

УДК 677.11.620.1

ОЦЕНКА ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛЬНЯНОЙ ПРЯДИ ПРИ СХОДЕ С БИЛ В ПРОЦЕССЕ ТРЕПАНИЯ

А.Б. ЛАПШИН, Е.Л. ПАШИН, А.Г. ГРИШИН

(Костромской государственный технологический университет,
Всероссийский НИИ по переработке лубяных культур)

Очевидно, что в целях объективной и точной оценки эффективности трепальных воздействий при обработке льна необходимо учесть влияния продольных и поперечных колебаний на степень нагружения обрабатываемой пряжи, условия ее обескостривания и образования волокнистых отходов.

Особый интерес представляет зона поля трепания, где происходит переход участка пряжи с одного трепального била на другое при отсутствии ее взаимодействия с рабочими кромками. В этом случае волокна в пряди не зажаты и поэтому продольные и поперечные колебания определяют встряхивающий эффект и, как след-

ствие, степень обескостривания волокон и их обесечки.

Возьмем случай, когда прядь одновременно может взаимодействовать только с одним билем, поэтому продольные и поперечные колебания можно рассматривать для идеализированного объекта – однородной нити постоянной длины (а именно длины пряди от точки ее зажима в поперечном сечении трепальной секции). Влиянием аэродинамических сил на прядь пренебрегаем; считаем прядь мгновенно (по окончании взаимодействия с билем) распрямленной. Продольно-поперечные воздействия на прядь разложим на две составляющие: продольную и поперечную.

В соответствие с этим рассмотрим две модельные задачи.

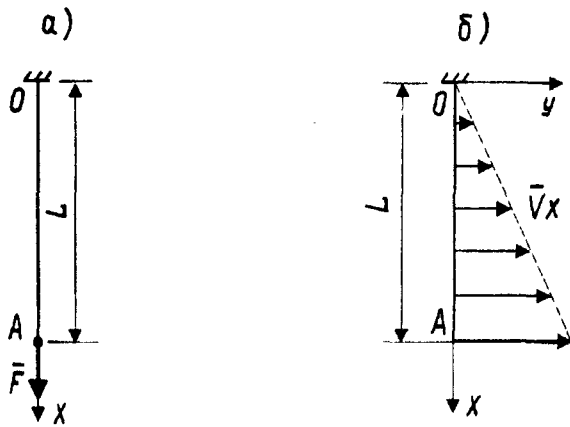


Рис. 1

Формулировка первой задачи: один конец нити длиной $L=OA$ закреплен (точка O , рис. 1-а), а на второй действует сила \bar{F} . Найдем продольные колебания нити, если в начальный момент сила перестает действовать. (Полагаем, что сила \bar{F} формируется последним захлестыванием пряди на тыльную сторону бильной планки или планку подбильной решетки).

Математическая постановка задачи [1]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a^2 = \frac{E}{\rho}, \quad (1)$$

$$u(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u(L, t)}{\partial x} = 0 \quad (t > 0), \quad (2)$$

$$u(x, 0) = \frac{Fx}{ES}, \quad \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad (0 \leq x \leq L), \quad (3)$$

где u – смещение сечения с абсциссой x (рис. 1-а); ρ – плотность материала нити;

E – модуль Юнга; S – площадь поперечного сечения.

Решение краевой задачи (1...3) имеет вид [1]:

$$u(x, t) = \frac{8FL}{ES\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \cos \frac{(2n+1)\pi t}{2L}. \quad (4)$$

Формулировка второй задачи: один конец нити длиной $L = OA$ закреплен (точка O , рис. 1-б) а другой – свободен. В начальный момент времени точки нити имеют скорости в поперечном направлении, пропорциональные расстоянию от точки закрепления (рис. 1-б). Найдем поперечные колебания нити. Полагаем, что распределение начальных скоростей (рис. 1-б) является следствием поперечного воздействия била на прядь.

Математическая постановка второй задачи:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a_T^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad a_T^2 = \frac{T}{\rho S}, \quad (5)$$

$$y(0, t) = 0, \quad \frac{\partial y(L, t)}{\partial x} = 0 \quad (t > 0), \quad (6)$$

$$y(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial y(x, 0)}{\partial t} = Vx \quad (0 \leq x \leq L), \quad (7)$$

где y – поперечное смещение точки нити с абсциссой x (рис. 1-а); T – сила натяжения; V – коэффициент пропорциональности в начальном распределении скоростей точек

нити.

Решение краевой задачи (5...7) следующее:

$$y(x,t) = \frac{8VL}{a_T \pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2L} \sin \frac{(2n+1)\pi a_T t}{2L}. \quad (8)$$

Заметим, что краевые задачи (1...3) и (5...7) являются частными случаями соответствующих уравнений И.И. Мигушова [2].

Далее проанализируем результаты расчетов по (4), (8), выполненных в системе MathCad-2000, позволяющей проводить моделирование в режиме анимации.

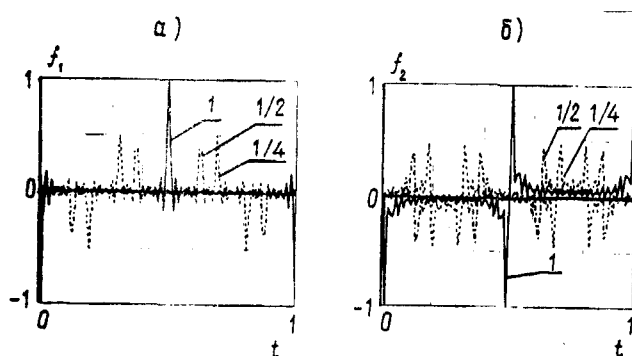


Рис. 2

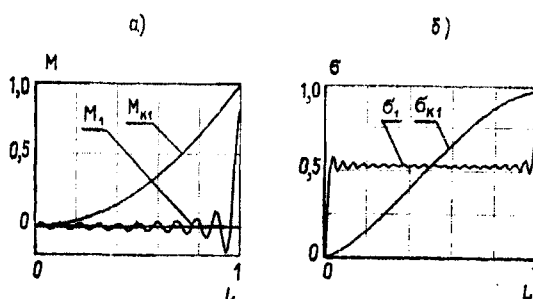


Рис. 3

Все графики (оси ординат) на рис. 2 и 3 безразмерны и нормированы к максимальным значениям соответствующих зависимостей, вычисленных по (4) и (8) при ориентировочных значениях величин, характерных для процесса трепания льняного сырца. Все оси абсцисс (рис. 2, 3) также для наглядности нормированы, например, $0 \leq t \leq 1$ означает промежуток времени – период соответствующих графиков.

На осях абсцисс рис. 3 $L = 0$ соответствует закрепленному концу нити, $L = 1$ – ее свободному концу. Этот же принцип заложен в основу обозначения кривых на рис. 2: кривая 1 – зависимость для свободного конца; кривая 1/2 – середина нити и т.д.

На рис. 2-а представлены безразмерные продольные ускорения точек нити

$$f_1 = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}, \text{ где } x=(1/4)L, x=(1/2)L, x=L;$$

на рис. 2-б – безразмерные поперечные ускорения $f_2 = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$ при тех же значениях x .

Из рис. 2-а и б следует, что точки нити, прилегающие к ее свободному концу, испытывают существенно большие ускорения (продольные и поперечные) по сравнению с другими точками. Таким образом, ускорения f_1, f_2 являются локальными характеристиками встряхивающих воздействий при свободных продольных и поперечных колебаниях нити.

Интегральную характеристику этих воздействий представим в виде кинетиче-

ской энергии участка нити переменной длины x , $0 \leq x \leq L$ при продольных K_1 и поперечных K_2 колебаниях [3]:

$$K_1(x, t) = \frac{1}{2} \int_0^x \rho S \left(\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \right)^2 dz,$$

$$K_2(x, t) = \frac{1}{2} \int_0^x \rho S \left(\frac{\partial y(z, t)}{\partial t} \right)^2 dz.$$

В качестве статистических оценок функций f_1 , f_2 , K_1 , K_2 рассмотрим для каждой точки нити их средние по периоду $0 \leq t \leq 1$ значения, например:

$$M_1(x) = \langle f_2(x, t) \rangle,$$

$$M_{K1}(x) = \langle K_1(x, t) \rangle,$$

и соответствующие среднеквадратические отклонения:

$$\sigma_1(x) = \sqrt{\langle f_1^2(x, t) \rangle - M_1^2(x)},$$

$$\sigma_{K1}(x) = \sqrt{\langle K_1^2(x, t) \rangle - M_{K1}^2(x)},$$

где $\langle \dots \rangle$ – осреднение по периоду $0 \leq t \leq 1$.

На рис. 3-а и б приведены статистические оценки продольных колебаний нити: на рис. 3-а – $M_1(x)$, $M_{K1}(x)$; на рис. 3-б – $\sigma_1(x)$, $\sigma_{K1}(x)$. Статистические оценки поперечных колебаний имеют на графиках аналогичный вид за исключением $\langle f_2(x, t) \rangle = 0$.

Рис. 3-а и б показывают, что точки пряжи вблизи ее свободного конца испытывают более сильные встряхивающие воздействия (и при продольных, и при поперечных колебаниях) по сравнению с другими точками. Кроме того, скачок кривой $\sigma_1(x)$ (рис. 3-б) вблизи $x=0$ свидетельствует о том, что у точки зажима пряжи существует опасная зона, в которой могут происходить локальные обрывы волокон, после чего эти волокна за счет сил натяжения и контакт-

ного действия рабочих кромок мигрируют вдоль пряжи к свободному концу, где встряхивающие воздействия проявляются наиболее сильно. После этого даже длинные волокна в пряжи могут выпадать в отходы трепания.

Последний результат (существование опасной зоны у точки зажима) подтверждается проведенными нами экспериментальными исследованиями с помощью метода профилирования горстей в процессе трепания.

Результаты расчетов на рис. 2-3 подтверждают так называемый концевой эффект колебаний нити, один конец которой свободен. Физическое обоснование концевого эффекта (для других модельных задач) приведено, например, в [4, 5]. Наглядными проявлениями концевых эффектов являются сверхзвуковые скорости на конце кнута, вызывающие шелчок, разрушительная сила конца оборвавшегося троса [5]. С математической точки зрения концевой эффект характеризуется тем, что гиперболическая система вырождается в параболическую [6, 7].

ВЫВОДЫ

1. Влияние продольных и поперечных колебаний пряжи (при ее переходе с одного трепального била на другое) на сохранность волокна можно оценить продольными и поперечными ускорениями точек пряжи, а также величиной кинетической энергии участков пряжи переменной (от точки зажима) длины.

2. С помощью вычислительного эксперимента подтверждено проявление концевого эффекта при продольных и поперечных колебаниях нити, один конец которой закреплен, а другой – свободен, в случаях специальных краевых или начальных условий.

3. У точки зажима пряжи существует опасная зона, в которой могут происходить локальные обрывы волокон, после чего эти волокна за счет продольно-поперечных воздействий рабочих кромок мигрируют вдоль пряжи к свободному концу и удаляются в отходы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Смирнов М.М.* Задачи по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1968.
2. *Мизушов И.И.* Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1980.
3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. Т.1. Колебания линейных систем/Под ред. В.В. Болотина. – М.: Машиностроение, 1978.
4. *Светлицкий В.А.* Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978.

5. *Зак М.А.* Аналитическое исследование динамических свойств нити: Дис... докт. техн. наук. – Ленинград: ЛИТЛП, 1967.

6. *Трикоми Ф.* О линейных уравнениях в частных производных второго порядка смешанного типа. – М.: Гостехиздат, 1947.

7. *Бицадзе А.В.* Некоторые классы уравнений в частных производных. – М.: Наука, 1981.

Рекомендована кафедрой технологии производства льняного волокна КГТУ. Поступила 21.09.01.