

УДК 677.057.121:519.612

**СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВАЛОВ ВАЛКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ  
ТЕКСТИЛЬНЫХ МАШИН**

**FREE FLUCTUATIONS OF SHAFTS OF ROLL MECHANISMS  
OF TEXTILE MACHINES**

*А.В. ПОДЬЯЧЕВ, С.В. БОЙКО*  
*A.V. PODYACHEV, S.V. BOYKO*

(Костромской государственный университет)  
(Kostroma State University)  
E-mail: sopromat@kstu.edu.m

*В статье изложены вопросы динамического анализа валов валковых текстильных машин с использованием численного метода. Приведенный алгоритм решения задачи позволяет исследовать валковые модули с произвольным количеством валов.*

*In article questions of the dynamic analysis of shaft of roll textile cars with use of a numerical method are stated. The given algorithm of the solution of a task allows to investigate roll modules with any quantity of shaft.*

**Ключевые слова:** валковый модуль, краевые условия, численный метод, дифференциальные уравнения.

**Keywords:** roll module, boundary conditions, numerical method, differential equations.

Основные положения динамического анализа двухвалкового и трехвалкового модулей изложены в [1...3], [5], [9], [10]. Практическое их применение отражено в работах [4], [6...8]. Использование численного метода для расчета свободных колебаний валов валковых модулей текстильных машин с произвольным количеством валов позволяет оптимизировать процедуру авто-

матизированного построения уравнений состояния рассматриваемого объекта.

В зависимости от количества валов сэндвич-элемент валкового модуля относится к многоточечной краевой задаче (4 – для двухвалкового модуля, 6 – для трехвалкового модуля и т.д.), и для задачи свободных колебаний описывается следующей системой  $n$ -дифференциальных уравнений четвертого порядка:





Проинтегрировав систему уравнений  $4n$  раз, получаем  $4n$  линейно независимых

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ P_2 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} A_{11} & A_{12} & B_{11} & B_{12} \\ A_{21} & A_{22} & B_{21} & B_{22} \end{array} \right] \begin{bmatrix} V_1 \\ P_1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $V_1, V_2$  – векторы кинематических параметров задачи;  $P_1, P_2$  – векторы статических параметров задачи;  $A$  – матрица порядка  $4n$ , расположенная в левом верхнем углу;  $B$  – матрица порядка  $4n$ , расположенная в левом нижнем углу матрицы  $(8n \times 8n)$ , полученной после интегрирования системы уравнений.

Представим систему (9) в виде системы двух матричных уравнений:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} C_{11} & C_{12} & & \\ C_{21} & C_{22} & & \end{array} \right] \begin{bmatrix} V_1 \\ P_1 \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ P_1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Так как исходная система дифференциальных уравнений решается с точностью до  $\omega^2$  или  $k$ , то и уравнение состояния имеет смысл получать с той же степенью точности.

С учетом этого выражения имеем:

$$\begin{aligned} C_{11} &= -A_{12}^{-1}A_{11}, & D_{11} &= A_{12}^{-1}(B_{12}A_{12}^{-1}A_{11} + B_{11}), \\ C_{12} &= A_{12}^{-1}, & D_{12} &= -A_{12}^{-1}B_{12}A_{12}^{-1}, \\ C_{21} &= A_{21} + C_{11}A_{22}, & D_{21} &= B_{21} + C_{11}B_{22} + D_{11}A_{22}, \\ C_{22} &= C_{12}A_{22}, & D_{22} &= D_{12}A_{22} + C_{12}B_{22}. \end{aligned} \quad (12)$$

Выполняя простые матричные операции, получаем (12), представляющие собой блочные матрицы уравнения (11), описывающие свободные колебания валкового модуля.

Уравнение представляет собой известную алгебраическую задачу о нахождении собственных значений и векторов матричного уравнения типа  $\|F - \lambda E\| = 0$ , где  $F = CD^{-1}$ . Собственными числами являются нормирующие множители  $k$ , а соответствующие им собственные векторы определяют формы свободных колебаний двухвалкового модуля.

С помощью топологического описания конструкции валкового модуля уравнения

частных решений на другом конце интервала интегрирования, которые связаны с начальными параметрами уравнением:

$$\begin{aligned} V_2 &= (A_{11} + kB_{11})V_1 + (A_{12} + kB_{12})P_1, \\ P_2 &= (A_{21} + kB_{21})V_1 + (A_{22} + kB_{22})P_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Преобразуем уравнение (10) с целью получения уравнения состояния колебаний валов валкового модуля. Для этого разрешим первое уравнение системы (10) относительно  $P_1$  и подставим во второе уравнение (10). Объединяя в одно матричное уравнение, получаем уравнение состояния свободных колебаний:

ти. Кроме того, для получения обратной матрицы приближенно имеем:

$$(A_{12} + kB_{12})^{-1} = A_{12}^{-1} - kA_{12}^{-1}B_{12}A_{12}^{-1}.$$

состояния для отдельных элементов валкового модуля стыкуются в одно уравнение состояния валкового модуля в целом.

## ВЫВОДЫ

Представленный алгоритм применения численного метода для расчета свободных колебаний валов валковых модулей текстильных машин с произвольным количеством валов с учетом топологии структуры их соединения в модуле позволяет определить полный спектр частот и форм свободных колебаний валов валковых модулей.

1. Мартышенко В.А. Уравнения состояния изгиба, устойчивости и поперечных колебаний стержня // Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1981, №9. С. 43...47.

2. Мартышенко В.А., Подъячев А.В. Свободные колебания валов двухвалковых механизмов текстильного отделочного оборудования // Межвуз. сб. научн. тр. ЛИТЛП им. С.М. Кирова. – Л., 1987.

3. Мартышенко В.Л., Подъячев А.В., Зайцев Р.В. Алгоритм расчета спектра частот и форм свободных колебаний валов двухвалкового модуля // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, № 6С.

4. Подъячев А.В., Зайцев Р.В. Исследование частот свободных колебаний валкового модуля О-180 // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2008, № 4С.

5. Подъячев А.В., Алексеев И.А. Обзор современных методов динамических расчетов валов валковых машин // Электронный ресурс «Научный вестник КГТУ». – 2010, №1. <http://vestnik.kstu.edu>.

6. Подъячев А.В., Алексеев И.А. Алгоритм расчета спектра собственных частот и форм свободных колебаний валов трехвалкового модуля текстильного отделочного оборудования // Междунар. научн.-техн. конф. – М.: МГТУ им. А.Н. Косыгина, ноябрь 2011.

7. Подъячев А.В., Куревенкова Н.С. Силовой анализ валов валковой пары отжимной секции шлихтовальной машины // Электронный ресурс Научный вестник КГТУ. – 2012. Т.1, №2. С. 18. <http://vestnik.kstu.edu.ru>.

8. Подъячев А.В., Куревенкова Н.С. Исследование частот свободных колебаний валов отжимной секции шлихтовальной машины // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2012, № 4.

9. Мартышенко В.А., Подъячев А.В. Использование математического моделирования для описания напряженно-деформированного состояния элементов валкового модуля // Электронный ресурс Научный вестник КГТУ. – 2013. Т.1, №2. С. 16. <http://vestnik.kstu.edu.ru>.

10. Мартышенко В.А., Подъячев А.В. Теория и алгоритмы анализа валов валковых модулей технологических машин. – Кострома: КГТУ, РИО, 2014.

1. Martyshenko V.A. Uravneniya sostoyaniya izgiba, ustojchivosti i poperechnyh kolebanij sterzhnya // Izv. vuzov. Stroitelstvo i arhitektura. – 1981, №9. S.43...47.

2. Martyshenko V.A., Podyachev A.V. Svobodnye kolebaniya valov dvuhvalkovykh mehanizmov tekstilnogo otdelochnogo oborudovaniya // Mezhvuz. sb. nauchn. tr. LITLP im. S.M. Kirova. – L., 1987.

3. Martyshenko V.L., Podyachev A.V., Zajcev R.V. Algoritm rascheta spektra chastot i form svobodnyh kolebanij valov dvuhvalkovogo modulya // Izv. vuzov. Tehnologiya tekstilnoj promyshlennosti. – 2007, № 6S.

4. Podyachev A.V., Zajcev R.V. Issledovanie chastot svobodnyh kolebanij valkovogo modulya O-180 // Izv. vuzov. Tehnologiya tekstilnoj promyshlennosti. – 2008, № 4S.

5. Podyachev A.V., Alekseev I.A. Obzor sovremennykh metodov dinamicheskikh raschetov valov valkovykh mashin // Elektronnyj resurs «Nauchnyj vestnik KGTU». – 2010, №1. <http://vestnik.kstu.edu>.

6. Podyachev A.V., Alekseev I.A. Algoritm rascheta spektra sobstvennykh chastot i form svobodnyh kolebanij valov trehvalkovogo modulya tekstilnogo otdelochnogo oborudovaniya // Mezhdunar. nauchn.-tehn. konf. – M.: MGTU im. A.N. Kosygina, noyabr 2011.

7. Podyachev A.V., Kurevenkova N.S. Silovoj analiz valov valkovoj pary otzhimnoj sekcii shlihtovalnoj mashiny // Elektronnyj resurs Nauchnyj vestnik KGTU. – 2012. T.1, №2. S. 18. <http://vestnik.kstu.edu.ru>.

8. Podyachev A.V., Kurevenkova N.S. Issledovanie chastot svobodnyh kolebanij valov otzhimnoj sekcii shlihtovalnoj mashiny // Izv. vuzov. Tehnologiya tekstilnoj promyshlennosti. – 2012, № 4.

9. Martyshenko V.A., Podyachev A.V. Ispolzovanie matematicheskogo modelirovaniya dlya opisaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya elementov valkovogo modulya // Elektronnyj resurs Nauchnyj vestnik KGTU. – 2013. T.1, №2. S.16. <http://vestnik.kstu.edu.ru>.

10. Martyshenko V.A., Podyachev A.V. Teoriya i algoritmy analiza valov valkovykh modulej tehnologicheskikh mashin. – Kostroma: KGTU, RIO, 2014.

Рекомендована кафедрой инженерной графики, теоретической и прикладной механики. Поступила 14.10.16.