого обстоятельства кривая 6 на рис.4 существенно расходится от кривых 1...5.

Сопоставление опытных (по происхождению) и расчетных кривых 1...6 на рис.4 показывает, что изменения прочности в зависимости от линейной плотности пряжи

качественно одинаковые для кривых 2, 4...6 полученных по уравнениям (5), (12)...(14). Количественно они расходятся на 5...30%. Первичные результаты по прочности хлопковой пряжи, полученные из обработки экспериментальных кривых $F(\epsilon)$ (кривая 1), имеют разброс 30% в диапазоне 10...14 сН/текс. Самый большой разброс получается у кривой 3, полученной по формуле А.Н.Соловьева, (40%). Кривые 2, 4...6 меняются плавно и разброса нет.

Расчетные формулы (5), (13), (14) не учитывают влияния скорости деформирования на прочность пряжи.

Расчетная формула А.Н.Соловьева (13) включает множество параметров, значения которых определить трудно. Формула (14), полученная из модели наследственной теории вязкоупругости, также является более сложной и неудобной для расчета прочности пряжи, кроме этого физический смысл параметров α , β , A однозначно не определен.

Наиболее приемлемой и простой формулой для определения и прогноза прочности хлопковой пряжи является уравнение (12). Параметры данного уравнения определяются из соотношений (5)...(10), следующих из результатов экспериментов, и они имеют конкретный физический смысл.

Для расчетов по формулам (5)...(12) достаточно в основном значения линейной плотности пряжи. Результаты расчетов по формуле (12) (кривая 4) наиболее близко совпадают с результатами, следующими из экспериментов (кривые 1 и 2), и они учитывают влияние на значение прочности пряжи скорости деформирования.

ВЫВОДЫ

1. На основе физически нелинейного закона деформирования при растяжении предложена формула для определения и прогноза прочности (удельной разрывной нагрузки) хлопковой пряжи.

2. Предложенная формула включает динамический (мгновенный) и статический (длительный) модули деформации, параметр (коэффициент) объемной вязкости, скорость деформирования при растяжении,

критическое значение деформации, при котором происходит обрыв, критическое время обрыва (время, потраченное на процесс деформирования от начала деформации до обрыва) хлопковой пряжи. Все параметры, входящие в предложенную формулу, являются физически значимыми величинами.

3. При сопоставлении результатов расчета прочности пряжи по формулам А.Н.Соловьева наследственной вязкоупругости и по предложенной формуле с результатами, полученными из экспериментов, установлено, что предложенная формула наиболее близко соответствует результатам опытов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щербаков В.П. Прикладная и структурная механика волокнистых материалов. – М.: "Тисо Принт", 2013.
2. Щербаков В.П., Скуланова Н.С. Основы теории деформирования и прочности текстильных материалов. – М.: МГТУ им. А.Н.Косыгина, 2008.
3. Мортон В.Е., Херл Д.В.С. Механические свойства текстильных волокон. – М.: Легкая индустрия, 1971.
4. Morton W.E. and Hearle J.W.S. Physical Properties of Textile Fibers. Fourth edition. – Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2008.
5. Hearle J.W.S., Grosberg P., Backer S. Structural Mechanics of Fibers, Yarns and Fabrics. – New York: Wiley-Interscience, 1969.
6. Сталевич А.М. Деформирование ориентированных полимеров. – С-Пб.: СПГУТД, 2002.
7. Макаров А.Г. Прогнозирование деформационных процессов в текстильных материалах. – С-Пб.: СПГУТД, 2002.
8. Кукин Г.Н., Соловьев А.Н. Текстильное материаловедение. – Ч. 2. – М.: Легкая индустрия, 1985.
9. Султанов К.С., Исмаилова С.И., Туланов Ш.Э. Упруговязкопластический закон деформирования хлопковой пряжи // Доклады АН РУз. – 2014, №2. С.37...41.
10. Султанов К.С., Исмаилова С.И., Туланов Ш.Э. Особенности нелинейного деформирования хлопковой пряжи при растяжении и их моделировании // Вестник КГТУ. – Кострома, 2014, №1. С.1...28.
11. Ismailova S.I., Sultanov K.S. Nonlinear Deformation Laws for Composite Threads in Extension//Mechanics of Solids. Springer. – New York. Issue 5, 2015. P.578...592.
12. Султанов К.С., Исмаилова С.И., Туланов Ш.Э. Экспериментальные закономерности деформирования хлопковой пряжи при растяжении // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2016, №4. С.63...67.

13. Султанов К.С., Исмаилова С.И., Туланов Ш.Э. Нелинейная упруговязкопластическая модель деформирования хлопковой пряжи при растяжении // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2016, №5. С. 109...115.

14. Мавланов Т.М. Механика нити и ткани. – Ташкент: ТИТЛП, 2011.

REFERENCES

1. Sherbakov V.P. Prikladnaya i strukturnaya mehanika voloknistyh materialov. – M.: "Tiso Print", 2013.

2. Sherbakov V.P., Skulanova N.S. Osnovy teorii deformirovaniya i prochnosti tekstilnyh materialov. – M.: MGTU im. A.N.Kosygina, 2008.

3. Morton V.E., Herl D.V.S. Mehanicheskie svoystva tekstilnyh volokon. – M.: Legkaya industriya, 1971.

4. Morton W.E. and Hearle J.W.S. Physical Properties of Textile Fibers. Fourth edition. – Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2008.

5. Hearle J.W.S., Grosberg P., Backer S. Structural Mechanics of Fibers, Yarns and Fabrics. – New York: Wiley-Interscience, 1969.

6. Stalevich A.M. Deformirovanie orientirovannyh polimerov. – S-Pb.: SPGUTD, 2002.

7. Makarov A.G. Prognozirovanie deformatsionnyh processov v tekstilnyh materialah. – S-Pb.: SPGUTD, 2002.

8. Kukin G.N., Solovev A.N. Tekstilnoe materialovedenie. – Ch. 2. M.: Legkaya industriya, 1985.

9. Sultanov K.S., Ismailova S.I., Tulanov Sh.E. Up-rugovyazkoplasticheskiy zakon deformirovaniya hlopkovoy pryazhi // Doklady AN RUz. – 2014, №2. S.37...41.

10. Sultanov K.S., Ismailova S.I., Tulanov Sh.E. Osobennosti nelinejnogo deformirovaniya hlopkovoj pryazhi pri rastyazhenii i ih modelirovanii // Vestnik KGTU. – Kostroma, 2014, №1. S.1...28.

11. Ismailova S.I., Sultanov K.S. Nonlinear Deformation Laws for Composite Threads in Extension//Mechanics of Solids. Springer. – New York. Issue 5, 2015. R.578...592.

12. Sultanov K.S., Ismailova S.I., Tulanov Sh.E. Eksperimentalnye zakonomernosti deformirovaniya hlopkovoj pryazhi pri rastyazhenii // Izv. vuzov. Tehnologiya tekstilnoj promyshlennosti. – 2016, №4. S.63...67.

13. Sultanov K.S., Ismailova S.I., Tulanov Sh.E. Nelinejnaya uprugovyazkoplasticheskaya model deformirovaniya hlopkovoj pryazhi pri rastyazhenii // Izv. vuzov. Tehnologiya tekstilnoj promyshlennosti. – 2016, №5. S. 109...115.

14. Mavlanov T.M. Mehanika niti i tkani. – Tashkent: TITLP, 2011.

Рекомендована лабораторией "Механика деформируемых тел и сред". Поступила 30.01.18.