

УДК 624.012.45

**АНАЛИТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОЛОНН
В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ**

**ANALYTICAL ALGORITHM FOR MODELING
ECCENTRIC COMPRESSION REINFORCED CONCRETE COLUMNS
UNDER CONDITIONS OF CONFINED TRANSVERSE DEFORMATIONS**

А. Г. ТАМРАЗЯН
A.G.TAMRAZYAN

**(Национальный исследовательский
Московский государственный строительный университет)
(National Research Moscow State University of Civil Engineering)
E-mail: tamrazian@mail.ru**

Приведена методика построения диаграммы максимальной несущей способности ограниченного бетона под действием внецентренной нагрузки. Представлены теоретические результаты, полученные с помощью разработанной программы на основе МКЭ, и проведено их сравнение с экспериментальными данными.

A method for constructing a diagram of the maximum bearing capacity of a confined concrete under the action of an eccentric load is given. The theoretical results

obtained using the developed program based on FEM are presented and compared with experimental data.

Ключевые слова: внецентренно сжатые железобетонные колонны, аналитический алгоритм, ограниченные поперечные деформации бетона, примеры расчета.

Keywords: eccentric compression reinforced concrete columns, analytical algorithm, confined transverse deformations concrete, calculation examples.

Основным вопросом при проектировании считаются центрально нагруженные элементы и с меньшим вниманием относятся к внецентренно нагруженным элементам [1...6]. Однако до сих пор модель внецентренного нагружения в сжатых элементах в условиях ограниченных поперечных деформаций не рассмотрена в литературе.

Поэтому важно разработать программное обеспечение, которое упростит подготовку документов анализа/проектирования.

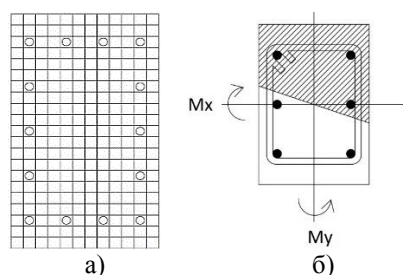


Рис. 1

Поперечное сечение колонны разделяется на конечное число тонких слоев (рис. 1-а). Вычисляются сила и момент в каждом слое. Арматурные стержни рассматриваются как дискретные объекты в своем местоположении. Преимущество этого подхода заключается в возможности избежать неточности, которая присутствует при использовании аппроксимации в описании сжатой зоны, и хорошем описании случаев трапециевидальной и треугольной формы сжатой зоны, которые образуются при наклоне нейтральной оси в случае внецентренной нагрузки (рис. 1-б).

Суть методики заключается в моделировании радиальной нагрузки от силы и моментов, выдерживая относительную пропорцию между ними на протяжении всего нагружения. Анализируемое поперечное сечение

нагружается постепенно, поддерживая определенный эксцентриситет между силой P и результирующим моментом M_R . Так как M_R является суммой моментов M_x и M_y , угол $\alpha = \tan^{-1}(M_y/M_x)$ выдерживается постоянным для двухмерной диаграммы несущей способности. А так как пропорциональное увеличение результирующего момента и нагрузки приводит к нелинейному изменению положения нейтральной оси, предлагается использовать так называемый обобщенный момент площади. Этот метод основан на общей реакции прямоугольного несимметричного сечения под действием осевого сжатия и двухосного изгиба. Асимметрия является следствием разного поведения бетона при сжатии и растяжении.

Этот метод разработан с использованием поэтапного итерационного аналитического алгоритма, секущей жесткости и пропорциональности радиальной нагрузки и представлен следующими шагами.

1. Вычисление начальных параметров сечения:

- Упругая осевая жесткость EA

$$EA = \sum_i E_b w_i t_i + \sum_i (E_s - E_b) A_{si},$$

где E_b – начальный секущий модуль упругости бетона; E_s – начальный модуль упругости арматуры.

- Расстояние от нижнего волокна сечения Y_c и от левого волокна сечения X_c до упругого центра тяжести

$$Y_c = \frac{\sum_i E_b w_i t_i (H - Y_i) + \sum_i (E_s - E_b) A_{si} (H - Y_{si})}{EA},$$

$$X_c = \frac{\sum_i E_b w_i t_i (B - X_i) + \sum_i (E_s - E_b) A_{si} (B - X_{si})}{EA}.$$

- Упругая изгибная жесткость относительно упругого центра тяжести EI:

$$EI_x = \sum_i E_b w_i t_i (H - Y_i - Y_c)^2 + \sum_i (E_s - E_b) A_{si} (H - Y_{si} - Y_c)^2,$$

$$EI_y = \sum_i E_b w_i t_i (B - X_i - X_c)^2 + \sum_i (E_s - E_b) A_{si} (B - X_{si} - X_c)^2,$$

$$EI_{xy} = \sum_i E_b w_i t_i (H - Y_i - Y_c)(B - X_i - X_c) + \sum_i (E_s - E_b) A_{si} (H - Y_{si} - Y_c)(B - X_{si} - X_c).$$

Обычно, начальные упругие параметры $Y_c = H/2$, $X_c = B/2$ и $EJ_{xy} = 0$.

Геометрические параметры слоев бетона и арматуры по отношению к геометрическому и неупругому центру тяжести приведены на рис. 2.

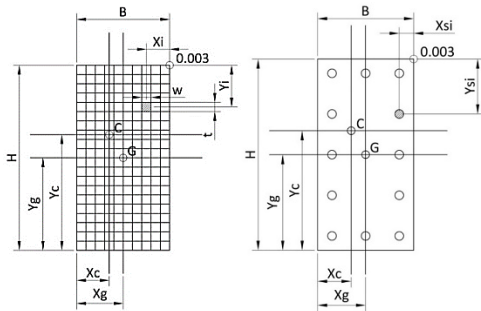


Рис. 2

Расстояние от нижнего и левого волокна до геометрического центра тяжести Y_G и X_G :

$$Y_G = \frac{H}{2}; X_G = \frac{B}{2}.$$

2. Определение эксцентриситета e , который определяет радиальное расстояние нагрузки на диаграмме несущей способности. Также определение угла α между результирующим моментом GM_R и GM_X .

3. Определение шага нагружения ΔGP как небольшой части максимальной нагрузки и вычисления осевой силы в геометрическом центре тяжести:

$$GP_i = GP_{i-1} + \Delta GP.$$

4. Вычисление момента GM относительно геометрического центра тяжести:

$$e = \frac{GM_R}{GP}, GM_R = eGP,$$

$$GM_X = GM_R \cos \alpha, GM_Y = GM_X \tan \alpha.$$

5. Перенос момента из геометрического в текущий неупругий центр тяжести и вычисление новых перенесенных моментов TM_X и TM_Y (рис. 3).

$$TM_X = GM_X + GP(Y_G - Y_C),$$

$$TM_Y = GM_Y + GP(X_G - X_C).$$

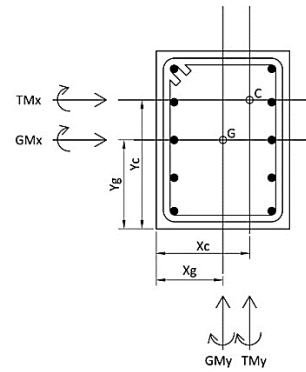


Рис. 3

Преимущество переноса момента в положение неупругого центра тяжести в устранении эффекта соединения момента и силы, так как $EAM_x = EAM_y = 0$ относительно неупругого центра тяжести:

$$\begin{bmatrix} P \\ TM_x \\ TM_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EJ_x & EJ_{xy} \\ 0 & EJ_{xy} & EJ_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \phi_x \\ \phi_y \end{bmatrix}.$$

6. Нахождение кривизн ϕ_x и ϕ_y :

$$\phi_x = \frac{TM_x}{\beta^2} EJ_y - \frac{TM_y}{\beta^2} EJ_{xy},$$

$$\phi_y = \frac{TM_y}{\beta^2} EJ_x - \frac{TM_x}{\beta^2} EJ_{xy},$$

$$\beta^2 = EJ_x EJ_y - EJ_{xy}^2.$$

Деформация в неупругом центре тяжести ε_0 , предельная деформация сжатия волокна ε_{eb} и предельная деформация растяжения арматуры ε_{es} находятся следующим образом:

$$\varepsilon_0 = \frac{GP}{EA},$$

$$\varepsilon_{bi} = \frac{GP}{EA} + \frac{TM_x(H - Y_c - Y_i)}{\beta^2} EJ_y + \frac{TM_y(B - X_c - X_i)}{\beta^2} EJ_x - \frac{TM_y(B - X_c - X_i)}{\beta^2} EJ_{xy} - \frac{TM_y(H - Y_c - Y_i)}{\beta^2} EJ_{xy}.$$

8. Вычисление деформации ε_{si} и соответствующего напряжения σ_{si} в каждом ар-

$$\varepsilon_{si} = \frac{GP}{EA} + \frac{TM_x(H - Y_c - Y_{si})}{\beta^2} EJ_y + \frac{TM_y(B - X_c - X_{si})}{\beta^2} EJ_x - \frac{TM_y(B - X_c - X_{si})}{\beta^2} EJ_{xy} - \frac{TM_y(H - Y_c - Y_{si})}{\beta^2} EJ_{xy}.$$

9. Вычисление новых характеристик сечения: осевой жесткости EA , изгибных жесткостей относительно неупругого центра тяжести EJ_x , EJ_y , EJ_{xy} , момента осевой

$$\varepsilon_{eb} = \varepsilon_0 + \phi_x(H - Y_c) + \phi_y(B - X_c),$$

$$\varepsilon_{es} = \varepsilon_0 + \phi_x(Y_c - a) - \phi_y(X_c - a),$$

где a – толщина защитного слоя.

7. Вычисление деформации ε_{bi} и соответствующего напряжения σ_{bi} в каждом слое сечения с помощью уравнения [7]:

матурном стержне заданного сечения производится по двухлинейной диаграмме Прандтля^

жесткости EAM_x , EAM_y , внутренней осевой силы F_z , внутренних изгибающих моментов относительно неупругого центра тяжести M_{ox} , M_{oy} :

$$\begin{aligned} EA &= \sum_i E_{bi} w_i t_i + \sum_i (E_{si} - E_{bi}) A_{si}, \\ EAM_x &= \sum_i E_{bi} w_i t_i (H - Y_c - Y_i) + \sum_i (E_{si} - E_{bi}) A_{si} (H - Y_c - Y_i), \\ EAM_y &= \sum_i E_{bi} w_i t_i (B - X_c - X_i) + \sum_i (E_{si} - E_{bi}) A_{si} (B - X_c - X_i), \\ F_z &= \sum_i \sigma_{bi} w_i t_i + \sum_i (f_{si} - f_{bi}) A_{si}, \\ EJ_x &= \sum_i E_{bi} w_i t_i (H - Y_c - Y_i)^2 + \sum_i (E_{si} - E_{bi}) A_{si} (H - Y_c - Y_i)^2, \\ EJ_y &= \sum_i E_{bi} w_i t_i (B - X_c - X_i)^2 + \sum_i (E_{si} - E_{bi}) A_{si} (B - X_c - X_i)^2, \\ EJ_{xy} &= \sum_i E_{bi} w_i t_i (H - Y_c - Y_i)(B - X_c - X_i) + \sum_i (E_{si} - E_{bi}) A_{si} (H - Y_c - Y_i)(B - X_c - X_i), \\ M_{ox} &= \sum_i \sigma_{bi} w_i t_i (H - Y_c - Y_i) + \sum_i (\sigma_{si} - \sigma_{bi}) A_{si} (H - Y_c - Y_i), \\ M_{oy} &= \sum_i \sigma_{bi} w_i t_i (B - X_c - X_i) + \sum_i (\sigma_{si} - \sigma_{bi}) A_{si} (B - X_c - X_i), \end{aligned}$$

где E_{bi} – секущий модуль упругости слоя бетона; E_{si} – секущий модуль упругости арматуры.

10. Перенос обратно внутреннего момента относительно геометрического центра тяжести:

$$\begin{aligned} GM_{ox} &= M_{ox} - GP(Y_G - Y_c), \\ GM_{oy} &= M_{oy} - GP(X_G - X_c). \end{aligned}$$

11. Проверяем совпадение неупругого центра тяжести:

$$\begin{aligned} TOL_x &= EAM_x / EA / Y_c, \\ TOL_y &= EAM_y / EA / X_c. \end{aligned}$$

12. Сравниваем внутреннюю силу с приложенной силой, внутренние моменты с приложенными моментами и убеждаемся,

что моменты вычислены относительно геометрического центра тяжести:

$$\begin{aligned} |GP - F_z| &\leq 10^{-5}, \\ |GM_x - GM_{ox}| &\leq 10^{-5}, \\ |GM_y - GM_{oy}| &\leq 10^{-5}, \\ |TOL_x| &\leq 10^{-5}, |TOL_y| \leq 10^{-5}. \end{aligned}$$

Если данные неравенства не выполняются, местоположение неупругого центра тяжести уточняется по EAM_x / EA , EAM_y / EA и шаги 5...12 повторяются до тех пор, пока неравенства не будут удовлетворены:

$$Y_{c \text{ нов}} = Y_c + \frac{EAM_x}{EA}; X_{c \text{ нов}} = X_c + \frac{EAM_y}{EA}.$$

Как только неравенства будут выполнены, следует проверить, что предельная деформация бетона ε_{eb} и арматуры ε_{es} не превышают 0,003 и 0,05 соответственно. Затем производится увеличение нагрузки на ΔGP и повторяется анализ для нового уровня нагрузки, используя последние ха-

рактеристики сечения. В противном случае, если ε_{eb} достигла уровня 0,003 или ε_{es} достигла уровня 0,05, то найдена предельная сила и результирующий момент для принятого эксцентриситета и угла α .

Результаты расчетов, полученных с помощью описанной методики, были сопоставлены с экспериментальными данными ряда исследователей в этой области [8...9]. Исходя из результатов сравнения, можно сказать, что предложенная методика неплохо коррелирует с опытными значениями.

Также одним из результатов работы стало определение отношения предельной прочности ограниченного бетона к прочности неограниченного. Данный пример наглядно отражает то преимущество, которое имеет стесненный бетон:

$$\sigma_1^* = \frac{\sigma_{fx}}{R_b}; \sigma_2^* = \frac{\sigma_{fy}}{R_b}.$$

В табл. 1 приведены отношения предельной прочности ограниченного бетона R_{cb} к прочности неограниченного R_b (для $R_b = 22,75$ МПа).

Таблица 1

$\sigma_1^* \backslash \sigma_2^*$	0,02	0,06	0,1	0,14	0,2	0,24	0,26	0,3
0,02	3,73	4,03	4,24	4,39	4,59	4,69	4,74	4,82
0,06	4,03	4,51	4,81	5,02	5,26	5,39	5,45	5,56
0,1	4,24	4,81	5,23	5,51	5,81	5,97	6,04	6,17
0,14	4,40	5,02	5,51	5,89	6,27	6,46	6,54	6,69
0,2	4,59	5,26	5,81	6,27	6,79	7,04	7,15	7,33
0,24	4,69	5,39	5,97	6,46	7,04	7,34	7,47	7,68
0,26	4,74	5,45	6,04	6,54	7,15	7,47	7,60	7,83
0,3	4,82	5,56	6,17	6,69	7,33	7,68	7,83	8,10

ВЫВОДЫ

Преимущества повышения несущей способности колонн за счет создания объемного НДС с использованием поперечной арматуры очевидны и имеют большой потенциал. Однако поведение такого бетона существенно отличается от обычного. Поэтому при развитии данного направления в будущем следует делать упор на создание

нелинейных методик и инструментов для анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тамразян А.Г. Бетон и железобетон – Взгляд в будущее // Вестник МГСУ. – 2014, № 4. С. 181...189.
2. Tamrazyan A., Avetisyan L. Estimation of Load Bearing Capacity of Eccentrically Compressed Reinforced Concrete Elements Under Dynamic Loading in Fire Conditions // Applied Mechanics and Materials. – V. 638...640, 2014. P. 62...65.

3. Tamrazyan A. Reduce the impact of dynamic strength of concrete under fire conditions on bearing capacity of reinforced concrete columns // *Applied Mechanics and Materials*. – V. 475...476, 2014. P.1563...1566.

4. Тамразян А.Г., Аветисян Л.А. Расчет внецентренно сжатых железобетонных элементов на кратковременную динамическую нагрузку // *Строительство: наука и образование*. – 2013, № 4. С. 2.

5. Тамразян А.Г. Динамическая устойчивость сжатого железобетонного элемента как вязкоупругого стержня // *Вестник МГСУ*. – 2011, № 1-2. С.193...196.

6. Тамразян А.Г. Оценка риска и надежности несущих конструкций и ключевых элементов – необходимое условие безопасности зданий и сооружений // *Вестник ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко "Исследования по теории сооружений"*. – 2009, № 1. С. 160...171.

7. Mander J.B., Priestley M.J.N. and Park R. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete // *Journal of Structural Engineering, ASCE*. – V.114, №8, 1988. P. 1827...1849, August 1988.

8. Saatcioglu M., Salami A.H. and Razvi S.R. Confined columns under eccentric loading // *J. Struct. Eng.* – 121(11), 1995. P. 1547...1556.

9. Scott B.D., Park R. and Priestley N. (1982). Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates. *ACI J.* – 79(1), 1982. P. 13...27.

REFERENCES

1. Tamrazjan A.G. Beton i zhelezobeton – Vzglyad v budushhee // *Vestnik MGSU*. – 2014, № 4. S. 181...189.

2. Tamrazyan A., Avetisyan L. Estimation of Load Bearing Capacity of Eccentrically Compressed Re-

inforced Concrete Elements Under Dynamic Loading in Fire Conditions // *Applied Mechanics and Materials*. – V. 638...640, 2014. P. 62...65.

3. Tamrazyan A. Reduce the impact of dynamic strength of concrete under fire conditions on bearing capacity of reinforced concrete columns // *Applied Mechanics and Materials*. – V. 475...476, 2014. P.1563...1566.

4. Tamrazjan A.G., Avetisjan L.A. Raschet vnecentrenno szhatyh zhelezobetonnyh jelementov na kratkovremennuju dinamicheskiju nagruzku // *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie*. – 2013, № 4. S. 2.

5. Tamrazjan A.G. Dinamicheskaja ustojchivost' szhatogo zhelezobetonnoho jelementa kak vjazkoupругого sterzhnja // *Vestnik MGSU*. – 2011, № 1-2. S.193...196.

6. Tamrazjan A.G. Ocenka riska i nadezhnosti nesushhih konstrukcij i kljuchevyh jelementov – neobhodimoe uslovie bezopasnosti zdaniy i sooruzhenij // *Vestnik CNIISK im. V.A. Kucherenko "Issledovaniya po teorii sooruzhenij"*. – 2009, № 1. S. 160...171.

7. Mander J.B., Priestley M.J.N. and Park R. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete // *Journal of Structural Engineering, ASCE*. – V.114, № 8, 1988. P. 1827...1849, August 1988.

8. Saatcioglu M., Salami A.H. and Razvi S.R. Confined columns under eccentric loading // *J. Struct. Eng.* – 121(11), 1995. P. 1547...1556.

9. Scott B.D., Park R. and Priestley N. (1982). Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates. *ACI J.* – 79(1), 1982. P. 13...27.

Рекомендована кафедрой железобетонных и каменных конструкций. Поступила 15.04.18.