УДК 621(075.8)

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ВИДОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

METHOD OF IDENTIFICATION OF KINDS OF DISTRIBUTIONS OF RESULTS OF MEASUREMENT OF TECHNOLOGICAL PARAMETERS

Е.И. КРОТОВА
E.I. KROTOVA

(Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова)
(Yaroslavl State University named after P.G. Demidov)
E-mail: ken@uniyar.ac.ru

Разработан метод идентификации вида распределения плотности вероятности выборочных значений технологического параметра, предложен алгоритм, реализующий данный метод.

The method of identification of a kind of distribution of density of probability of selective values of technological parameter is developed, the algorithm realizing the given method is offered.

Ключевые слова: измерение, параметр, выборка, вид распределения, идентификация.

Keywords: measurement, parameter, sample, a kind of distribution, identification.

Технологический процесс содержит различные этапы, которые сопровождаются измерениями.

Измерения являются единственным способом получения количественной информации о параметрах, характеризующих явления и процессы, происходящие при выполнении технологических операций производства текстильных материалов различного назначения. При этом необходима точная оценка погрешностей результатов измерений [1].

Объектом исследования в работе является технологический процесс контроля производства различных материалов, основанный на статистическом анализе.

Известно, что технологические параметры оборудования для производства различных материалов рассчитываются из условия, что они имеют фиксированное значение. Иногда это не выполняется из-за низкого качества исходного сырья или полуфабриката.

Кроме того, считается общепризнанным, что на основании центральной предельной теоремы погрешности измерений должны иметь нормальное распределение.

Однако известно, что с помощью нормального закона распределения зачастую нельзя описать реальные массивы результатов измерения.

Знание вида закона распределения необходимо при нахождении статистических параметров и расчете одних параметров распределения через другие.

Для повышения эффективности контроля технологических процессов производства хлопчатобумажных тканей в [2] было предложено использовать идентификацию вида закона распределения выборочных значений измеряемого параметра. Для определения вида распределения массива измеренных значений был предложен метод идентификации, основанный на расчете моментов различных порядков и их зависимости от объемов выборки.

На основе предложенного метода был разработан алгоритм, реализованный с помощью компьютерной программы, который оказался эффективным для малых объемов выборки при одновременном обеспечении однозначности идентификации.

Однако кроме закона распределения для описания случайной величины можно использовать характеристическую функцию [3], которую запишем в виде

$$f(u) = \exp\{B(u)\}, \qquad (1)$$

где функция удовлетворяет условию B(0)=0.

Разложим функцию B(u) в степенной ряд:

$$B(u) = \ln f(u) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k}{k!}(iu)^k, \qquad (2)$$

откуда получим выражение для f(u):

$$f(u) = \exp\{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\gamma_k}{k!}(iu)^k\}. \qquad (3)$$

Коэффициенты этого ряда вычисляются по формуле:

$$\gamma_k = i^{-k} B^{(k)}(0) = i^{-k} \left[\frac{d^k \ln f(f)}{du^k} \right]_{u=0}. \qquad (4)$$

Рассчитанные коэффициенты, как и моменты, являются характеристиками плотности вероятности и носят названия кумулянтов или семиинвариантов γ.

Кумулянт γ_n является полиномом от моментов $m_1, \ldots, m_n$, а момент m_n является полиномом от кумулянтов $\gamma_1 \ldots \gamma_n$.

Если известны моменты, то кумулянты можно найти по формулам:

$$\begin{gathered} \gamma_1 = m^*, \\ \gamma_2 = m_2 + m^{*2}, \\ \gamma_3 = m_3 + 3m^* m_2 + m^{*3}, \\ \gamma_4 = m_4 + 3m_2^2 + 4m^* m_3 + 6m^{*2} m_2 + m^{*4}. \end{gathered} \qquad (5)$$

Следует отметить, что кумулянтные коэффициенты описывают степень отклонения вероятностного распределения от гауссова. Поэтому можно количественно оценить это отклонение. Это свойство кумулянтных коэффициентов можно использовать для повышения эффективности предложенного в [2] алгоритма идентификации вида распределения плотности вероятности результатов измерения и погрешностей измеряемых величин.

Рассмотрим алгоритм идентификации вида для распределения выборочных значений измеряемого параметра, используя кумулянт, при вычисленных ранее моментах. Для этого используем полученные в [2] формулы и соотношения (5) для кумулянтов и моментов.

1. Определяется значение контрэксцесса, для чего:

1) находится оценка кумулянта 1-го порядка:

$$m^*_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \qquad (6)$$

2) вычисляется оценка кумулянта 2-го порядка:

$$\mu_{2k} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_k^*)^2 + \frac{1}{n^2}(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2, \qquad (7)$$

3) находится оценка кумулянта 3-го порядка:

$$\mu_{3k} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_k^*)^3 + \frac{3}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_k^*)^2) + \frac{1}{n^3}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^3, \qquad (8)$$

4) находится оценка момента 4-го порядка:

$$\mu_{4k} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_k^*)^4 + 3\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_k^*)^2\right)^2 + \frac{4}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_k^*)^3\right) +$$
$$+6\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m_k^*)^2\right) + \frac{1}{n^4}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^4. \qquad (9)$$

2. Вычисляется эксцесс для отношения кумулянтов различного порядка. Для удобства введем обозначение $\sqrt{\mu_{k2}} = \sigma_k$, эта величина соответствует среднеквадратичному отклонению, тогда:

$$\varepsilon_k = \frac{\mu_{k4}}{\mu_{k2}^{\ 2}} \qquad (10)$$

и контрэксцесс:

$$\chi_k = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_k}}. \qquad (11)$$

3. Определяется асимметрия:

$$s_k = \frac{\mu_{k3}}{(\sqrt{\mu_{k2}})^3}. \qquad (12)$$

4. Определяется энтропийный коэффициент по формуле:

$$k_{kэ} = \frac{dn}{2\sqrt{\mu_{k2}}}\cdot 10^{-\frac{1}{n}\sum_{j=1} n_j \lg n_j}, \qquad (13)$$

где d – ширина столбца гистограммы; n – объем выборки; σ – среднеквадратичное отклонение; m – число столбцов гистограммы:

$$m = 4\ln(n), \qquad (14)$$

n_j – число наблюдений в j-м столбце.

5. Используя вычисленные значения χ_k, $k_{kэ}$, s_k, найдем параметр идентификации Z_k:

$$Z = \frac{k_{kэ}}{\chi_k} + 4s_k. \qquad (15)$$

Рассмотренный алгоритм идентификации вида распределения можно реализовать с помощью ПЭВМ или специального вычислителя, схема которого изображена на рис. 1.

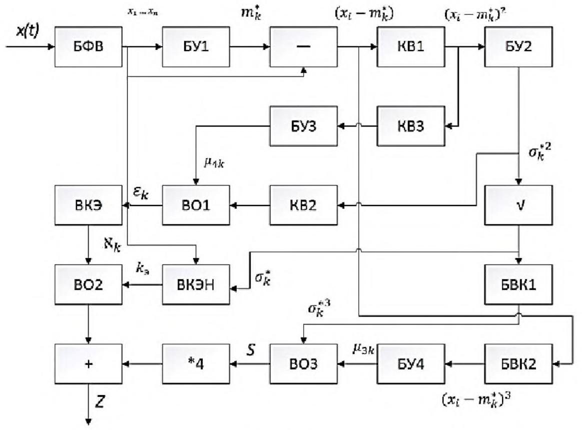

Рис. 1

Случайный процесс x(t) подается на блок формирования выборок БФВ, с выхода которого выборочные значения $x_1 \ldots x_n$ поступают на один из входов вычитателя "–" и на блок усреднения БУ1, на выходе которого получается оценочное значение матожидания m_k^*. Затем выборки центрируются, разность $(x_i - m_k^*)$ возводится в квадрат квадратором КВ1 и усредняется блоком усреднения БУ2, в результате чего получается дисперсия. После извлечения квадратного корня из μ_{2k} получим среднеквадратичное отклонение $\sqrt{\mu_{2k}}$, которое подается на вход блока вычисления коэффициента энтропии БКЭН.

Третий момент μ_{3k} получается после возведения значений $(x_i - m_k^*)$ в куб с помощью блока БВК2 и их усреднения в БУ4. Значение μ_{3k} подается на один из входов блока вычисления отношений ВО3, на другой вход которого поступает значение

$\sqrt{\mu_{2k}^3}$ с выхода блока возведения в куб БВК1. В результате получаем коэффициент асимметрии s_k.

Четвертый момент μ_{4k} получается после возведения значений $(x_i - m_k^*)^2$ в квадрат с помощью БКВ3 и их усреднения блоком БУ3. Значение μ_{4k} подается на один из входов блока вычисления отношения ВО1, на другой вход которого поступает значение μ_{2k}^2 с входа квадратора КВ2. В результате получаем коэффициент эксцесса ε.

Вычисление контрэксцесса χ_k осуществляется в блоке ВКЭ, значение которого подается на один из входов вычислителя ВО2. На другой его вход поступает значение коэффициента энтропии $k_{эk}$. Вычисленное значение подается на один из входов сумматора, на второй вход подается значение асимметрии, умноженное на 4.

На выходе блока сумматора формируется значение параметра идентификации Z_k.

ВЫВОДЫ

1. Разработан метод идентификации вида распределения плотности вероятности выборочных значений технологического параметра на основе кумулянтного анализа, предложен алгоритм, реализующий данный метод.

2. Разработана структурная схема вычислителя параметра идентификации вида распределения выборочных значений контролируемого технологического параметра.

3. Примененные в алгоритме кумулянтные коэффициенты описывают степень отклонения вероятностного распределения от гауссова. Это дает возможность количественно оценить это отклонение, а по величине этого отклонения от заданной нормы контролировать технологический процесс в реальном времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Новицкий П.В., Зограф И.А.* Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение, 1991.

2. *Кротова Е.И.* Метод автоматического контроля процесса сушки текстильного материала в реальном времени // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2014, № 3. С. 101...104.

3. *Малахов А.Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. – М.: Советское радио, 1978.

REFERENCES

1. Novickij P.V., Zograf I.A. Ocenka pogreshnostej rezultatov izmerenij. – L.: Energoatomizdat. Leningr. otdelenie, 1991.

2. Krotova E.I. Metod avtomaticheskogo kontrolya processa sushki tekstilnogo materiala v realnom vremeni // Izv. vuzov. Tehnologiya tekstilnoj promyshlennosti. – 2014, № 3. S. 101...104.

3. Malahov A.N. Kumulyantnyj analiz sluchajnyh negaussovyh processov i ih preobrazovanij. – M.: Sovetskoe radio, 1978.

Рекомендована кафедрой инфокоммуникаций и радиофизики. Поступила 02.02.18.