

**ДИАГРАММНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА
СТЕРЖНЕВЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ
В КОНЕЧНЫХ ПРИРАЩЕНИЯХ
В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ НИЗКИХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ТЕМПЕРАТУР**

**THE DIAGRAM METHOD OF CALCULATION
OF ROD REINFORCED CONCRETE STRUCTURES
IN FINITE INCREMENTS
IN CONDITIONS OF LOW NEGATIVE TEMPERATURES**

Н.И. КАРПЕНКО, С.Н. КАРПЕНКО, А.Н. ПЕТРОВ, В.Н. ЯРМАКОВСКИЙ, Д.З. КАДИЕВ

N.I. KARPENKO, S.N. KARPENKO, A.N. PETROV, V.N. YARMAKOVSKY, D.Z. KADIEV

(Научно-исследовательский институт строительной физики
Российской академии архитектуры и строительных наук,
Петрозаводский государственный университет)

(Research Institute of Building Physics of Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences,
Petrozavodsk State University)

E-mail: niisf_lab9@mail.ru; petr@psu.karelia.ru; yarmakovsky@yandex.ru

Разработаны аналитические зависимости для диаграмм деформирования замороженного бетона и арматуры, и на основе разработанных диаграмм построены физические соотношения для расчета стержневых железобетонных конструкций в конечных приращениях (на приращениях нагрузок).

Физические соотношения в конечных приращениях позволяют заменить многоитерационные методы решения задач с учетом физической нелинейности бетона и трещинообразования на более эффективные слабоитерационные и безитерационные.

Developed analytical relationships for the deformation diagrams of frozen concrete and reinforcement. On the basis of the developed diagrams, physical relations for the calculation of rod reinforced concrete structures in finite increments (at increments of loads) are made.

Physical relations in finite increments allow to replace multi-iterative methods of solving problems taking into account the physical nonlinearity of concrete and cracking with more effective weakly iterative and non-iterative methods.

Ключевые слова: диаграммы, низкие отрицательные температуры, конечные приращения, стержневые конструкции, косой изгиб, косое внецентренное сжатие, физические соотношения в приращениях.

Keywords: diagrams, low negative temperatures, the final increments, the rod structures, oblique bending, oblique eccentric compression, physical ratio in increments.

Исходные диаграммы деформирования бетона и арматуры в условиях действия низких отрицательных температур. Принимаются аналитические зависимости для диа-

грамм, представленные в работах [1], [2], с дополнительным введением поправочных коэффициентов β_{TE} , β_{TR} и β_{TE} , учитывающих влияние отрицательных температур соот-

ветственно на модуль, прочность бетона в вершине диаграммы (на R_b) и значение относительных деформаций в вершине диаграммы.

При этом модуль замороженного бетона, который обозначается E_{bT} , равен:

$$E_{bT} = E_b \beta. \quad (1)$$

Напряжения в вершине диаграммы замороженного бетона:

$$\hat{\sigma}_{bT} = \hat{\sigma}_b \beta_R, \quad (2)$$

где $\hat{\sigma}_b = R_b$ – призмная прочность бетона при $t = +20^\circ\text{C}$.

Продольные деформации в вершине диаграммы замороженного бетона:

$$\hat{\varepsilon}_{bT} = \hat{\varepsilon}_b \beta_\varepsilon, \quad (3)$$

где $\hat{\varepsilon}_b$ – деформации в вершине диаграммы при $t = +20^\circ\text{C}$, которые определяются по указаниям [7].

Значения коэффициентов β_{TE} , β_{TR} и $\beta_{T\varepsilon}$ исследованы в [3], [4] на основании анализа данных экспериментальных исследований [5], [6]. Показано, что на значение этих коэффициентов существенное влияние оказывают такие технологические факторы, как водоцементное отношение (В/Ц) и влажность W образцов бетона начала действия отрицательных температур на основании данных экспериментальных исследований, представленных в [5], [6].

Определив $\hat{\sigma}_{bT}$, $\hat{\varepsilon}_{bT}$, E_{bT} , можно вычислить коэффициент секущего модуля, соответствующий вершине диаграммы деформирования бетона в замороженном состоянии:

$$\hat{\nu}_{bT} = \frac{\hat{\sigma}_{bT}}{\hat{\varepsilon}_{bT} E_{bT}}. \quad (4)$$

Секущий модуль для промежуточных уровней нагружения:

$$\eta = \frac{\sigma_b}{\hat{\sigma}_{bT}} \quad (5)$$

определяется по зависимости из [1] с учетом замены $\hat{\nu}_b$ на $\hat{\nu}_{bT}$:

$$\nu_b = \hat{\nu}_{bT} + (1 - \hat{\nu}_{bT}) \sqrt{1 - \omega_1 \eta - (1 - \omega_1) \eta^2}, \quad (6)$$

где ω_1 – параметр кривизны диаграммы,

$$\omega_1 = 2 - 2,5 \hat{\nu}_{bT}.$$

Вычисляя ν_b для различных уровней напряжений σ_b , можно определить соответствующие значения деформаций бетона по формуле:

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{\nu_b E_{bT}}. \quad (7)$$

Представленные выше зависимости относятся к определению деформаций бетона при сжатии.

Диаграмма деформирования тяжелого бетона при одноосном растяжении корректируется следующим образом. В зависимостях (8)...(10) σ_b заменяется на σ_{bt} , $\hat{\sigma}_{bt}$ на $\hat{\sigma}_{bT}$, ν_b на ν_{bt} , $\hat{\nu}_{bt}$ на $\hat{\nu}_{bT}$, $R_b = R_{bt}$.

При этом

$$\hat{\sigma}_{bT} = R_{bt} \beta_{Rt}, \quad (8)$$

$$\hat{\nu}_{bT} = (0,6 + 0,15 R_{bt} / R_{b0}) / \gamma_{bT}, \quad (9)$$

$$R_{b0} = 2,5 \text{ МПа},$$

где согласно данным экспериментальных исследований [8] можно принять:

$$\beta_{Rt} = 1 + \left[0,15 + 0,5 \left(\frac{W\% - 3\%}{1\%} \right) \right] \left(\frac{20^\circ\text{C} - t^\circ\text{C}}{90^\circ\text{C}} \right), \quad (10)$$

$$\gamma_{bt} = 1 + 0,1 \left(\frac{W\% - 3\%}{1\%} \right) \left(\frac{20^\circ\text{C} - t^\circ\text{C}}{90^\circ\text{C}} \right). \quad (11)$$

Диаграммы деформирования арматуры.

На диаграммы деформирования арматуры отрицательные температуры оказывают малое влияние. В связи с этим зависимости между напряжениями и деформациями для арматуры могут приниматься в виде:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s v_s}, \quad (12)$$

где на линейном отрезке диаграммы $v_s = 1$, на нелинейном участке v_s определяется по формуле (6), в которой v_b , \hat{v}_{bt} , σ_b заменяются соответственно на v_s , \hat{v}_s , σ_s ; последние определяются в зависимости от вида нелинейных участков диаграмм деформирования арматуры по рекомендациям [1], [7]. Зависимости (8) используются для описания деформаций железобетонного элемента в сечениях или части сечений, где отсутствуют трещины и соблюдается условие совместности деформаций арматуры и бетона ($\varepsilon_s = \varepsilon_b$). В части сечения с трещинами это условие нарушается и вводятся средние деформации ε_s арматуры на участках между трещинами и напряжения σ_s арматуры в трещинах, которые определяются по зависимости:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s \Psi_s}{E_s v_s} = \frac{\sigma_s}{E_s v_{sm}}, \quad (13)$$

где $v_{sm} = v_s / \Psi_s$, Ψ_s – коэффициент В.И. Мурашева, учитывающий влияние частичного сцепления арматуры с бетоном между трещинами на средние деформации арматуры, которые определяются по формулам из [2].

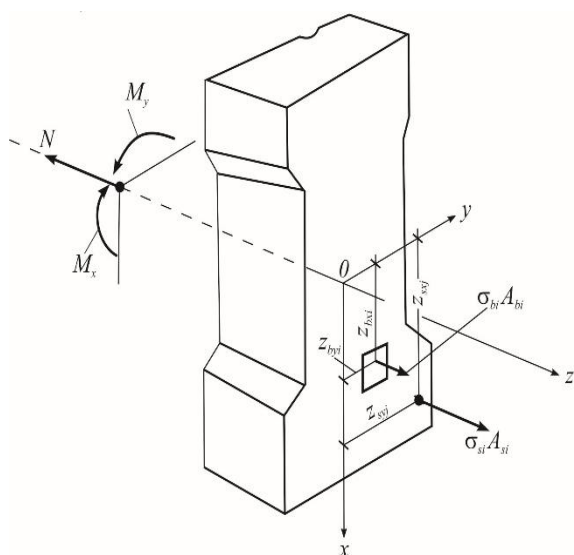


Рис. 1

Общий вид физических соотношений.

Метод вывода основных физических соотношений для расчета стержневых железобетонных конструкций в общем случае косоугольного изгиба и косоугольного внецентренного сжатия указан в [9]. При этом рассматриваются стержневые железобетонные элементы некоторого сложного сечения, подвергнутого действию двух изгибающих моментов M_x , M_y , действующих соответственно в плоскостях OY и OX и нормальной силы N , действующей вдоль оси Z (рис. 1 – расчетная схема нормального сечения железобетонного элемента).

Изгибающие моменты и нормальная сила связываются с напряжениями в бетоне и арматуре на основе численного интегрирования. Для этого сечение элемента разделяется на i -элементарных участков бетона с площадями ΔA_{bi} и координатами центра тяжести Z_{bxi} , Z_{byi} (i – номера участков бетона). Каждый арматурный стержень представляется площадью A_{sk} в части сечения без трещин и площадью A_{sj} – для участков сечения с трещинами (k, j – номера арматурных стержней) и фиксируется координатами его центра тяжести Z_{syi} , Z_{szxi} . Вводятся следующие обозначения для напряжений и относительных деформаций:

σ_{bi} , ε_{bi} – напряжения и относительные деформации бетона на i -м участке без трещин;

σ_{sk} , ε_{sk} – напряжения и относительные деформации арматуры на участках без трещин;

σ_{sj} , ε_{sj} – соответственно напряжения в арматуре в трещинах и ее средние деформации на участках между трещинами;

ε_{bi}^0 , ε_{sk}^0 , ε_{sj}^0 – температурные деформации соответственно бетона, арматуры в области сечения без трещин и арматуры в области сечения с трещиной.

Напряжения σ_{bi} в бетоне на участках i без трещин, напряжения в арматуре σ_{sk} на участках без трещин и напряжения σ_{sj} в арматуре в трещинах определяются по зависимостям:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{bi} &= (\varepsilon_i - \varepsilon_{bi}^0) E_b v_{bi}, \\ \sigma_{sk} &= (\varepsilon_k - \varepsilon_{sk}^0) E_s v_{sk}, \\ \sigma_{sj} &= (\varepsilon_j - \varepsilon_{sj}^0) E_s v_{smj}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где v_{bi} , v_{sk} , v_{smj} – коэффициенты секущих модулей соответственно бетона, арматуры в сечениях без трещин и в сечениях с трещинами, определяемые по представленным выше диаграммам с учетом действия отрицательных температур; ε_{bi}^0 , ε_{sk}^0 , ε_{sj}^0 – температурные деформации:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{bi}^0 &= \alpha_{bi} t_i, \\ \varepsilon_{sk}^0 &= \alpha_{sk} t_k, \\ \varepsilon_{sj}^0 &= \alpha_{sj} t_j. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Здесь t_i , t_k , t_j – приращения температуры на участках i , k , j .

Относительные деформации в бетоне и арматуре выражаются через r_x – кривизну элемента в плоскости ZOY, r_y – кривизну элемента в плоскости ZOX и ε_0 – относительные удлинения на уровне оси Z по зависимостям гипотезы плоских сечений. Для элементов с трещинами гипотеза плоских сечений считается справедливой для средних деформаций на участке между трещинами.

На основе указанных предпосылок устанавливаются физические соотношения вида:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ \varepsilon_0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} M_x^0 \\ M_y^0 \\ N_t^0 \end{Bmatrix}, \quad (16)$$

где M_x^0 , M_y^0 , N_t^0 – условные (эквивалентные) усилия, вызываемые температурными деформациями ε_{bi}^0 , ε_{sk}^0 , ε_{sj}^0 и определяемые по зависимостям:

$$\left. \begin{aligned} M_x^0 &= \sum_i \varepsilon_{bi}^0 A_{bi} z_{bxi} E_b v_{bi} + \sum_k \varepsilon_{sk}^0 A_{sk} z_{sxx} E_s v_{sk} + \sum_j \varepsilon_{sj}^0 A_{sj} z_{sxj} E_s v_{smj}, \\ M_y^0 &= \sum_i \varepsilon_{bi}^0 A_{bi} z_{byi} E_b v_{bi} + \sum_k \varepsilon_{sk}^0 A_{sk} z_{syk} E_s v_{sk} + \sum_j \varepsilon_{sj}^0 A_{sj} z_{syj} E_s v_{smj}, \\ N_t^0 &= \sum_i \varepsilon_{bi}^0 A_{bi} E_b v_{bi} + \sum_k \varepsilon_{sk}^0 A_{sk} E_s v_{sk} + \sum_j \varepsilon_{sj}^0 A_{sj} E_s v_{smj}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

D_{ij} – жесткости элемента, которые вычис-

ляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} D_{11} &= \sum_i A_{bi} z_{1bi}^2 E_b v_{bi} + \sum_k A_{sk} z_{1sk}^2 E_s v_{sk} + \sum_j A_{sj} z_{1sj}^2 E_s v_{smj}, \\ D_{12} &= \sum_i A_{bi} z_{1bi} z_{2bi} E_b v_{bi} + \sum_k A_{sk} z_{1sk} z_{2sk} E_s v_{sk} + \sum_j A_{sj} z_{1sj} z_{2sj} E_s v_{smj}, \\ D_{13} &= \sum_i A_{bi} z_{1bi} E_b v_{bi} + \sum_k A_{sk} z_{1sk} E_s v_{sk} + \sum_j A_{sj} z_{1sj} E_s v_{smj}, \\ D_{22} &= \sum_i A_{bi} z_{2bi}^2 E_b v_{bi} + \sum_k A_{sk} z_{2sk}^2 E_s v_{sk} + \sum_j A_{sj} z_{2sj}^2 E_s v_{smj}, \\ D_{23} &= \sum_i A_{bi} z_{2bi} E_b v_{bi} + \sum_k A_{sk} z_{2sk} E_s v_{sk} + \sum_j A_{sj} z_{2sj} E_s v_{smj}, \\ D_{33} &= \sum_i A_{bi} E_b v_{bi} + \sum_k A_{sk} E_s v_{sk} + \sum_j A_{sj} E_s v_{smj}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Метод преобразования физических соотношений (16)...(18) в физические соотношения в конечных приращениях.

Используем подход, разработанный в [10], [11]. Соотношения (16)...(18) записы-

ваются для двух ступеней нагрузки $P_{(n)}$ и $P_{(n+1)} = (P_n + \Delta P)$ и из второй системы $(n+1)$ вычитается система (n) :

$$\begin{aligned} (M_{x(n+1)} - M_{x(n)}) &= (D_{11(n+1)}r_{x(n+1)} - D_{11(n)}r_{x(n)}) + (D_{12(n+1)}r_{y(n+1)} - D_{12(n)}r_{y(n)}) + \\ &+ (D_{13(n+1)}\varepsilon_{0(n+1)} - D_{13(n)}\varepsilon_{0(n)}) - (M_{x(n+1)}^0 - M_{x(n)}^0), \\ (M_{y(n+1)} - M_{y(n)}) &= (D_{12(n+1)}r_{x(n+1)} - D_{12(n)}r_{x(n)}) + (D_{22(n+1)}r_{y(n+1)} - D_{22(n)}r_{y(n)}) + \\ &+ (D_{23(n+1)}\varepsilon_{0(n+1)} - D_{23(n)}\varepsilon_{0(n)}) - (M_{y(n+1)}^0 - M_{y(n)}^0), \\ (N_{(n+1)} - N_{(n)}) &= (D_{13(n+1)}r_{x(n+1)} - D_{13(n)}r_{x(n)}) + (D_{23(n+1)}r_{y(n+1)} - D_{23(n)}r_{y(n)}) + \\ &+ (D_{33(n+1)}\varepsilon_{0(n+1)} - D_{33(n)}\varepsilon_{0(n)}) - (N_{t(n+1)}^0 - N_{t(n)}^0). \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь

$$\begin{aligned} (M_{x(n+1)} - M_{x(n)}) &= \Delta M_x; \quad (M_{y(n+1)} - M_{y(n)}) = \Delta M_y, \\ (N_{(n+1)} - N_{(n)}) &= \Delta N; \quad (M_{x(n+1)}^0 - M_{x(n)}^0) = \Delta M_x^0, \\ (M_{y(n+1)}^0 - M_{y(n)}^0) &= \Delta M_y^0; \quad (N_{t(n+1)}^0 - N_{t(n)}^0) = \Delta N_t^0, \end{aligned} \quad (20)$$

где ΔM_x , ΔM_y , ΔN – конечные приращения моментов M_x , M_y и силы N ; ΔM_x^0 , ΔM_y^0 , ΔN_t^0 – конечные приращения условных усилий от действия температуры; аналогично – конечные приращения кривизны r_x и r_y и относительных деформаций $\varepsilon_{(0)}$ составляют:

$$\begin{aligned} r_{x(n+1)} - r_{x(n)} &= \Delta r_x, \\ r_{y(n+1)} - r_{y(n)} &= \Delta r_y, \\ \varepsilon_{0(n+1)} - \varepsilon_{0(n)} &= \Delta \varepsilon_0. \end{aligned} \quad (21)$$

Умножив и одновременно разделив первые разности в правой части (19) на Δr_x ,

вторые – на Δr_y и третьи – на $\Delta \varepsilon_0$, находим:

$$\left. \begin{aligned} D_{11}^k &= \frac{D_{11(n+1)}r_{x(n+1)} - D_{11(n)}r_{x(n)}}{\Delta r_x}, \\ D_{22}^k &= \frac{D_{22(n+1)}r_{y(n+1)} - D_{22(n)}r_{y(n)}}{\Delta r_y}, \\ D_{33}^k &= \frac{D_{33(n+1)}\varepsilon_{0(n+1)} - D_{33(n)}\varepsilon_{0(n)}}{\Delta \varepsilon_0}, \\ D_{12}^k &= \frac{1}{2} \left[\frac{D_{12(n+1)}r_{y(n+1)} - D_{12(n)}r_{y(n)}}{\Delta r_y} + \frac{D_{12(n+1)}r_{x(n+1)} - D_{12(n)}r_{x(n)}}{\Delta r_x} \right], \\ D_{13}^k &= \frac{1}{2} \left[\frac{D_{13(n+1)}\varepsilon_{0(n+1)}^0 - D_{13(n)}\varepsilon_{0(n)}^0}{\Delta \varepsilon_0^0} + \frac{D_{13(n+1)}r_{x(n+1)} - D_{13(n)}r_{x(n)}}{\Delta r_x} \right], \\ D_{23}^k &= \frac{1}{2} \left[\frac{D_{23(n+1)}\varepsilon_{0(n+1)}^0 - D_{23(n)}\varepsilon_{0(n)}^0}{\Delta \varepsilon_0^0} + \frac{D_{23(n+1)}r_{y(n+1)} - D_{23(n)}r_{y(n)}}{\Delta r_y} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Усреднение побочных коэффициентов вводится, чтобы избежать погрешностей в определении побочных коэффициентов на приращениях, которые будут приводить к нарушению симметрии и усложнению расчетов.

С учетом (22) зависимости (16) преобразовываются к виду:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_x \\ \Delta M_y \\ \Delta N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^k & D_{12}^k & D_{13}^k \\ D_{12}^k & D_{22}^k & D_{23}^k \\ D_{13}^k & D_{23}^k & D_{33}^k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_x \\ \Delta \epsilon_y \\ \Delta \epsilon_0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Delta M_x^0 \\ \Delta M_y^0 \\ \Delta N_t^0 \end{Bmatrix}. \quad (23)$$

Зависимости (23), как и зависимости (16), могут использоваться в построениях конечных элементов для расчета стержневых железобетонных конструкций, эксплуатируемых в условиях действия отрицательных температур. Однако конечно-элементные модели, построенные на основании (23), для решения задач, учитывая существенную физическую нелинейность, требуют применения шагово-итерационных методов с большим количеством итераций. Как показал опыт расчета плит и балок-стенок без учета влияния температурных деформаций [11], использование физических соотношений в виде (23) позволяет производить расчеты безитерационным или слабо-итерационным методами.

ВЫВОДЫ

1. На основании анализа результатов экспериментальных исследований выполнена корректировка диаграмм деформирования бетона и арматуры применительно к условиям действия низких отрицательных температур в диапазоне от +20°C до -70°C.

2. Представлено построение физических соотношений в конечных приращениях, предназначенных для расчета стержневых железобетонных конструкций современными вычислительными методами (МКЭ и др.) в условиях совместного действия нагрузок и значительных по величине отрицательных температур с использованием слабоитерационных и безитерационных подходов для решения разрешающих систем уравнений с учетом физической нелинейности.

1. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. С. 92...126.

2. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. О диаграммной методике расчета деформаций стержневых элементов и ее частных случаях // Бетон и железобетон. – 2012, №6. С.20...27.

3. Карпенко Н.И., Ярмаковский В.Н., Карпенко С.Н., Кадиев Д.З. О построении диаграммного метода расчета стержневых железобетонных конструкций в условиях действия низких отрицательных температур // Изв. вузов. Строительство. – 2018, №6 (714), июнь. С. 5...17.

4. Карпенко Н.И., Ярмаковский В.Н., Карпенко С.Н., Кадиев Д.З. К диаграммам деформирования бетона под нагрузкой при действии температуры до минус 70°C в зависимости от его структурно-технологических характеристик // Строительные материалы. – 2018, №6. С. 13...19.

5. Москвин В.М., Капкин М.М., Савицкий А.Н., Ярмаковский В.М. Бетон для строительства в суровых климатических условиях. – Л.: Ленинградское отделение Стройиздата, 1973. С. 168.

6. Ярмаковский В.Н. О методе расчета железобетонных конструкций повышенной морозостойкости // НИИЖБ: Повышение стойкости бетона и железобетона при воздействии агрессивных сред. – М., 1975. С. 34...39.

7. Статически неопределимые железобетонные конструкции. Диаграммные методы автоматизированного расчета и проектирования. – М.: Федеральный центр нормирования, стандартизации и оценки соответствия в строительстве, 2017.

8. Истомина А.Д. Работа центрально-растянутых железобетонных элементов при отрицательной температуре // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2017, №2. С. 141...144.

9. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Ярмаковский В.Н. Диаграммный метод расчета стержневых железобетонных конструкций, эксплуатируемых при воздействии низких отрицательных температур // Academia. Архитектура и строительство. – 2017, №1.

10. Карпенко С.Н. Построение общей методики расчета железобетонных стержневых конструкций в форме конечных приращений // Бетон и железобетон. – 2005, №1. С.13...18.

11. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Петров А.Н., Паловина С.Н. Модель деформирования железобетона в приращениях и расчет железобетонных балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2013. С. 200.

REFERENCES

1. Karpenko N.I. Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona. – M.: Stroyizdat, 1996. S. 92...126.

2. Karpenko N.I., Karpenko S.N. O diagrammnoy metodike rascheta deformatsiy sterzhnevykh elementov i ee chastnykh sluchayakh // Beton i zhelezobeton. – 2012, №6. S.20...27.

3. Karpenko N.I., Yarmakovskiy V.N., Karpenko S.N., Kadiev D.Z. O postroenii diagrammnogo metoda rascheta sterzhnevyykh zhelezobetonnykh konstruktсий v usloviyakh deystviya nizkikh otritsatel'nykh temperatur // *Izv. vuzov. Stroitel'stvo*. – 2018, №6 (714), iyun'. S. 5...17.
4. Karpenko N.I., Yarmakovskiy V.N., Karpenko S.N., Kadiev D.Z. K diagrammam deformirovaniya betona pod nagruzkoj pri deystvii temperatury do minus 70°C v zavisimosti ot ego strukturno-tekhnologicheskikh kharakteristik // *Stroitel'nye materialy*. – 2018, №6. S. 13...19.
5. Moskvina V.M., Kapkin M.M., Savitskiy A.N., Yarmakovskiy V.M. Beton dlya stroitel'stva v surovykh klimaticheskikh usloviyakh. – L.: Leningradskoe otdelenie Stroyizdata, 1973. S. 168.
6. Yarmakovskiy V.N. O metode rascheta zhelezobetonnykh konstruktсий povyshennoy morozostoykosti // *NIIZhB: Povyshenie stoykosti betona i zhelezobetona pri vozdeystvii agressivnykh sred*. – M., 1975. S.34...39.
7. Sticheski neopredelimeye zhelezobetonnye konstruktсии. Diagrammnye metody avtomatizirovannogo rascheta i proektirovaniya. – M.: Federal'nyy tsentr normirovaniya, standartizatsii i otsenki sootvetstvie v stroitel'stviya, 2017.
8. Istomin A.D. Rabota tsentral'no-rastyanyutykh zhelezobetonnykh elementov pri otritsatel'noy temperature // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti*. – 2017, №2. S. 141...144.
9. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Yarmakovskiy V.N. Diagrammnyy metod rascheta sterzhnevyykh zhelezobetonnykh konstruktсий, ekspluatiruemykh pri vozdeystvii nizkikh otritsatel'nykh temperatur // *Academia. Arkhitektura i stroitel'stvo*. – 2017, №1.
10. Karpenko S.N. Postroenie obshchey metodiki rascheta zhelezobetonnykh sterzhnevyykh konstruktсий v forme konechnykh prirashcheniy // *Beton i zhelezobeton*. – 2005, №1. S.13...18.
11. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Petrov A.N., Palyuvina S.N. Model' deformirovaniya zhelezobetona v prirashcheniyakh i raschet zhelezobetonnykh balok-stenok i izgibaemykh plit s treshchinami. – Petrozavodsk: Izd-vo PetrGU, 2013. C. 200.

Рекомендована Ученым советом НИИСФ РААСН.
Поступила 18.06.19.