

УДК [677.02+677.05]:533.6

**МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИКИ ВОЛОКНА
С ЗАКРЕПЛЕННЫМ КОНЦОМ
В НАБЕГАЮЩЕМ ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ**

**MODELING THE FIBER MECHANICS
WITH A FIXED TIP IN AN INCOMING AIR FLOW**

А.Г. ХОСРОВЯН, Т.Я. КРАСИК, Г.А. ХОСРОВЯН

A.G. KHOSROVYAN, T.YA. KRASIK, G.A. KHOSROVYAN

(Ивановский государственный политехнический университет. Текстильный институт)

(Ivanovo State Polytechnical University. Textile Institute)

E-mail: khosrovyan_haik@mail.ru

Рассматривается движение волокна, жестко закрепленного одним концом в воздушном потоке, направленном вдоль волокна. На основании законов механики выведено уравнение движения элементов волокна в направлении, перпендикулярном вектору скорости воздушного потока. При условии пренебрежения силой притяжения аэродинамическая сила рассматривается как сила, растягивающая волокно, что является причиной его колебаний.

Consider the motion of the fiber rigidly fixed at one end in the air flow, oriented along the fiber. On the basis of the laws of mechanics the equation of motion of the fiber in the direction perpendicular to the velocity vector of the air flow. Under the condition of neglecting the gravity aerodynamic force is regarded as a strength, a tensile fiber, which is the reason for his vibrations.

Ключевые слова: волокно, воздушный поток, колебания.

Keywords: fiber, air flow, vibrations.

В технологическом процессе подготовки и получения многослойных волокнистых материалов волокна подвергаются воздействию механических и аэродинамических сил [1], [2].

Особое значение имеет изучение воздействия механических и аэродинамических сил на волокна при их съеме ускоряю-

щимся воздушным потоком с гарнитуры вращающегося пильчатого барабана и рассортировке волокон в камере разработанного оборудования для получения многослойных волокнистых материалов [3], [4].

Ниже приводится исследование механики колебательного движения одиночного волокна, жестко закрепленного одним кон-

цом. Колебания в данном случае могут быть следствием действия растягивающих волокно сил. При обработке волокон в технологических процессах подготовки и получения многослойных волокнистых материалов действуют, в частности, следующие силы (помимо непосредственного воздействия на волокна рабочих органов):

- сила тяжести;
- центробежная сила;
- аэродинамическая сила.

В принципе все вышеперечисленные силы могут считаться растягивающими волокно в зависимости от конкретных условий.

Далее пренебрегаем влиянием силы тяжести на колебания одиночных волокон и остановимся на определении растягивающего действия на закрепленное волокно аэродинамических сил, возникающих при обтекании волокна воздушным потоком.

Обратимся к рис. 1 (расположение волокна в системы координат Oxu). Волокно длиной L_B закреплено одним концом в точке A на оси Ox прямоугольной системы координат Oxu . Проведем касательную к точке M на волокне. Угол, образуемый касательной и осью Ox , обозначим через $\alpha(x)$. Воздушный поток, набегающий на волокно, имеет скорость V_a . За счет замедле-

ния скорости воздуха в окрестности поверхности волокна воздушная среда испытывает силу трения, которая передается волокну в качестве аэродинамической силы, распределенной по поверхности волокна.

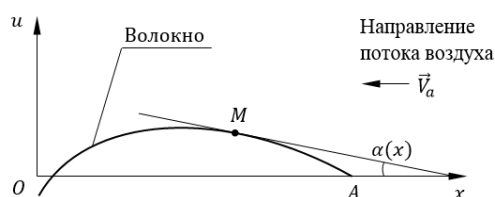


Рис. 1

Обозначим аэродинамическую силу, действующую на элемент волокна длиной dx , через dF_a . Тогда аэродинамическая сила в пересчете на единицу поверхности равна:

$$\tau = \frac{dF_a}{2\pi r_b dx},$$

где r_b – радиус волокна.

Коэффициент аэродинамического сопротивления [5]:

$$c_f = \frac{\tau}{0,5\rho_a V_a^2},$$

где ρ_a – плотность воздуха.

Имеем:

$$dF_a = 2\pi r_b \tau dx = 2\pi r_b c_f 0,5\rho_a V_a^2 dx = c_f \pi \rho_a r_b V_a^2 dx.$$

Следовательно, суммарная аэродинамическая сила, действующая на участок нити, расположенный между точками O и x , равна:

$$F_a = \pi \rho_a r_b V_a^2 \int_0^x c_f(x) dx.$$

Очевидно, что сила натяжения P волокна в сечении x равна: $P(x) = F_a(x)$. При малости угла $\alpha(x)$ (рис. 1) имеет место соотношение:

$$\sin[\alpha(x)] \approx \text{tg}[\alpha(x)] \approx \alpha(x). \quad (1)$$

Форма контура волокна задается зависимостью $u = u(x)$. Тогда в соответствии с

геометрическим смыслом производной имеем, что

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \text{tg}[\alpha(x)]. \quad (2)$$

То есть приближенно можно считать:

$$\sin[\alpha(x)] \approx \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (3)$$

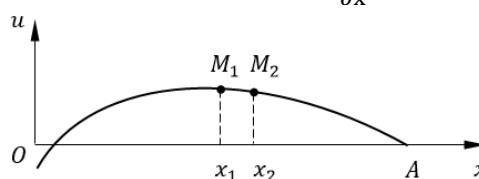


Рис. 2

Выберем две точки M_1 и M_2 на волокне (рис. 2). Координата точки $M_1 - x_1$, а координата точки $M_2 - x_2$. Пусть в точках M_1 и M_2 натяжение волокна составляет P_1 и P_2 соответственно. Тогда на отрезок волокна M_1M_2 в вертикальном направлении действует сила, численно равная:

$$\Delta F = P_2 \sin[\alpha(x_2)] - P_1 \sin[\alpha(x_1)]. \quad (4)$$

Принимая во внимание соотношение (3), получаем из (4), что

$$\Delta F = P_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_2 - P_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_1. \quad (5)$$

Разложим $P(\partial u / \partial x)$ в точке x_1 в ряд:

$$P_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_2 = P_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_1 + \frac{\partial}{\partial x} \left[P \frac{\partial u}{\partial x} \right]_1 \Delta x, \quad (6)$$

где $\Delta x = x_2 - x_1$.

Следовательно,

$$\Delta F = \frac{\partial}{\partial x} \left[P \frac{\partial u}{\partial x} \right]_1 \Delta x. \quad (7)$$

И переходя к пределу $x_2 \rightarrow x_1$, то есть ($\Delta x \rightarrow 0$), имеем, что

$$dF = \frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx. \quad (8)$$

Обозначим линейную плотность волокна в СИ через μ . Тогда для отрезка волокна массой $dm = \mu dx$ можно записать на основании закона Ньютона следующее:

$$[\mu dx] \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial u}{\partial x} \right) dx$$

или

$$\frac{\partial u^2}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(P \frac{\partial u}{\partial x} \right). \quad (9)$$

В Ы В О Д Ы

Получено дифференциальное уравнение в частных производных, моделирующее колебания волокна с закрепленным концом в набегающем воздушном потоке.

1. Пат. 2471897 Российская Федерация. Способ получения многослойных волокнистых материалов и устройство для его осуществления / Г.А. Хосровян, А.Г. Хосровян, Т.Я. Красик, И.Г. Хосровян, Т.В. Жегалина. – Оpubл. 10.01.2013.

2. Пат. 2595992 Российская Федерация. Способ получения многослойных волокнистых материалов и устройство для его осуществления / Г.А. Хосровян, Т.Я. Красик, М.А. Тувин, И.Г. Хосровян. – Оpubл. 05.08.2016.

3. Тувин М.А., Хосровян И.Г., Красик Т.Я., Хосровян Г.А. Математическое моделирование аэродинамической рассортировки волокон в устройстве для получения многослойных нетканых материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2015, №6. С. 119...122.

4. Хосровян А.Г., Тувин М.А., Красик Т.Я., Хосровян Г.А., Тувин А.А. Математическая модель движения волокна при его съеме ускоряющимся воздушным потоком с гарнитуры вращающегося пыльчатого барабана // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2017, №2. С. 185...188.

5. Cai Y. Computer Modeling of Fiber Motion in High-speed Airflow. PhD thesis. – North Carolina State University, 2003.

REFERENCES

1. Pat. 2471897 Rossiyskaya Federatsiya. Sposob polucheniya mnogoslounykh voloknistykh materialov i ustroystvo dlya ego osushchestvleniya / G.A. Khosrovyan, A.G. Khosrovyan, T.Ya. Krasik, I.G. Khosrovyan, T.V. Zhegalina. – Opubl. 10.01.2013.

2. Pat. 2595992 Rossiyskaya Federatsiya. Sposob polucheniya mnogoslounykh voloknistykh materialov i ustroystvo dlya ego osushchestvleniya / G.A. Khosrovyan, T.Ya. Krasik, M.A. Tuvin, I.G. Khosrovyan. – Opubl. 05.08.2016.

3. Tuvin M.A., Khosrovyan I.G., Krasik T.Ya., Khosrovyan G.A. Matematicheskoe modelirovanie aerodinamicheskoy rassortirovki volokon v ustroystve dlya polucheniya mnogoslounykh netkanykh materialov // Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. – 2015, №6. S. 119...122.

4. Khosrovyan A.G., Tuvin M.A., Krasik T.Ya., Khosrovyan G.A., Tuvin A.A. Matematicheskaya model' dvizheniya volokna pri ego s'eme usko-ryayushchimsya vozdushnym potokom s garnitury vraschchayushchegosya pil'chatogo barabana // Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. – 2017, №2. S. 185...188.

5. Cai Y. Computer Modeling of Fiber Motion in High-speed Airflow. PhD thesis. – North Carolina State University, 2003.

Рекомендована кафедрой механики и радиоэлектроники. Поступила 10.12.19.