

УДК [677.024.5]:677.074.16

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА
ДЕФОРМИРОВАНИЯ НИТИ УТКА
ПРИ ФОРМИРОВАНИИ МНОГОСЛОЙНОЙ ТКАНОЙ СТРУКТУРЫ**

**MATHEMATICAL MODELING
OF THE QUASISTATIC PROCESS
OF DEFORMATION OF A WEFT YARN
DURING THE FORMATION OF A MULTILAYER WOVEN STRUCTURE**

Д.А. ПИРОГОВ, К.И. ЕВГРАФОВА

D.A. PIROGOV, K.I. EVGRAFOVA

(Ивановский государственный политехнический университет,
ОА "Государственное машиностроительное конструкторское бюро "Радуга" им. А.Я. Березняка",
Ивановский государственный энергетический университет)

(Ivanovo State Polytechnical University,
OJSC "State Engineering Design Bureau "Raduga" named after A.Ya. Berezhnyak",
Ivanovo State Power University)

E-mail: pirogov81@mail.ru

В работе решается задача математического моделирования квазистатического процесса деформирования нити утка при формировании многослойной тканой структуры. Разработана геометрическая модель многослойной тканой структуры. Получена математическая модель квазистатического деформированного состояния нити утка многослойной тканой структуры, учитывающая функциональную связь между возникающими в сечениях нити утка нормальными напряжениями и ее относительным удлинением. Модель позволяет определить геометрические характеристики элемента утка и силовые характеристики в его поперечных сечениях в зависимости от геометрических и физических параметров многослойной тканой структуры.

The problem of mathematical modeling of the quasistatic deformation process of the weft thread during the formation of a multilayer woven structure is solved. A geometric model of a multilayer woven structure is developed. A mathematical model of the quasistatic deformed state of the weft thread of a multilayer woven structure is developed, which takes into account the functional relationship between the normal stresses arising in the wire sections and its relative elongation. The model

makes it possible to determine the geometric characteristics of the weft element and the power characteristics in its cross sections, depending on the geometric and physical parameters of a multilayer woven structure.

Ключевые слова: многослойная тканая структура, геометрическое моделирование, математическое моделирование, механика жестких нитей.

Keywords: multilayer woven structure, geometric modeling, mathematical modeling, mechanics of rigid threads.

Композиционные материалы (КМ) находят широкое применение в инженерной практике, так как позволяют создавать конструкции с уникальными массовыми, прочностными, диссипативными и другими характеристиками, которых практически невозможно достичь, используя традиционные конструкционные материалы [1].

В настоящее время перспективным направлением при разработке композитных материалов является использование в качестве основы объемного материала или преформы детали из различного вида технических нитей: углеродных, кремнеземных, кварцевых, стеклянных, синтетических, металлических, магнитных и др.

К основным текстильным технологиям в области создания объемных композитных материалов, армированных упрочняющими волокнами, относят ткачество и плетение. Одним из наиболее перспективных подходов для создания сложных пространственных конструкций как единого композитного материала является технология ткачества, обеспечивающая формирование трехмерной каркасной структуры требуемого вида и толщины, а современные технологии специального ткачества и оборудование позволяют получить разнообразный ассортимент объемных тканых материалов или преформ.

Разработка КМ по такой технологии невозможна без исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойной тканой структуры, отправной точкой в котором является разработка и решение математической модели статики деформированного элемента утка. Модель предполагает определение формы его геометрической оси и сил, действующих в поперечных сечениях по окончании процесса деформирования.

Таким образом, цель работы – разработка математической модели квазистатического процесса деформирования нити утка при формировании многослойной тканой структуры из металлических нитей.

В качестве объекта данного исследования принята многослойная тканая структура (ткань), спроектированная на основе полотняного переплетения. Для обеспечения требуемой формы многослойной тканой структуры принята фаза строения, близкой к первой, при условии, что натяжение основных нитей значительно больше уточной.

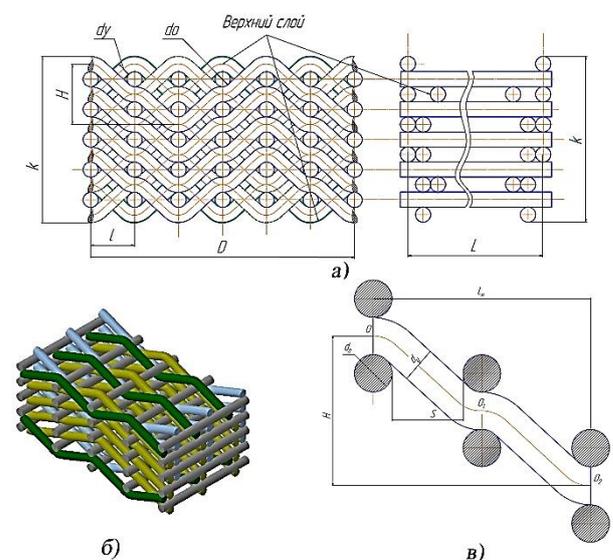


Рис. 1

На рис. 1 представлены: а) – геометрическая модель многослойной тканой структуры; б) – трехмерная модель многослойной тканой структуры; в) – геометрическая модель элемента утка в среднем слое: d_y – диаметр нити утка; d_o – диаметр нити основы; H – высота волны осевой линии нити утка; l_n – геометрическая плотность по основе в одном слое; L_n – расстояние между центрами основных нитей в крайних точках вы-

сот волн изгиба нитей утка; S – ширина ячейки тканой структуры вдоль утка; D – ширина многослойной тканой структуры; L – длина многослойной тканой структуры; k – толщина многослойной тканой структуры.

Исходную модель взаимодействия нитей в зоне формирования многослойной тканой структуры будем строить на базе механики жестких нитей, опирающейся на основные гипотезы и допущения теории изгиба стержней в соответствии с [2]. Также при решении задачи о деформации нити утка следует принять во внимание следующее: уток – абсолютно жесткий и при формировании многослойного тканого элемента не имеет проскальзывания относительно нитей основы; действительные характеристики напряжение-деформация при растяжении и сжатии одинаковы; нити работают в условиях плоского изгиба без скручивания; форма изогнутой нити утка содержит прямолинейный участок между соседними нитями основы; процесс формоизменения утка сопровождается увеличением его длины в зоне вырабатываемого полотна, которое в основном идет за счет деформации растяжения, так как выборка концов утка из зоны вне полотна ограничена рядом факторов и скольжения утка в его осевом направлении относительно нитей основы не происходит [3].

Считая известными величинами фазу строения тканой основы, диаметры основы и утка, ширину ячейки, определим угол φ_0 охвата нитью утка нитью основы и длину $\ell_{\text{п}}$ свободного прямолинейного участка элемента утка.

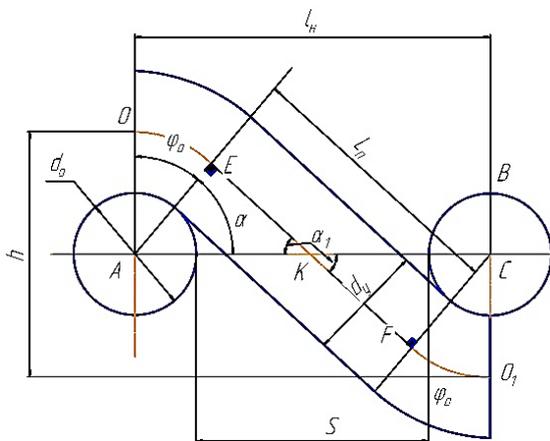


Рис. 2

Принятое тканое переплетение позволяет рассмотреть в качестве элементарного объекта переплетения фрагмент уточной нити OO_1 между соседними нитями основы (рис. 2 – геометрия деформированного элемента утка).

Тогда можно записать следующие соотношения:

$$H = 2h, L_{\text{н}} = 2\ell_{\text{н}}, \ell_{\text{н}} = S + d_o. \quad (1)$$

Из рис. 2 очевидно, что $\triangle AЕК$ и $\triangle CFК$ подобные, так как $AE=CF$ и $\angle AЕК=\angle CFК=\alpha_1$. Тогда:

$$AE = \frac{d_o + d_y}{2}, \quad (2)$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{AE}{AK} = \frac{CF}{KC}, \quad (3)$$

но $AE = CF$, тогда следует, что

$$AK = CK = \frac{\ell_{\text{н}}}{2}. \quad (4)$$

Угол φ_0 охвата нитью утка нитью основы находится из соотношения

$$\varphi_0 = \arcsin\left(\frac{d_o + d_y}{\ell_{\text{н}}}\right). \quad (5)$$

Длина деформированного элемента утка ℓ_d , с учетом $h = d_o + d_y$:

$$\ell_d = \varphi_0 h + \ell_{\text{п}}, \quad (6)$$

где h – высота волны осевой линии нити утка.

Длину ℓ свободного прямолинейного участка элемента утка в соответствии с расчетной схемой определим следующим образом:

$$\ell_{\text{п}} = \ell_{\text{н}} \cos(\varphi_0). \quad (7)$$

Относительное удлинение ε_s уточины (ее геометрической оси) будет равно:

$$\varepsilon_s = \frac{\varphi_0 h + \ell_{\text{п}}}{\ell_{\text{н}}} - 1. \quad (8)$$

Так как в зоне между выделенными сечениями внешних осевых сил, действующих на элемент утка, нет, то величина относительного удлинения его геометрической оси ϵ_s будет постоянной по всей длине.

При решении данной задачи стоит обратить внимание на то, что размеры поперечного сечения нити утка не малы, по сравнению с радиусом кривизны ее центральной оси, то есть происходит изгиб нити за пределами упругости и необходим учет изменения длин волокон нити утка в зависимости от расстояния их до центра кривизны.

В зоне изгиба относительное удлинение ϵ_s отвечает выражению:

$$\epsilon_s = \frac{r_s - r_H}{r_H}, \quad (9)$$

где r_s – радиус кривизны геометрической оси уточины; r_H – расстояние до нейтрального слоя волокон уточины.

Для рассматриваемого случая:

$$r_s = \frac{d_o + d_y}{2}.$$

Тогда расстояние до нейтрального слоя утка в зоне его изгиба на основании (9) с учетом (8) будет равно

$$r_H = \frac{r_s + l_H}{\varphi_0 h + l_H}. \quad (10)$$

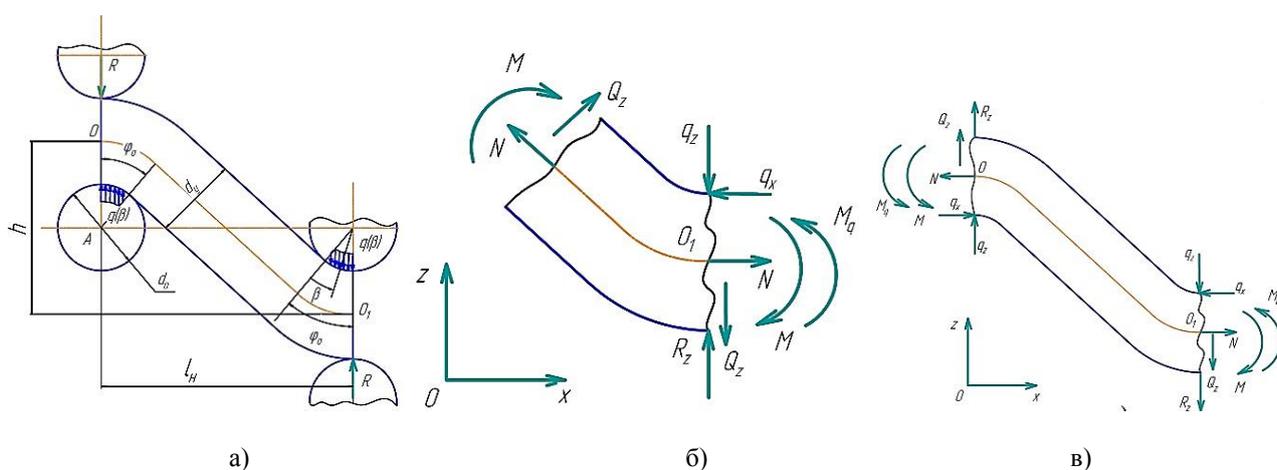


Рис. 3

Зная r_s и r_H , можно определить ϵ относительное удлинение произвольного слоя нити в зоне изгиба, нормальную силу N и изгибающий момент M в поперечном сечении уточины интегралами [2]:

$$N = \int \sigma(\epsilon) dF, \quad M = \int \sigma(\epsilon) z dF. \quad (11)$$

Для вычисления (11) необходимо экспериментальное исследование характеристики напряжение-деформация $\sigma(\epsilon)$ материала нити утка и представление ее аналитической зависимостью. Например, как в [4], в виде параболической зависимости, полученной методом наименьших квадратов. В раскрытом виде данные интегралы показаны в работе [5].

Рассмотрим элемент геометрического строения тканой структуры в разрезе вдоль нити утка среднего слоя. В зоне контакта (рис. 3-а) на элемент утка со стороны нитей основы действует распределенная нагрузка $q(\beta)$, интенсивность которой можно заменить приведенной в концевое сечение нити утка сосредоточенной силой, разложенной на две составляющие q_x и q_z , и приведенным моментом M_q .

На рис. 3 представлена расчетная схема к приближенному определению поперечных усилий Q_z .

Очевидно,

$$\begin{cases} q_x = \int_0^{\varphi_0} r_o q(\beta) \sin(\varphi_0 - \beta) d\beta, \\ q_z = \int_0^{\varphi_0} r_o q(\beta) \cos(\varphi_0 - \beta) d\beta, \\ M_q = \int_0^{\varphi_0} \frac{r_o q(\beta)}{2} \cos(\varphi_0 - \beta) d\beta. \end{cases} \quad (12)$$

Определение зависимости $q(\beta)$ представляет определенные сложности, так как необходим учет смятия нитей в зоне контакта. Предположим, что для рассматриваемого среднего слоя данной тканой структуры в месте охвата нити утка нитью основы площадка контакта невелика. Тогда в приближении можно принять:

$$q(\beta) = q(\beta = 0) = N \sin \varphi_0. \quad (13)$$

Тогда (12) можно записать:

$$\begin{cases} q_x = \int_0^{\varphi_0} r_o N \sin \varphi_0 \sin(\varphi_0 - \beta) d\beta, \\ q_z = \int_0^{\varphi_0} r_o N \sin \varphi_0 \cos(\varphi_0 - \beta) d\beta, \\ M_q = \int_0^{\varphi_0} \frac{r_o N \sin \varphi_0}{2} \cos(\varphi_0 - \beta) d\beta. \end{cases} \quad (14)$$

С другой стороны, на элемент утка со стороны нитей основы действует усилие R (рис. 3-а), полагая, что нити контактируют как при геометрическом контакте двух цилиндров с перекрещивающимися осями – в точке.

Поперечные усилия Q_z в концевых сечениях есть результат силового взаимодействия нити утка с нитями основы. Это утверждение можно доказать, выполнив промежуточное сечение нити утка плоскостью, параллельной ее поперечному сечению, и рассмотрев равновесие одной оставшейся части, например, правой (рис. 3-б). Запишем условие равенства проекций всех сил на ось OZ :

$$R_z - Q_z + Q_z \cos(\varphi_0) - q_z + N \sin(\varphi_0) = 0. \quad (15)$$

Поперечные усилия Q_z находятся из условия равновесия $\Sigma M=0$ для всего выделенного элемента утка (рис. 3-в). Приняв $\Sigma M_0=0$, имеем:

$$2M_q - Q_z l_n + R_z l_n - q_z l_n - q_x (h - r_y) + N h + q_x r_y = 0. \quad (16)$$

Решая совместно уравнения (5), (9)...(16), определим силы Q_z, R_z, q_z взаимодействия нити утка с нитями основы в зависимости от фазы строения, геометрических параметров многослойной тканой структуры, характеристики $\sigma(\varepsilon)$ материала утка при допущении о прямолинейности геометрической оси утка в зоне между двумя соседними нитями основы. Решение для уточной нити верхнего слоя может быть получено на основании формул (5), (9)...(16), исключив усилие R .

Определение сил, действующих со стороны нити утка на нити основы, открывает возможность определения требуемых показателей напряженно-деформированного состояния многослойной тканой структуры.

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрена геометрическая модель многослойной тканой структуры с учетом геометрических характеристик нитей утка и нитей основы.

2. Разработана математическая модель квазистатического деформированного состояния нити утка многослойной тканой структуры, учитывающая функциональную связь между возникающими в сечениях проволоки нормальными напряжениями и ее относительным удлинением.

3. Модель позволяет определить геометрические характеристики элемента утка и силовые характеристики в его поперечных сечениях в зависимости от параметров многослойной тканой структуры: высоты волны геометрической оси нитей утка, плотности по основе, диаметров нитей основы и утка.

4. Поставлена задача анализа напряженно-деформированного состояния многослойной тканой структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абросимов Н.А.* Методика построения разрешающей системы уравнений динамического деформирования композитных элементов конструкций. – Н. Новгород, 2010.
2. *Беляев Н.М.* Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1976.
3. *Суров В.А.* Обобщенная теория динамики упругих систем батанных механизмов и ее приложение к рапирным металлотацким станкам: Дис. ...докт. техн. наук. – Иваново: ИГТА, 2005.
4. *Гао Бинь, Суров В.А.* Статика деформированной уточной металлони́ти // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2002, № 3. С.85...88.
5. *Гао Бинь.* Совершенствование процесса при­боя утка на металлотацких станках при выработке сеток полотняного переплетения: Дис. ...канд. техн. наук. – Иваново, 2003.

REFERENCES

1. Abrosimov N.A. Metodika postroeniya razreshayushchey sistemy uravneniy dinamicheskogo deformirovaniya kompozitnykh elementov konstruktsey. – N. Novgorod, 2010.
2. Belyaev N.M. Soprotivlenie materialov. – M.: Nauka, 1976.
3. Surov V.A. Obobshchennaya teoriya dinamiki uprugikh sistem batannykh mekhanizmov i ee prilozhenie k rapirnym metallotkatskim stankam: Dis....dokt. tekhn. nauk. – Ivanovo: IGTA, 2005.
4. Gao Bin', Surov V.A. Statika deformirovannoy utochnoy metalloniti // Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. – 2002, № 3. S.85...88.
5. Gao Bin'. Sovershenstvovanie protsessa priboya utka na metallotkatskikh stankakh pri vyrabotke setok polotnyanogo perepleteniya: Dis. ...kand. tekhn. nauk. – Ivanovo, 2003.

Рекомендована кафедрой технологических машин и оборудования ИВГПУ. Поступила 24.04.18.
