

УДК 677.024

НАТЯЖЕНИЕ НИТИ В ТКАНИ

С.Г. СТЕПАНОВ, А.Х.САЛИХОВА, Г.В. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная архитектурно-строительная академия,
Ивановская государственная текстильная академия)

В [1] приведена система, позволяющая оценить взаимодействие нитей основы и утка в элементе ткани. Система применима для любых прогибов нитей и учитывает депланацию плоскости поперечного сечения нити, а также ее нелинейную деформацию при изгибе и ряд других показателей. Решение системы относительно натяжения нити в ткани приводит к громоздкому конечному выражению, что затрудняет использование его в условиях практики.

Систему можно значительно упростить, если не учитывать депланацию плоскости сечения нити и сделать допущение, что нить при изгибе в ткани работает в пределах упругой деформации. Это внесет в расчеты определенные погрешности, но они не превысят 10...15% для наиболее массовых артикулов ткани.

В этом случае, используя обозначения рис. 1-а и б, систему можно записать следующим образом:

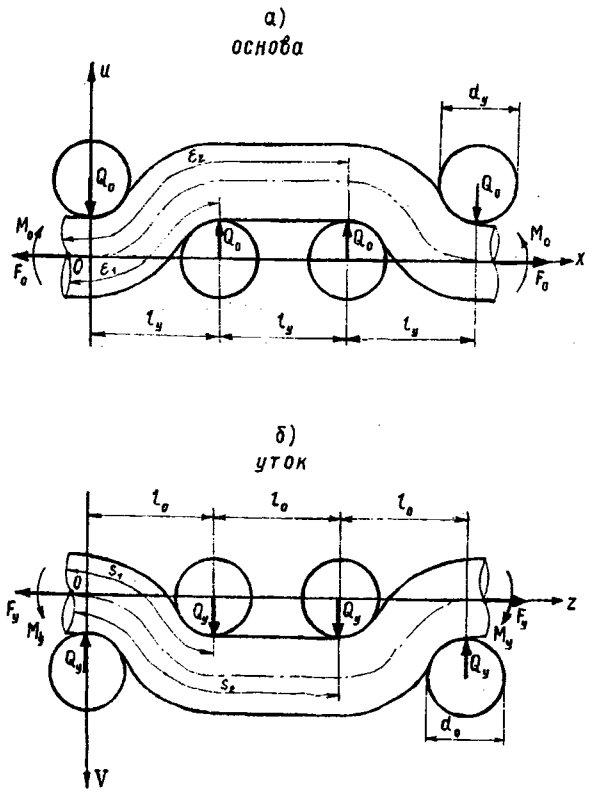


Рис. 1

$$A_o^* \frac{d^4 U}{d\epsilon^4} - F_o^* \frac{d^2 U}{d\epsilon^2} - Q_o^* \delta(\epsilon - \epsilon_1) - Q_o^* \delta(\epsilon - \epsilon_2) = 0, \tag{1}$$

$$A_y^* \frac{d^4 V}{ds^4} - F_y^* \frac{d^2 V}{ds^2} - Q_y^* \delta(s - s_1) - Q_o^* \delta(s - s_2) = 0, \tag{2}$$

где A_o^* , A_y^* – жесткость основной и уточной нитей на изгиб; F_o^* , F_y^* – натяжение основной и уточной нитей; Q_o^* , Q_y^* –

сосредоточенные нагрузки, приложенные к основной и уточной нитям; ϵ , s – текущие координаты; ϵ_i , s_i – координаты действия

сосредоточенных сил; $\delta(\varepsilon - \varepsilon_i)$, $\delta(s - s_i)$ – дельта-функции Дирака.

В (1) и (2) показатели приводятся в безразмерной форме.

$$A_0^* \frac{d^4 U}{dx^4} - F_0^* \frac{d^2 U}{dx^2} - Q_0^* \delta(x - x_1) - Q_0^* \delta(x - x_2) = 0, \quad (3)$$

$$A_y^* \frac{d^4 V}{dz^4} - F_y^* \frac{d^2 V}{dz^2} - Q_y^* \delta(z - z_1) - Q_y^* \delta(z - z_2) = 0. \quad (4)$$

Остановимся на уравнении (3). Для его решения представим функцию $U(x)$ в виде

$$U = \sum_{i=1}^n a_i (1 - \cos 2\pi i x), \quad (5)$$

которая удовлетворяет краевым условиям

$$U(0) = U(1) = 0; U'(0) = U'(1) = 0,$$

где a_i – ряд чисел, требующих определения.

$$\int_0^1 [A_0^* U^{IV} - F_0^* U^{II} - Q_0^* \delta(x - x_1) - Q_0^* \delta(x - x_2)] (1 - \cos 2\pi i x) dx = 0$$

или

$$\int_0^1 [A_0^* U^{IV} - F_0^* U^{II}] (1 - \cos 2\pi i x) dx = \int_0^1 [Q_0^* \delta(x - x_1) + Q_0^* \delta(x - x_2)] (1 - \cos 2\pi i x) dx. \quad (7)$$

Имеем

$$\int_0^1 [Q_0^* \delta(x - x_1) + Q_0^* \delta(x - x_2)] (1 - \cos 2\pi i x) dx = 2Q_0^* (1 - \cos \pi i \cos \frac{\pi i}{3}).$$

Тогда (7) примет вид

$$\int_0^1 [A_0^* U^{IV} - F_0^* U^{II}] (1 - \cos 2\pi i x) dx = 2Q_0^* (1 - \cos \pi i \cos \frac{\pi i}{3}). \quad (8)$$

Рассмотрим частный случай, когда прогибы нити в ткани малы:

Согласно [2] запишем

$$\int_0^1 L(U) (1 - \cos 2\pi i x) dx = 0, i=1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

где $L(U)$ – уравнение равновесия нити (3) или (4); $(1 - \cos 2\pi i x)$ – функция, подобная (5), но отражающая возможные обобщенные перемещения точек осевой линии нити.

Подставив (3) в (6), получим

Учитывая (5), находим производные

$$\begin{aligned} U^I &= 2\pi \sum_{i=1}^n i a_i \sin 2\pi i x, \\ U^{II} &= 4\pi^2 \sum_{i=1}^n i^2 a_i \cos 2\pi i x, \\ U^{III} &= -8\pi^3 \sum_{i=1}^n i^3 a_i \sin 2\pi i x, \\ U^{IV} &= -16\pi^4 \sum_{i=1}^n i^4 a_i \cos 2\pi i x. \end{aligned} \quad (9)$$

Запишем левую часть равенства (8)

$$\int_0^1 [A_0^* U^{IV} - F_0^* U^{II}] (1 - \cos 2\pi i x) dx = \int_0^1 A_0^* U^{IV} dx - \int_0^1 F_0^* U^{II} dx - \int_0^1 A_0^* U^{IV} \cos 2\pi i x dx + \int_0^1 F_0^* U^{II} \cos 2\pi i x dx, \quad (10)$$

Принимая во внимание (9), получим:

$$A_0^* \int_0^1 U^{IV} dx = -16\pi^4 A_0^* \sum_{i=1}^n i^4 a_i \cos 2\pi i x dx = 0, \quad (11)$$

$$F_0^* \int_0^1 U^{II} dx = 4\pi^2 F_0^* \sum_{i=1}^n i^2 a_i \cos 2\pi i x dx = 0, \quad (12)$$

$$A_0^* \int_0^1 U^{IV} \cos 2\pi i x dx = -8A_0^* \pi^4 i^4 a_i, \quad (13) \quad F_0^* \int_0^1 U^{II} \cos 2\pi i x dx = 2F_0^* \pi^2 i^2 a_i. \quad (14)$$

Подставим (11...14) в (10):

$$\int_0^1 [A_0^* U^{IV} - F_0^* U^{II}] (1 - \cos 2\pi i x) dx = 8A_0^* \pi^4 i^4 a_i + 2F_0^* \pi^2 i^2 a_i. \quad (15)$$

Учитывая (8), имеем

$$8A_0^* \pi^4 i^4 a_i + 2F_0^* \pi^2 i^2 a_i = 2Q_0^* \left(1 - \cos \pi i \cos \frac{\pi i}{3} \right) \quad (16)$$

или
$$a_1 = \frac{1,5Q_0^*}{\pi^2 (4A_0^* \pi^2 + F_0^*)}, \quad (18)$$

$$a_i = \frac{Q_0^* (1 - \cos \pi i \cos \pi i / 3)}{\pi^2 i^2 (4A_0^* \pi^2 + F_0^*)}. \quad (17) \quad a_2 = \frac{1,5Q_0^*}{4\pi^2 (16A_0^* \pi^2 + F_0^*)}, \quad (19)$$

Коэффициенты a_i будут
$$a_3 = 0, \quad (20)$$

$$a_4 = \frac{1,5Q_0^*}{16\pi^2(64A_0^*\pi^2 + F_0^*)}. \quad (21)$$

Величиной (21) пренебрегаем ввиду ее малости. Следовательно, уравнение прогиба нити (5) примет вид

$$U = a_1(1 - \cos 2\pi x) + a_2(1 - \cos 4\pi x). \quad (22)$$

Максимальный прогиб нити соответствует координате $x = 1/2$. Тогда высота волны нити составит

$$U(1/2) = h_0 = 2a_1. \quad (23)$$

Второе слагаемое суммы (22) не влияет на значение функции (23) и в дальнейшем его учитывать не будем.

Запишем (22) так:

$$U = a_1(1 - \cos 2\pi \varepsilon). \quad (24)$$

Найдем вторую производную:

$$U'' = 4\pi^2 a_1 \cos 2\pi \varepsilon. \quad (25)$$

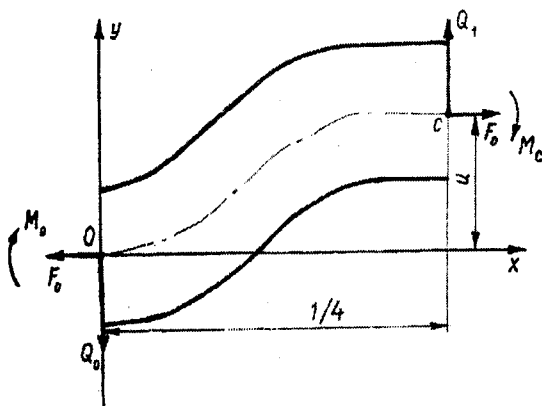


Рис. 2

Для дальнейшего решения задачи рассмотрим равновесие отрезка нити (рис. 2), ограниченного плоскостями, перпендикулярными к чертежу, и проходящими через точки $\varepsilon = 0$, $\varepsilon = 1/4$. На элемент нити ОС действуют растягивающие нагрузки F_0 , перерезывающая сила Q_1 и реакция Q_0 . Кроме того, в точках О и С к нити приложены изгибающие моменты.

Составим уравнения моментов относительно точки С:

$$\sum M = M_0 - Q_0/4 + F_0 U + M_c = 0. \quad (26)$$

На основании (25) при $\varepsilon = 0$

$$M_0 = U'' A_0^* = \frac{6Q_0^* A_0^*}{4A_0^*\pi^2 + F_0^*}, \quad (27)$$

а при $\varepsilon = 1/4$

$$M_c = 0. \quad (28)$$

Подставив (27) в (26), запишем

$$U = \frac{Q_0^*}{4F_0^*} - \frac{6Q_0^* A_0^*}{(4A_0^*\pi^2 + F_0^*)F_0^*}. \quad (29)$$

Учитывая (18) и (24), где $\varepsilon = 1/4$, получим

$$\frac{1,5Q_0^*}{\pi^2(4A_0^*\pi^2 + F_0^*)} = \frac{Q_0^*}{4F_0^*} - \frac{6Q_0^* A_0^*}{F_0^*(4A_0^*\pi^2 + F_0^*)}. \quad (30)$$

Из (30) следует

$$F_0^* = -4\pi^2 A_0^*. \quad (31)$$

Для перехода к размерным величинам воспользуемся

$$F_0^* = \frac{9l_y^2 F_0}{A_0}; \quad A_0^* = 1; \quad l_y = 1/P_y. \quad (32)$$

где P_y — фактическая технологическая плотность ткани по утку.

С учетом (32) формула (31) примет вид

$$F_0 = -4,38P_y^2 A_0. \quad (33)$$

Аналогичное выражение имеем и для уточной нити

$$F_y = -4,38P_0^2 A_y. \quad (34)$$

Знак минус в формулах (33) и (34) указывает на то, что фактическое натяжение нити в ткани, снятой со станка, противоположно F_0 (рис. 1-а). Относительно начала координат вектор натяжения нити направлен вправо и вдоль оси нити. Следовательно, знак минус в (33) и (34) можно опустить.

В окончательном варианте (33) и (34) запишем

$$F_0 = 4,38P_y^2 A_0, \quad (35)$$

$$F_y = 4,38P_0^2 A_y. \quad (36)$$

В формулах (35) и (36) жесткость нити на изгиб определяется величинами A_0 и A_y , куда входит текущий модуль жесткости E_m , зависящий от ряда факторов. Для определения A_0 и A_y следует руководствоваться положениями из [3].

Определим натяжение основной нити в экспериментальной ткани из высокомолекулярных фенилоновых нитей:

$$A_0 = 0,01 \text{ Н} \cdot \text{мм}^2; P_y = 2 \text{ нитей/мм};$$

$$F_0 = 4,38 \cdot 2^2 \cdot 0,01 = 0,175 \text{ Н}.$$

Подсчитанное натяжение нити отражает положение, когда сила F_0 параллельна оси x . В наклонной части нити ее натяжение несколько больше. Например, если угол α наклона нити к оси x составляет 20° , то ее натяжение будет

$$N_0 = F_0 / \cos \alpha = 0,175 / 0,94 = 0,186 \text{ Н}.$$

Оно выше F_0 примерно на 6%. При большем α натяжение нити в наклонной части может значительно отличаться от натяжения ее на горизонтальном участке.

Формулы (35) и (36) получены для переплетения саржа 2/1 или саржа 1/2. Од-

нако их применение можно расширить. Если в раппорте переплетения встречаются участки, где нить одной системы перекрывает две нити другой системы, то натяжение данной нити можно определить, используя (35) и (36). В том случае, когда требуется найти натяжение нити, перекрывающей более двух нитей противоположной системы, то все расчеты надо проводить, начиная с уравнений (1), (2) или (3), (4). Левые части уравнений остаются без изменений, а правые надо расписать в соответствии с теми нагрузками, которые будут приложены к нити.

Знание натяжения нити в снятой со станка ткани позволяет решать ряд задач прикладного характера. Например, натяжение нити учитывается в отдельных формулах по определению высоты волны нити в ткани, анализе силового взаимодействия нитей в различных видах переплетений, определяет во многом структуру ткани, а также ряд других показателей ее строения.

ВЫВОДЫ

Рассмотрено силовое взаимодействие нитей основы и утка в ткани переплетения саржа 2/1 и получены расчетные формулы по определению натяжения нити, которые можно использовать и для других видов переплетений, но только в том случае, когда нить одной системы перекрывает две нити другой системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г.В. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1992, №1. С. 46...48.
2. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978. С.33...61.
3. Мигушов И.И. Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1980. С. 16...30.

Рекомендована кафедрой ткачества ИГТА. Поступила 30.05.01.