

УДК 539.434:677.494

**ПОВЫШЕНИЕ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ
ПОЛИМЕРНЫХ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ
НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КРИТЕРИЕВ
ДОСТОВЕРНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВЯЗКОУПРУГОСТИ НА СТАДИИ ИХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ
И ОРГАНИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА***

**INCREASE OF COMPETITIVENESS
OF POLYMERIC TEXTILE MATERIALS
ON THE BASIS OF APPLICATION OF INTEGRAL CRITERIA
OF RELIABILITY OF MATHEMATICAL MODELING
OF VISCOELASTIC ELASTICITY AT THE STAGE OF THEIR DESIGN
AND ORGANIZATION OF PRODUCTION**

Н.В. ПЕРЕБОРОВА, А.В. ДЕМИДОВ, А.Г. МАКАРОВ, Н.С. КЛИМОВА

N.V. PEREBOROVA, A.V. DEMIDOV, A.G. MAKAROV, N.S. KLIMOVA

(Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна)

(Saint-Petersburg State University of Industrial Technologies and Design)

E-mail: nina1332@yandex.ru; rector@sutd.ru; makvin@mail.ru; nsk-klimova@yandex.ru

Предлагаемые интегральные критерии достоверности математического моделирования вязкоупругости полимерных текстильных материалов разрабатываются на основе определяющих соотношений Больцмана-Вольтерра. Их практическая реализация предполагает большой объем численных вычислений, что обосновывает необходимость использования современных информационных технологий и компьютерной техники. Разработанные интегральные критерии достоверности математического моделирования вязкоупругости полимерных текстильных материалов предлагаются использовать для повышения конкурентоспособности этих материалов, так как применение указанных критериев позволяет получить информацию о функциональных и эксплуатационных свойствах того или иного материала.

* Работа финансировалась в рамках выполнения базовой части государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ, Проект № 11.4696.2017/8.9.

The proposed integral criteria for the reliability of mathematical modeling of viscoelasticity of polymeric textile materials are developed on the basis of the determining Boltzmann-Volterra relations. Their practical implementation involves a large amount of numerical calculations, which justifies the need for the use of modern information technologies and computer technology. It is proposed to use the developed integral criteria for the reliability of mathematical modeling of the viscoelasticity of polymeric textile materials to increase the competitiveness of these materials, since the application of these criteria allows obtaining information about the functional and operational properties of a particular material.

Ключевые слова: текстильные материалы, критерий достоверности, релаксационно-восстановительные процессы, математическое моделирование, компьютерное прогнозирование, конкурентоспособность.

Keywords: textile materials, reliability criterion, relaxation-recovery processes, mathematical modeling, computer forecasting, competitiveness.

Достоверность математического моделирования вязкоупругости полимерных текстильных материалов существенно зависит от разных факторов, среди которых: точность экспериментальных данных, адекватность физической и математической модели, оптимальность выбора метода математического моделирования и др. Увеличение точности прогноза на основе данных эксперимента можно осуществить посредством использования более точной аппаратуры для измерений, а также увеличением числа экспериментальных испытаний для повышения репрезентативности данных эксперимента [1...3]. Альтернативными путями повышения точности математического моделирования вязкоупругости полимерных текстильных материалов являются методы, основанные на использовании интегральных критериев достоверности математического моделирования указанной вязкоупругости.

Математическое моделирование вязкоупругости полимерных текстильных материалов, на основе которого можно прогнозировать релаксационные и восстановительные процессы указанных материалов, целесообразно осуществлять с помощью определяющих интегральных соотношений Больцмана-Вольтерра с различными интегральными ядрами [4...7]:

$$\sigma_t = E_o \varepsilon_t - (E_o - E_\infty) \int_0^t \varepsilon_\theta \Phi'_{\varepsilon; t-\theta} d\theta, \quad (1)$$

где t – время; σ_t – напряжение; ε_t – деформация; E_∞ – модуль вязкоупругости; E_o – модуль упругости; $\Phi'_{\varepsilon; t}$ – ядро релаксации.

В качестве подынтегрального ядра $\Phi'_{\varepsilon; t}$ целесообразно выбрать производную одной из следующих интегральных функций вероятностных распределений, традиционно используемых для математического моделирования вязкоупругости полимерных текстильных материалов [8...11]:

$$\Phi_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{a_n^{-1} \ln(t/\tau)} e^{-z^2/2} dz \quad (2)$$

– ИВ (интеграл вероятностей, характеризующий нормальное распределение);

$$\Phi_t = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{th} \left(\frac{A}{2} \ln \frac{t}{\tau} \right) \right) = \left(1 + \left(\frac{t}{\tau} \right)^{-A} \right)^{-1} \quad (3)$$

– ГТ (гиперболический тангенс);

$$\Phi_t = 1 - e^{-(t/\tau)^k} \quad (4)$$

– ФК (функция Кольрауша, не обладающая центрально-симметричным графиком, в отличие от ИВ и ГТ, но имеющая относительно простой вид);

$$\varphi_t = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{b_n} \ln \frac{t}{t_1} \right) \quad (5)$$

– НАЛ (нормированный арктангенс логарифма, характеризующий вероятностное распределение Коши).

Здесь a_n, A, k, b_n – параметры интенсивности процесса релаксации, характеризующие скорость указанного процесса; t/τ – приведенное время.

Наличие нескольких математических моделей, в которых применяются разные подынтегральные функции, оправдано и позволяет получать результаты релаксационно-восстановительных прогнозов, независимые друг от друга. Прогнозируемые релаксационно-восстановительные характеристики, полученные усреднением характеристик, определенных с использованием разных математических моделей, обладают более высокой степенью достоверности, чем характеристики, определенные с использованием одной математической модели [12...14].

При прогнозировании релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов на основе рассмотренных математических моделей возникает вопрос о достоверности такого прогнозирования. Ответ на это дает критерий достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов [15...17]:

$$\max_{t \in [0, T]} \left| \chi \left(\ln \frac{t}{\tau_\sigma} \right) - 1 \right| \rightarrow \min, \quad (6)$$

где T – полное время прогнозирования;

$\chi \left(\ln \frac{t}{\tau_\sigma} \right) - 1$ – интегральная функция:

$$\chi \left(\ln \frac{t}{\tau_\sigma} \right) = E_o D_{\sigma t} + \int_0^t D_{\sigma \theta} E'_{\varepsilon; t-\theta} d\theta.$$

Здесь $D_{\sigma t} = \frac{\varepsilon_t}{\sigma}$ – податливость; $E_{\sigma t} = \frac{\sigma_t}{\varepsilon}$

– модуль релаксации.

Критерий достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов (6) получен из уравнения (1) при $\sigma = \text{const}$:

$$E_o D_{\sigma t} + \int_0^t D_{\sigma \theta} E'_{\varepsilon; t-\theta} d\theta = 1, \quad (7)$$

где $E'_{\sigma t} = \partial E_{\sigma t} / \partial (\ln(t/t_1))$.

Идея критерия достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов основана на том факте, что чем более удачным будет выбор интегрального ядра $\varphi'_{\sigma t}$, а следовательно, и $E_{\sigma t}$, тем отклонение левой части (7) от "единичного" значения будет наименьшим [18...20].

На рис. 1 и рис. 2 приводятся примеры применения интегрального критерия (7) достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов в виде графиков интегральных функций

(6) $\chi \left(\ln \frac{t}{\tau_\sigma} \right)$ для различных значений де-

формации ε , соответствующих различным подынтегральным функциям $\varphi'_{\sigma t}$, соответствующим (2) и (5), при прогнозировании релаксационно-восстановительных процессов полимерной (лавсановой) текстильной нити.

Приведенные на рис. 1 (с функцией НАЛ) и рис. 2 (с функцией ИВ) примеры применения интегрального критерия достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов визуально показывают преимущество функции НАЛ перед функцией ИВ при прогнозировании указанных процессов полимерной (лавсановой) текстильной нити. Этот факт является важным аргументом в пользу выбора для оценки релаксационно-восстановительных свойств и качественных характеристик полимерных текстильных материалов вероятностного распределения Коши [21...24].

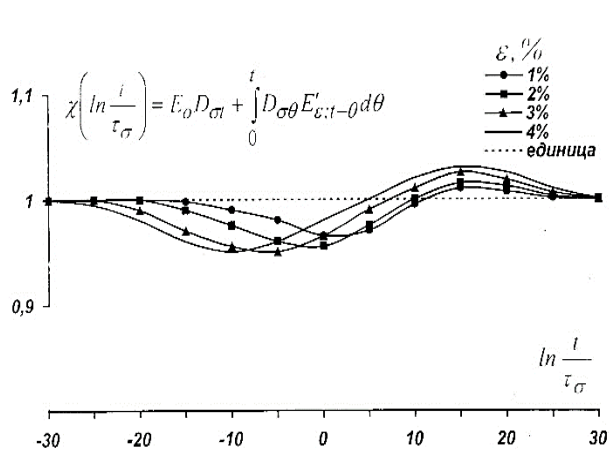


Рис. 1

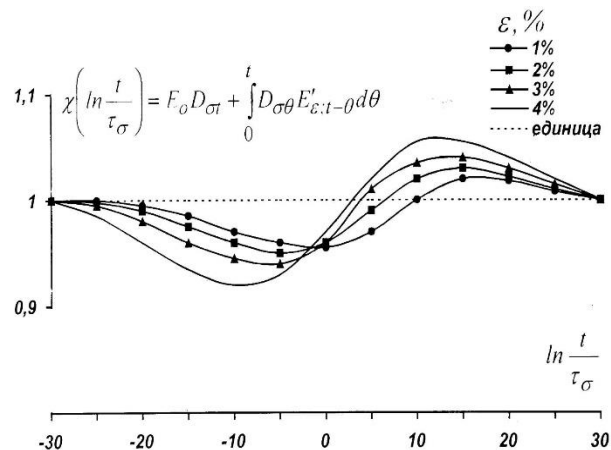


Рис. 2

Разработанный интегральный критерий достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов (7) позволяет ответить на вопрос о выборе наилучшей математической модели указанных процессов для прогнозирования их эксплуатационно-релаксационных свойств.

Приведенный интегральный критерий достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов (7) позволяет проводить оценку функциональных и эксплуатационных свойств указанных материалов, причем еще на стадии их проектирования и организации производства. Следует также заметить, что применение указанного критерия возможно только на основе использования компьютерных технологий ввиду большого объема численных вычислений.

ВЫВОДЫ

1. Проведено математическое моделирование релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов для разных вероятностных распределений релаксационно-восстановительных характеристик полимерных текстильных материалов.

2. Разработан интегральный критерий достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов.

3. Применение разработанного интегрального критерия достоверности матема-

тического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов показало целесообразность использования для оценки релаксационно-восстановительных свойств указанных материалов вероятностного распределения Коши, обладающего свойством аддитивности характеристик, что актуально при исследовании свойств материалов, представляющих из себя сложные аддитивные системы, каковыми являются материалы текстильной и легкой промышленности.

4. Разработанный интегральный критерий достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов позволяет также ответить на вопрос о выборе наилучшей математической модели релаксационно-восстановительных свойств полимерных текстильных материалов для последующего прогнозирования их эксплуатационных свойств.

5. Приведенный интегральный критерий достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов позволяет проводить качественную оценку релаксационно-восстановительных свойств указанных материалов на стадии ее проектирования. Следует также заметить, что применение указанных критериев возможно только на основе использования компьютерных технологий ввиду большого числа вычислений.

6. Разработанный интегральный критерий достоверности математического моде-

лирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов является подтверждением адекватности математических моделей релаксационно-восстановительных свойств указанных материалов, а также достоверности и надежности численного прогнозирования их релаксационно-восстановительных процессов.

7. Компьютерная реализация интегрального критерия достоверности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов является практическим инструментом для выбора наилучшей математической модели релаксационно-восстановительных указанных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаров А.Г. Контроль параметров нелинейно-наследственных ядер релаксации и запаздывания синтетических нитей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 2. С. 12...16.
2. Сталевич А.М., Макаров А.Г. Вариант спектра наследственно-вязкоупругой релаксации синтетических нитей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 3. С. 8...13.
3. Макаров А.Г., Сталевич А.М. Вариант прогнозирования процессов деформирования синтетических нитей // Химические волокна. – 2001, № 4. С. 67...69.
4. Макаров А.Г., Сталевич А.М. Методы уточнения и контроля прогнозируемых состояний синтетических материалов // Химические волокна. – 2001, № 5. С. 58...61.
5. Сталевич А.М., Макаров А.Г. Определение вязкоупругих характеристик на примере полиакрилонитрильной нити // Химические волокна. – 2001, № 6. С. 68...70.
6. Макаров А.Г., Сталевич А.М. Вариант спектров релаксации и запаздывания у аморфно-кристаллических синтетических нитей // Химические волокна. – 2002, № 3. С. 52...55.
7. Макаров А.Г., Сталевич А.М. Прогнозирование восстановительного деформационного процесса и обратной релаксации полимерных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2002, № 3. С. 10...13.
8. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Методы компьютерного анализа вязкоупругости технических тканей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, № 3. С. 13...17.
9. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Компьютерное исследование вязкоупругости полимерных материалов // Химические волокна. – 2006, № 5. С. 38...43.
10. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Оптимизация выбора модели вязкоупругости синтетических нитей // Химические волокна. – 2006, № 6. С. 47...51.
11. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Критерии оптимального выбора математической модели вязкоупругости текстильных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, № 5. С. 18...22.
12. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Компьютерное прогнозирование деформационных процессов текстильных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, № 2. С. 14...18.
13. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Системный анализ вязкоупругости текстильных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, № 3. С. 20...24.
14. Макаров А.Г., Демидов А.В., Новоселова А.Г., Сталевич А.М. Методы спектрального моделирования механической релаксации текстильных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, № 1. С. 15...19.
15. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Системный анализ вязкоупругости полиэфирных нитей // Химические волокна. – 2007, № 1. С. 62...65.
16. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Вариант математического моделирования деформационных процессов синтетических нитей // Химические волокна. – 2007, № 6. С. 49...52.
17. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Вариант прогнозирования нелинейно-наследственной вязкоупругости полимеров // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. Т. 48, № 5. С. 147...157.
18. Макаров А.Г., Демидов А.В., Сталевич А.М. Вариант моделирования нелинейно-наследственной вязкоупругости полимерных материалов // Механика твердого тела. – 2009, № 1. С. 155...165.
19. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Демидов А.В., Вагнер В.И. Спектральный анализ релаксационных свойств полимерных нитей аморфно-кристаллического строения // Химические волокна. – 2013, № 5. С. 44...47.
20. Головина В.В., Рымкевич П.П., Макаров А.Г., Романова А.А. Прогнозирование деформационных и релаксационных процессов в одноосно ориентированных полимерных материалах // Химические волокна. – 2013, № 6. С. 33...40.
21. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Вагнер В.И., Васильева Е.К. Разработка методики проведения сравнительного анализа деформационных и релаксационных свойств арамидных нитей и текстильных материалов на их основе // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2015, № 5. С. 48...58.
22. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Егорова М.А., Егоров И.М. Разработка методов математического моделирования процессов релаксации и ползучести полимерных нитей на основе их спектральной интерпретации // Химические волокна. – 2017, № 1. С. 69...73.
23. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Егорова М.А., Егоров И.М. Разработка критериев достоверности прогнозирования деформационных и релаксацион-

ых процессов полимерных материалов // Химические волокна. – 2017, № 2. С. 59...63.

24. Демидов А.В., Макаров А.Г., Переборова Н.В., Егорова М.А. Варианты математического моделирования и системного анализа механической релаксации и ползучести полимерных материалов // Химические волокна. – 2017, № 4. С. 46...51.

REFERENCES

1. Makarov A.G. Kontrol' parametrov nelineynonasledstvennykh yader relaksatsii i zapazdyvaniya sinteticheskikh nitey // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2000, № 2. S.12...16.

2. Stalevich A.M., Makarov A.G. Variant spektra nasledstvenno-vyazkoupругoy relaksatsii sinteticheskikh nitey // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2000, № 3. S. 8...13.

3. Makarov A.G., Stalevich A.M. Variant prognozirovaniya protsessov deformirovaniya sinteticheskikh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2001, № 4. S. 67...69.

4. Makarov A.G., Stalevich A.M. Metody utochneniya i kontrolya prognoziruemyykh sostoyaniy sinteticheskikh materialov//*Khimicheskie volokna.* – 2001, №5. S. 58...61.

5. Stalevich A.M., Makarov A.G. Opredelenie vyazkoupругikh kharakteristik na primere poliakrilonitril'noy niti // *Khimicheskie volokna.* – 2001, № 6. S.68...70.

6. Makarov A.G., Stalevich A.M. Variant spektrov relaksatsii i zapazdyvaniya u amorfno-kristallicheskikh sinteticheskikh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2002, № 3. S. 52...55.

7. Makarov A.G., Stalevich A.M. Prognozirovanie ustanovitel'nogo deformatsionnogo protsessa i obratnoy relaksatsii polimernykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2002, № 3. S.10...13.

8. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Metody komp'yuternogo analiza vyazkoupругosti tekhnicheskikh tkaney // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2006, № 3. S. 13...17.

9. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Komp'yuternoe issledovanie vyazkoupругosti polimernykh materialov // *Khimicheskie volokna.* – 2006, № 5. S. 38...43.

10. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Optimizatsiya vybora modeli vyazkoupругosti sinteticheskikh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2006, № 6. S.47...51.

11. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Kriterii optimal'nogo vybora matematicheskoy modeli vyazkoupругosti tekstil'nykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2006, №5. S. 18...22.

12. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Komp'yuternoe prognozirovanie deformatsionnykh protsessov tekstil'nykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2007, № 2. S.14...18.

13. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Sistemnyy analiz vyazkoupругosti tekstil'nykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2007, № 3. S. 20...24.

14. Makarov A.G., Demidov A.V., Novoselova A.G., Stalevich A.M. Metody spektral'nogo modelirovaniya mekhanicheskoy relaksatsii tekstil'nykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2007, № 1. S. 15...19.

15. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Sistemnyy analiz vyazkoupругosti poliefirnykh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2007, № 1. S. 62...65.

16. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Variant matematicheskogo modelirovaniya deformatsionnykh protsessov sinteticheskikh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2007, №6. S. 49...52.

17. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Variant prognozirovaniya nelineynonasledstvennoy vyazkoupругosti polimerov // *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika.* – 2007. T. 48, №5. S. 147...157.

18. Makarov A.G., Demidov A.V., Stalevich A.M. Variant modelirovaniya nelineynonasledstvennoy vyazkoupругosti polimernykh materialov // *Mekhanika tverdogo tela.* – 2009, №1. S. 155...165.

19. Makarov A.G., Pereborova N.V., Demidov A.V., Vagner V.I. Spektral'nyy analiz relaksatsionnykh svoystv polimernykh nitey amorfno-kristallicheskogo stroeniya // *Khimicheskie volokna.* – 2013, № 5. S. 44...47.

20. Golovina V.V., Rymkevich P.P., Makarov A.G., Romanova A.A. Prognozirovanie deformatsionnykh i relaksatsionnykh protsessov v odnoosno orientirovannykh polimernykh materialakh // *Khimicheskie volokna.* – 2013, № 6. S. 33...40.

21. Makarov A.G., Pereborova N.V., Vagner V.I., Vasil'eva E.K. Razrabotka metodiki provedeniya sravnitel'nogo analiza deformatsionnykh i relaksatsionnykh svoystv aramidnykh nitey i tekstil'nykh materialov na ikh osnove // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2015, №5. S. 48...58.

22. Makarov A.G., Pereborova N.V., Egorova M.A., Egorov I.M. Razrabotka metodov matematicheskogo modelirovaniya protsessov relaksatsii i polzuchesti polimernykh nitey na osnove ikh spektral'noy interpretatsii // *Khimicheskie volokna.* – 2017, № 1. S. 69...73.

23. Makarov A.G., Pereborova N.V., Egorova M.A., Egorov I.M. Razrabotka kriteriev dostovernosti prognozirovaniya deformatsionnykh i relaksatsionnykh protsessov polimernykh materialov // *Khimicheskie volokna.* – 2017, № 2. S. 59...63.

24. Demidov A.V., Makarov A.G., Pereborova N.V., Egorova M.A. Varianty matematicheskogo modelirovaniya i sistemnogo analiza mekhanicheskoy relaksatsii i polzuchesti polimernykh materialov // *Khimicheskie volokna.* – 2017, № 4. S. 46...51.

Рекомендована кафедрой интеллектуальных систем и защиты информации. Поступила 11.02.19.