УДК 519.6

ИНТЕГРИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ

INTEGRATED BUSINESS PROCESS MODELS

А.Г. МАКАРОВ, А.И БОГДАНОВ, Л.Н НИКИТИНА, Б.С. МОНГУШ

A.G. MAKAROV, A.I. BOGDANOV, L.N. NIKITINA, B.S. MONGUSH

**(Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна,
Тувинский институт комплексного освоения природных ресурсов
Сибирского отделения Российской академии наук)**

**(Saint-Petersburg State University of Industrial Technologies and Design,
Tuvinian Institute for Exploration of Natural Resources
of Siberian Branch of Russian Academy of Science)**

E-mail: makvin@mail.ru; abogd1@rambler.ru

Предложена интегрированная (производственно-транспортно-складская) математическая модель оптимизации бизнес-процессов, позволяющая реализовать принцип глобальной оптимизации. Разработан итерационный алгоритм решения задачи. Проведена апробация предложенного алгоритма на конкретном примере.

The integrated (production-transport-warehouse) mathematical model of optimization of business processes allowing to realize the principle of global optimization is offered. An iterative algorithm for solving the problem is developed. Approbation of the proposed algorithm on a concrete example is carried out.

Ключевые слова: бизнес-процесс, математическое моделирование, интегрированная модель, производственно-транспортно-складская модель, оптимизация.

Keywords: business process, mathematical modeling, integrated model, production-transport-warehouse model, optimization.

В управлении бизнес-процессами важное значение имеют интегрированные математические модели (транспортно-складская модель и производственно-транспортно-складская модель), которые позволяют реализовать принцип глобальной оптимизации. Анализ литературных источников показывает, что для интегрированных моделей, как правило, дается математическая постановка в виде задачи смешанного целочисленного линейного программирования (с целочисленными и булевыми переменными) [1]. При нахождении численного решения данной задачи возникает ряд вычислительных проблем, так как в настоящее время не разработаны достаточно эффективные с вычислительной точки зрения алгоритмы поиска решения. Кроме того, данная постановка задачи не решает вопроса определения оптимального места расположения заводов с точки зрения минимизации транспортных издержек. Вышеперечисленное и обусловливает актуальность разработки новых альтернативных интегрированных математических моделей оптимизации бизнес-процессов.

Рассмотрим постановку задачи, учитывающую перечисленные выше аспекты.

Введем следующие обозначения: $b_{i\ell}$ – потребность i-го потребителя в ℓ-й продукции (i=1,…,n; l=1,…,L); G_k – множество потребителей, обслуживаемое k-й фабрикой (k=1,…,m); $q_{k\ell}$ – объем производства ℓ-й продукции на k-й фабрике; p_l – цена ℓ-й продукции; AVC_l – средние переменные издержки на производство единицы ℓ-й продукции; FC_k – постоянные издержки k-й фабрики.

Тогда прибыль от реализации продукции (без учета затрат на транспортировку) для k-й фабрики составит:

$$\Pi_k = \sum_{\ell=1}^{L}(P_\ell - AVC_\ell)q_{k\ell} - FC_k, \qquad (1)$$

где $q_{k\ell} = \sum_{i\in Gk} b_{i\ell}$. (2)

Затраты на транспортировку продукции k-й фабрики составят:

$$Z_k = \sum_{i\in Gk} \rho_{ik} \sum_{\ell=1}^{L} b_{i\ell}\, c_\ell, \qquad (3)$$

где ρ_{ik} – расстояние от k-й фабрики до i-го потребителя; c_ℓ – вес единицы ℓ-й продукции.

Сформулируем критерий оптимизации производственно-транспортной задачи:

$$\Pi = \sum_{k=1}^{m}(\Pi_k - Z_k) \to \max\,. \qquad (4)$$

Преобразуем критерий (4) к виду:

$$\Pi = \sum_{k=1}^{m}\Pi_k - \sum_{k=1}^{m} Z_k. \qquad (5)$$

Далее:

$$\sum_{k=1}^{m}\Pi_k = \sum_{k=1}^{m}\sum_{\ell=1}^{L}(P_\ell - AVC_\ell)q_{k\ell} - \sum_{k=1}^{m} FC_k =$$
$$= \sum_{\ell=1}^{L}(P_\ell - AVC_\ell)\sum_{k=1}^{m} q_{kl} - \sum_{k=1}^{m} FC_k =$$
$$= \sum_{\ell=1}^{L}(P_\ell - AVC_\ell)\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in Gk} b_{i\ell} - \sum_{k=1}^{m} FC_k = A - mFC,$$

где $A = \sum_{\ell=1}^{L}(P_\ell - AVC_\ell)\sum_{k=1}^{m}\sum_{i\in Gk} b_{i\ell} =$ $= \mathrm{const}$, а постоянные затраты всех фабрик будем считать одинаковыми.

Таким образом, критерий оптимизации примет вид:

$$\Pi = A - mFC - \sum_{k=1}^{m} Z_k \to \max, \qquad (6)$$

или

$$Q = \sum_{k=1}^{m} Z_k + m \cdot FC \to \min. \qquad (7)$$

Видим, что при каждом конкретном количестве фабрик задача сводится к оптимизации разбивки всех потребителей на группы обслуживания G_k (k=1,..,m) и по определению точек места расположения фабрик.

При фиксированном разбиении потребителей на группы обслуживания фабрик задача определения оптимального расположения фабрики может решаться независимо для всех зон обслуживания, исходя из минимизации выражения (3).

Рассмотрим задачу минимизации суммарного пробега машин при развозке грузов с фабрики (координаты (x,y)) в ряд пунктов с координатами (x_i,y_i) (i€G_k). При этом потребность пункта

$$\sum_{\ell=1}^{L} b_{i\ell}\, c_\ell.$$

в некотором товаре в единицу времени можно трактовать как величину, пропорциональную количеству поездок:

$$n_i = \alpha \sum_{\ell=1}^{L} b_{i\ell}\, c_\ell. \qquad (8)$$

Задача сводится к минимизации функции:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} 2n_i \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \qquad (9)$$

по переменным x и y.

Тогда [2]:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \sum_{i=1}^{n} 2n_i \frac{2(x-x_i)}{2\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}} = \sum_{i=1}^{n} 2n_i \frac{(x-x_i)}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}} = 0. \qquad (10)$$

Аналогично:

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = \sum_{i=1}^{n} 2n_i \frac{(y-y_i)}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}} = 0. \qquad (11)$$

Для решения систем нелинейных уравнений обычно используются итерационные методы: метод простой итерации, метод Зейдедя, метод Ньютона. Известно, что наиболее быстрой сходимостью из этих методов обладает метод Ньютона [3], поэтому для решения данной системы двух нелинейных уравнений используем именно метод Ньютона.

Алгоритм метода Ньютона для системы из двух уравнений с двумя неизвестными применительно к задаче нахождения оптимального места расположения склада приведен в [2].

С другой стороны под разбивкой потребителей на зоны обслуживания фабрик при заданном числе фабрик m понимают отыскание такого набора подмножеств G_1,G_2,...G_m натурального ряда чисел 1, 2,… n, что

$\bigcup_{j=1}^{m} G_j = \{1, 2, ... n\}$, а $G_j \bigcap G_q = 0$ при $j \neq q$.

Минимизация критерия (7) (как по разбиению потребителей на группы обслуживания фабрик, так и по выбору места расположения фабрик) отвечает требованиям такого разбиения потребителей, когда в одной группе оказываются наиболее близкие между собой потребители. В то же время в качестве координат фабрик будут выбираться такие, которые минимизируют суммарные затраты на перевозки в зоне их обслуживания.

С другой стороны, считая известными координаты фабрик, нетрудно построить разбиение G_1, G_2, ... G_m, минимизирующее критерий (7) , при фиксированных координатах фабрик а именно

$$G_l = \{i : d_{il} \le d_{iq} \text{ для всех } q = 1, ..., m\}.$$

Для одновременного нахождения оптимального разбиения G_1, G_2, ... G_m и оптимального набора координат фабрик предлагается итерационный алгоритм, последовательно осуществляющий выбор оптимальных (по отношению к разбиению, полученному на предыдущем шаге) координат фабрик, а затем разбиения, оптимального при местах расположения фабрик, полученного на предыдущем шаге.

Очевидно, что на каждом шаге итераций критерий не возрастает, поэтому данный алгоритм будет сходиться к минимуму, который, однако, может оказаться локальным.

Рассмотрим пример использования предложенного алгоритма с помощью данных о потребителях продукции (табл. 1).

Таблица 1

Номер потребителя	Координата X_i	Координата Y_i	Число поездок n_i
1	121	215	5
2	64	82	12
3	133	205	7
4	76	89	11
5	153	214	10
6	68	88	3

Предположим, что стоимость одного километра перевозок составляет 20 руб., а постоянные затраты на эксплуатацию одного предприятия 100 000 руб.

Нами проведены расчеты при разном количестве предприятий m=1,2,3. При одном предприятии (m=1) его целесообразно разместить в точке с координатами (75,6; 91,2), что приводит к минимальному общему пробегу автомобилей 6460, 2 км со стоимостью 129 204 руб. и к общим затратам с учетом постоянных затрат на одном предприятии 229 204 руб.

При двух предприятиях (m=2) их целесообразно разместить в точках с координатами (136,5; 208,6) и (68,5; 85,6), что приводит к общему пробегу автомобилей 919,4 км со стоимостью 18 387,4 руб. и к общим затратам с учетом постоянных затрат на двух предприятиях 218 387,4 руб.

При трех предприятиях (m=3) их целесообразно разместить в точках с координатами (64,0; 82,0), (136,5; 208,6) и (72,5; 88,6), что приводит к общему пробегу автомо-билей 887,2 км со стоимостью 17 744 руб. и к общим затратам с учетом постоянных затрат на трех предприятиях 317 744 руб.

Таким образом, оптимальным является вариант с двумя предприятиями с координатами (136,5; 208,6), которое обслуживает потребителей № 1,3,5, и (68,5; 85,6), которое обслуживает потребителей № 2,4,6.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бочкарев А.А.* Автоматизация планирования и моделирования цепи поставок. – СПб.: СПбГИЭУ, 2008.

2. *Баисов И.М., Никитина Л.Н., Богданов А.И.* Оптимизация места размещения склада торгового предприятия // Вестник СПбГУПТД: Серия 1. Естественные и технические науки. – 2017, № 2. С.91...94.

3. *Турчак Л.И., Плотников П.В.* Основы численных методов. – 2-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.

REFERENCES

1. Bochkarev A.A. Avtomatizatsiya planirovaniya i modelirovaniya tsepi postavok. – SPb.: SPbGIEU, 2008.

2. Baisov I.M., Nikitina L.N., Bogdanov A.I. Optimizatsiya mesta razmeshcheniya sklada torgovogo predpriyatiya // Vestnik SPbGUPTD: Seriya 1. Estestvennye i tekhnicheskie nauki. – 2017, № 2. S.91...94.

3. Turchak L.I., Plotnikov P.V. Osnovy chislennykh metodov. – 2-e izd. – M.: FIZMATLIT, 2003.

Рекомендована кафедрой экономики и финансов СПбГУПТД. Поступила 27.11.18.