

**ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ДВУХОСНОГО РАСТЯЖЕНИЯ
КУЛИРНОГО ТРИКОТАЖА**

**THE THEORY AND CALCULATION
BIAXIAL TENSIONS JERSEY**

В.П. ЩЕРБАКОВ, Н.С. СКУЛАНОВА, Т.И. ПОЛЯКОВА, С.Л. ХАЛЕЗОВ

V.P. SCHERBAKOV, N.S. SKULANOVA, T.I. POLYAKOVA, S.L. KHALEZOV

(Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство),
Ивановский государственный политехнический университет)

(Russian State University named after A.N. Kosygin (Technologies. Design. Art),
Ivanovo State Polytechnical University)

E-mail: victor.scherbackow2012@yandex.ru

Рассмотрено деформирование двух областей петли: выпрямление игольной и платинной дуг без удлинения и удлинение прямолинейных участков петли. Описание первой зоны изгиба дано с помощью нелинейной теории упругих нитей. Исследование второй зоны основано на экспериментальной кривой деформирования нити "нагрузка – удлинение". Изложено растяжение в продольном и поперечном направлениях.

Deformation of two areas of a loop is considered: straightening arches without lengthening and lengthening of rectilinear sites of a loop. The description of the first zone of a bend is given with the help of the nonlinear theory of elastic strings. Research of the second zone is based on an experimental curve of deformation of a string "loading – lengthening". The stretching in longitudinal and cross directions is stated.

Ключевые слова: нить, петля, нагрузка, деформирование, растяжение, упругость, диаграмма "напряжение – деформация", изгиб.

Keywords: a string, a loop, loading, deformation, tension, elasticity, the diagram stress – strain, a bending.

В учебнике "Технология трикотажного производства" [1] 1984 г. читаем: "В настоящее время не выведена зависимость, удовлетворительно описывающая взаимосвязь между усилиями, приложенными к трикотажу, и деформациями с учетом свойств текстильных нитей и геометрических параметров трикотажа (параметров взаимного расположения петель, длины нити в петле, диаметра нити)". Приведенное положение о состоянии теории деформирования трикотажных полотен во многом сохранилось до сих пор. Это не значит, что в области структурной механики вязаных структур за прошед-

ший период мало сделано. S. Kawabata [2], [3] разработал обобщенную теорию растяжения и экспериментальные методы изучения тканых и вязаных материалов при двухосном растяжении, сдвиге в плоскости и изгибе. Нельзя не отметить значительный вклад в теорию деформирования плоских текстильных материалов работы Р. Grosberg [4]. Универсальное решение дифференциального уравнения упругой линии, распространяющееся на широкий класс кулирного и основовязаного трикотажа, проведено по программе, разработанной О.Ф. Беляевым на основе математического пакета MATLAB

[5]. В предлагаемой здесь статье излагается новый вариант теории и расчета двухосного растяжения кулирного трикотажа, основанный на нелинейной механике нитей с учетом их не вполне упругих свойств и геометрических характеристик полотен. Что же касается ссылки на упомянутый учебник И.И. Шалова и др. [1], то это лучший учебник до сих пор по технологии трикотажа. В современных условиях нынешняя текстильная промышленность, профессиональное образование, научные исследования вряд ли могут способствовать созданию хорошего учебника и создать условия для дальнейшего развития теории вязания и выхода на современный мировой уровень науки о волокнистых материалах.

Деформирование трикотажа при растяжении делится на две стадии: 1) растяжение игольной и платинной дуг до критического состояния, при котором нить выпрямляется без удлинения; 2) удлинение выпрямленных нитей [2]. При реальном деформировании эти две стадии полностью не разделяются. Но такой условный прием делает анализ свойств при растяжении более простым. Свойства структурного элемента рассматриваются отдельно для зон деформирования до и после критического состояния. Первая зона является зоной "изгиба", вторая – зоной "удлинения". Затем растягивающие деформации в этих зонах суммируются при каждом уровне растягивающей силы.

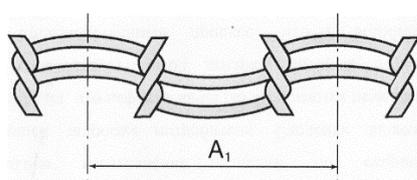


Рис. 1

Изгибающий момент постоянен вдоль всей линии игольной дуги. Поэтому равновесной формой этого отрезка петли является окружность. При растяжении трикотажа переплетения гладь по ширине (рис. 1) его петельный шаг A увеличивается, а высота петельного ряда B уменьшается, приближаясь к минимальному значению $B_{\min} = 2d$, где d – диаметр нити [1]. При этом деформация вдоль петельных столбиков равна

нулю, то есть полотно находится в условиях двухосного растяжения. В противном случае кромки принимают криволинейную форму, и натяжение каждого из петельных столбиков становится различным. Исследуем форму упругой линии при изгибе игольной (платинной) дуги окружности радиуса R радиально растягивающими силами P (рис. 2). В зоне изгиба сила, требуемая для выпрямления игольной дуги, вычисляется с помощью теории упругих нитей [6...8]. Ввиду симметрии рассматриваем одну четверть окружности. Точное уравнение равновесия упругой линии в общем случае записывается в безразмерном виде:

$$\ell^2 \frac{d^2 \varphi}{ds^2} = -\omega^2 \sin^2 \varphi, \quad (1)$$

где ℓ – полная длина упругой линии $O1$; s – длина дуги упругой линии в произвольной точке, отсчитываемая от ее начала O . Также приняты следующие обозначения: $\omega^2 = PR^2/H$, где H – жесткость нити при изгибе.

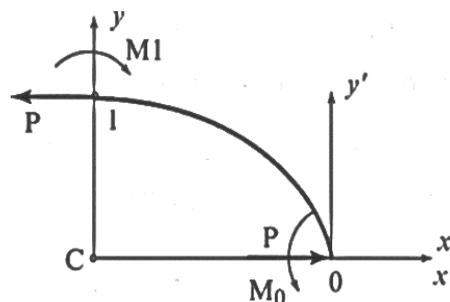


Рис. 2

Длина упругой линии $\ell = \pi R/2$. Будем вести расчет в системе $x'y'$, где ось x' ориентирована по силе (рис. 2), а потом перейдем к неподвижным осям xu , связанным с центром окружности C . Напишем формулы для начальной O и концевой 1 точек:

$$\varphi_0 = 45^\circ, \quad \varphi_1 = 90^\circ, \quad kF(k) - kF(\varphi_0) = \omega. \quad (2)$$

Здесь через $F(k)$ обозначен полный эллиптический интеграл первого рода:

$$F(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}},$$

№	Сила P	Координаты конечных точек		Относительный прогиб конечных точек	
		y_1	x_0	v_0/R	v_1/R
1	1,0	0,299	0,341	1,091	0,045
2	1,5	0,292	0,354	1,133	0,067
3	2,0	0,286	0,360	1,152	0,086
4	3,0	0,273	0,371	1,187	0,125
5	5,0	0,251	0,386	1,235	0,198
6	10,0	0,212	0,408	1,306	0,323
7	15,0	0,185	0,422	1,350	0,410
8	17,0	0,173	0,426	1,363	0,454

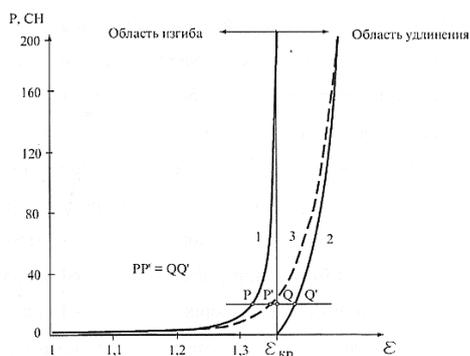


Рис. 4

На рис. 4 построены графики зависимости безразмерных прогибов $V_0 = v_0/R$ в точках 0 и 1 упругой линии от силы P . Величина $V_0 = v_0/R$ представляет собой деформацию глади по ширине $\epsilon_{ш}$ в условиях растяжения игольной и платинной дуг до критического состояния, при котором нить выпрямляется без удлинения (кривая 1). При этом $\epsilon_{ш,крит} = 1,363$, $y_{1,крит} = d = 0,17$ мм. Максимальный петельный шаг становится равным $A_1 = x_0|_{0,426} \cdot 2 \cdot 2 = 1,704$ мм при исходной неизменяемой четверти окружности $\ell = 0,491$ мм. Надо иметь в виду, что нить при $P_{ш,крит} = 17$ сН полностью не выпрямляется, в противном случае мы бы имели $A' = \ell \cdot 2 \cdot 2 = 1,963$ мм.

Математический аппарат, расчетная схема растяжения глади по длине (рис. 5) остается прежним. При вычислении деформаций в процессе первой стадии, как и в предыдущем случае растяжения по ширине, будем придавать силе P различные значения, начиная с нуля. При этом координата x_0 растет, вторая координата y_1 уменьшается до величины, равной трем радиусам нити — $y_{1,крит} = 3d = 0,255$ мм. При $P_{дл,крит} = 4,5$ сН по-

лучаем критические координаты конечных точек: $y_1 = 0,257$ мм и $x_0 = 0,383$ мм. Тогда имеем $\epsilon_{дл,крит} = 0,49$, максимальную высоту петельного ряда $V_{max} = B + x_0|_{0,383} = 1,163$ мм. Соотношение $A_{max} / V_{max} = 1,465$ отличается от приведенного в [1] отношения, равного двум, для принятой в отечественной технологии трикотажа геометрической модели петли. Это и понятно, так как описание предельного состояния глади в [1] совершенно не учитывает механические свойства нити.

В процессе двухосного растяжения глади после достижения критического состояния растягивающая по длине сила F , отнесенная к одной петле, определяется выражением:

$$F = P(\epsilon) \cos \varphi, \quad (6)$$

$$\text{где } \varphi = \arctg \left[\frac{d}{B_0(1 + \epsilon_B) + x_0} \right].$$

Наконец, деформации растяжения для двух областей (выпрямления игольной и платинной дуг без удлинения и удлинения прямолинейных участков петли) суммируются при каждом значении растягивающей нагрузки для получения полной кривой деформирования глади (рис. 5). На рисунке кривая 1 представляет собой расчетную кривую, когда нить выпрямляется без удлинения. Кривая 2 получена экспериментально, предельные значения нагрузки и деформации при этом равны $P_{разр} = 199$ сН, $\epsilon_{разр} = 0,01$. Пунктирная линия 3 — суммарная кривая деформирования кулирной глади.

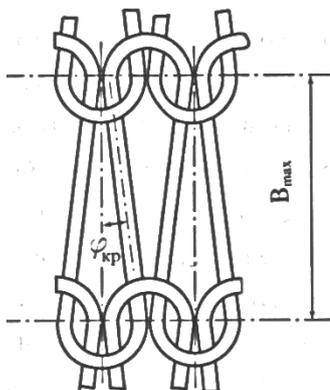


Рис. 5

ВЫВОДЫ

Таким образом, теоретически получены характеристики кулирной глади при двухосном растяжении. Рассмотрены два случая растяжения: 1) полотно растягивается по ширине, деформация по длине при этом равна нулю, 2) растяжение по длине при $\epsilon_{\text{шир}} = 0$. Изложенный здесь метод расчета деформаций трикотажа при растяжении может быть без особых затруднений применен к построению кривой деформирования при любом соотношении $\epsilon_{\text{шир}}/\epsilon_{\text{дл}}$. Конечно, определить деформации на готовой глади технически гораздо проще. Но если обратиться к структуре формул, то видно, что они включают основные характеристики нити (линейная плотность, жесткость при растяжении и изгибе) и параметры, определяющие структуру полотна (размеры петель, их ориентацию и взаимное расположение). Поэтому изложенная теория позволяет объяснить механизм явлений при деформировании и нагружении полотна и управлять процессом вязания для получения трикотажа с заданными свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шалов И.И., Далидович А.С., Кудрявин Л.А. Технология трикотажного производства. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.

2. Kawabata S. // J. Text. Mach. Soc. Jpn. – 23, V.30, 1970.

3. Kawabata S., Niwa M., Nanashima Y., Kawai H. // J. Text. Mach. Soc. Jpn. – 23 (1970) T95, T120, T223.

4. Hearle J.W.S., Grosberg P., Backer S. Structural Mechanics of Fibers // Yarns and Fabrics. – New York, 1969.

5. Беляев О.Ф., Кудрявин Л.А., Заваруев Н.В. Расчет деформации кулирного трикотажа при двумерной симметричной нагрузке с помощью нелинейной теории упругости // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2013, №5. С.74...77.

6. Попов Е.П. Теория и расчет гибких упругих стержней. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.

7. Щербakov В.П. Прикладная и структурная механика волокнистых материалов. – М.: "Тисо Принт", 2013.

8. Щербakov В.П., Скуланова Н.С. Основы теории деформирования и прочности текстильных материалов. – М.: МГТУ им. А.Н. Косыгина, 2008.

REFERENCES

1. Shalov I.I., Dalidovich A.S., Kudryavin L.A. Tekhnologiya trikotazhnogo proizvodstva. – M.: Legkaya i pishchevaya promyshlennost', 1984.

2. Kawabata S. // J. Text. Mach. Soc. Jpn. – 23, V.30, 1970.

3. Kawabata S., Niwa M., Nanashima Y., Kawai H. // J. Text. Mach. Soc. Jpn. – 23 (1970) T95, T120, T223.

4. Hearle J.W.S., Grosberg P., Backer S. Structural Mechanics of Fibers // Yarns and Fabrics. – New York, 1969.

5. Belyaev O.F., Kudryavin L.A., Zavaruev N.V. Raschet deformatsii kulirnogo trikotazha pri dvumernoy simmetrichnoy nagruzke s pomoshch'yu nelineynoy teorii uprugosti // Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. – 2013, № 5. S. 74...77.

6. Popov E.P. Teoriya i raschet gibkikh uprugikh stержney. – M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1986.

7. Shcherbakov V.P. Prikladnaya i strukturnaya mekhanika voloknistykh materialov. – M.: "Tiso Print", 2013.

8. Shcherbakov V.P., Skulanova N.S. Osnovy teorii deformirovaniya i prochnosti tekstil'nykh materialov. – M.: MGTU im. A.N. Kosygina, 2008.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов РГУ имени А.Н. Косыгина. Поступила 07.04.19.