

УДК 624.072.2

DOI 10.47367/0021-3497_2021_6_250

**ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА СОСТАВНЫХ БАЛОК ПЕРЕКРЫТИЙ
ТЕКСТИЛЬНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ**

**CALCULATION FEATURES OF COMPOSITE FLOOR BEAMS
OF TEXTILE FACTORIES**

Е.В. ПОПОВ, О.А. ВЛАДИМИРОВА, В.В. СОПИЛОВ, Б.В. ЛАБУДИН, В.Е. РУМЯНЦЕВА

E.V. POPOV, O.A. VLADIMIROVA, V.V. SOPILOV, B.V. LABUDIN, V.E. RUMYANTSEVA

(Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,
Ивановская государственная химико-технологическая академия,
Ивановский государственный политехнический университет)

(Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosova,
Ivanovo State University of Chemical Technology,
Ivanovo State Polytechnical University)

E-mail: EPV1989@yandex.ru

Рассматриваются двухслойные составные деревокомпозитные балки на податливых связях, которые часто применялись и применяются в объектах текстильной промышленности. Характерной особенностью составных конструкций является нелинейность деформирования связей от сдвигающих усилий. На основании решения дифференциального уравнения для двухслойного составного стержня (А.Р. Ржаницын) представлена математическая модель, позволяющая производить нелинейный расчет шаговым методом с учетом меняющегося коэффициента жесткости дискретных связей, который является функцией от сдвигающего усилия. Представлен пример расчета двухслойного составного элемента на податливых связях, приведены результаты сравнения линейного и нелинейного расчетов.

Two-layer composite beams of semi-rigid ties with non-linearly behavior of the deformation under the shear forces are considered. Based on the solution of the differential equation for a two-layer composite rod of A.R. Rzhanitsyn, a mathematical model is presented. The model obtained allows to do non-linear calculation using step method and taking into account the variability of the stiffness coefficient of discrete ties, being the function of the shear forces. The results of linear and non-linear calculations were compared.

Ключевые слова: составные стержни, нелинейность, жесткость, податливость, сдвиг.

Keywords: composite rods, non-linear behavior, stiffness, semi-rigidity, shear force.

Введение

Текстильная промышленность занимает одно из важнейших мест среди не только легкой, но и мировой промышленности в целом. Для многих стран текстильная и легкая промышленность является одной из основных отраслей экономики, формируя бюджеты от 6 до 20% общего объема производства промышленной продукции. В России за последние десятилетия доля отрасли текстильной промышленности снизилась с 12 до 2% в натуральном выражении, а производственный персонал – в три раза [1], [2]. Тем не менее, предприятия и цеха, работающие в отрасли, часто перепрофилируются, обновляется станочный парк, что приводит к необходимости проведения реконструкции, обусловленной перепланировкой, увеличением нагрузок [3]. Здесь рассмотрены некоторые варианты повышения несущей способности балочных конструкций путем усиления балок перекрытий и/или включением в работу балочных конструкций плит и настилов перекрытий с различными типами податливых связей. Такие композитные конструкции могут иметь в своем составе современные деревоклееные, стальные, железобетонные элементы конструкций, объединенные, как правило, стальными податливыми связями и/или нагельными группами. Широко распространены в строительстве балочные элементы композитного сечения на основе древесины [4...10]; деревобетонные перекрытия [11], [12]; сталежелезобетонные перекрытия [13], [14], в том числе с профилированным стальным настилом, а также комбинации элементов из ДДК, LVL, CLT и других материалов [15].

$$\gamma = 1/E_1F_1 + 1/E_2F_2 + c^2/\Sigma EI; \Delta(t) = -N_1^0/E_1A_1 + N_2^0/E_2A_2 - M_0(t) \cdot \Sigma EI, \quad (2)$$

где E_1, E_2, F_1, F_2 – модули упругости и площади поперечного сечения ветвей составного стержня; c – расстояние между центрами тяжести ветвей; ΣEI – сумма жесткостей: $\Sigma EI = E_1I_1 + E_2I_2$; N_01, N_02 – продольные силы, приложенные к ветвям; $M_0(t)$ – функция распределения изгибающего момента в пределах рассматриваемого участка.

Методика расчета таких конструкций, как правило, базируется на теории составных стержней А.Р. Ржаницына [16], в основе которой положена идеально упругая работа связей сдвига, равномерно распределенных по длине шва сплачивания элементов составного стержня. В действительности, в большинстве случаев работа связей сдвига будет нелинейной, что обусловлено нелинейностью диаграмм деформирования материалов. В связи с этим целесообразным является уточнение классической методики расчета таких конструкций, что предоставило бы возможность учета нелинейной работы различных видов составных композитных конструкций.

Методика

Алгоритм решения рассмотрим на примере двухслойного составного элемента. В пределах выделенного участка условно предположим непрерывное распределение связей по длине контактного шва, что позволит для определения сдвигающих усилий использовать решение дифференциального уравнения составного элемента, представленное в [16]:

$$T''/\xi = \gamma T + \Delta, \quad (1)$$

где T – функция распределения суммарных сдвигающих усилий в шве, накапливаемых по длине элемента от его начала до рассматриваемого сечения; ξ – коэффициент жесткости связей сдвига; γ, Δ – коэффициент и свободный член дифференциального уравнения, определяемые по формулам:

В составных элементах усилия между связями распределяются неравномерно. Таким образом, в случае нелинейной зависимости $\xi(T)$ (T – усилие сдвига, приходящееся на связь) необходимо учитывать изменение жесткости шва составной конструкции по длине, следовательно, в уравнении (1) нельзя положить, что $\xi = \text{const}$. Для учета

данного обстоятельства разбиваем составную конструкцию по длине на n участков, длиной l_j , где j – номер участка (рис. 1-а). Границы участков определяются расстояниями между дискретными связями с номерами $i=1, 2, \dots, n, n+1$, то есть номер участка совпадает с номером левой связи.

Величина Σl_j обозначает расчетную длину элемента:

$$\Sigma l = \sum_{j=1}^n l_j.$$

Коэффициент жесткости связей сдвига в пределах участков принимается равномерно-распределенным, равным $\xi_j(T_i=j)=C(T)/l_j$, где $C(T)$ – коэффициент жесткости дискретной связи, определяющий величину продольного ее смещения при заданной нагрузке.

На рис. 1 показано: – к расчету составной балки: а – схема разбивки составного элемента на участки; б – условная и фактическая эпюры суммарных сдвигающих усилий.

Решение дифференциального уравнения (1) при подстановке в него (2) будет иметь вид:

$$\bar{T}(x) = A \operatorname{sh} \lambda x + B \operatorname{ch} \lambda x + \frac{\xi}{\lambda} \int_0^x \Delta(t) \operatorname{sh}(\lambda(x-t)) dt, \quad (3)$$

$$T_1(l_1) = T_2(0), \quad T_2(l_2) = T_3(0), \quad T_{n-1}(l_{n-1}) = T_n(0), \quad (4)$$

а также равенство на границах участков сосредоточенных сдвигов Γ вдоль разделяющей плоскости шва, которые представляют из себя разности смещения нижнего волокна вышележащего стержня u_n и верхних волокон нижележащего стержня u_b , то есть:

$$\Gamma = \frac{\bar{T}_j'(x_j)}{\xi_j} = \frac{A_j \lambda_j \operatorname{ch}(\lambda_j x_j) + B_j \lambda_j \operatorname{sh}(\lambda_j x_j) + \Phi_j'(x_j)}{\xi_j}. \quad (5)$$

$$A_1 \operatorname{sh}(\lambda_1 l_1) + \bar{T}_{11}(0) \operatorname{ch}(\lambda_1 l_1) + \Phi_1(l_1) = \bar{T}_{11}(l_1) = \bar{T}_{12}(0),$$

$$A_2 \operatorname{sh}(\lambda_2 l_2) + \bar{T}_{12}(0) \operatorname{ch}(\lambda_2 l_2) + \Phi_2(l_2) = \bar{T}_{12}(l_2) = \bar{T}_{13}(0),$$

$$\dots$$

$$A_n \operatorname{sh}(\lambda_n l_n) + \bar{T}_{n-1}(l_{n-1}) \operatorname{ch}(\lambda_n l_n) + \Phi_n(l_n) = \bar{T}_n(l_n),$$

$$\frac{A_1 \lambda_1 \operatorname{ch}(\lambda_1 l_1) + \bar{T}_{11}(0) \lambda_1 \operatorname{sh}(\lambda_1 l_1) + \Phi_1'(l_1)}{\xi_1} = \frac{A_2 \lambda_2}{\xi_2}, \quad (6)$$

где A, B – произвольные постоянные; t – координата, по которой производится интегрирование; λ – характеристическое число; ξ – коэффициент жесткости соединения, приведенный к погонному.

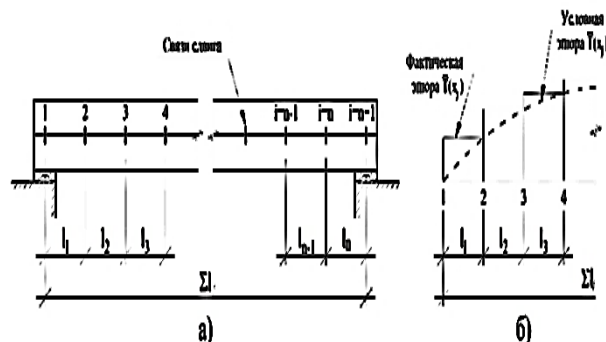


Рис. 1

Обозначим правую часть выражения (3) как функцию $\Phi_j(x_j)$, где j – номер соответствующего участка; x_j – координата, отсчитываемая от его начала, слева-направо, таким образом $x_j=0$ в начале участка и $x_j=l_j$ – в конце. В качестве граничных условий, связывающих уравнения между собой, можно положить равенство сдвигающих сил на границах участков:

С учетом (3), (4) и (5), а также с учетом равенств $\operatorname{sh}(0)=0$; $\operatorname{ch}(0)=1$; $\Phi_j(0)=0$, можно составить систему уравнений для определения сдвигающих усилий $\bar{T}_{1j}(x_j)$ по длине стержня и произвольных постоянных A_j :

$$\frac{A_2 \lambda_2 \operatorname{ch}(\lambda_2 \ell_2) + \bar{T}_{12}(0) \lambda_2 \operatorname{sh}(\lambda_2 \ell_2) + \Phi_2'(\ell_2)}{\xi_2} = \frac{A_3 \lambda_3}{\xi_3},$$

...

$$\frac{A_2 \lambda_2 \operatorname{ch}(\lambda_2 \ell_2) + \bar{T}_{12}(0) \lambda_2 \operatorname{sh}(\lambda_2 \ell_2) + \Phi_2'(\ell_2)}{\xi_2} = \frac{A_3 \lambda_3}{\xi_3}.$$

Решая систему (6), получаем значения функции распределения сдвигающих усилий $\bar{T}_{ij}(x_j)$ на границах участков. Цифра индекса " ij " указывает номер участка. Сос-

редоточенные сдвигающие усилия в дискретных связях определяются из выражений:

$$T_1 = \bar{T}_1(\ell_1); \quad T_2 = \bar{T}_2(\ell_2) - \bar{T}_1(\ell_1); \quad \dots \quad T_n = \bar{T}_n(\ell_n) - \bar{T}_{n-1}(\ell_{n-1}). \quad (7)$$

Эпюра сдвигающих нагрузок в действительности будет иметь скачки. Характер условной и фактической эпюры распределения сдвигающих усилий \bar{T} представлен на рис. 1-б.

Для решения системы уравнений (6) необходимо задать граничные условия на концах, например, для шарнирноопертой балки без препятствий сдвигу на торцах можно положить равным $\bar{T}_1(0) = \bar{T}_n(\ell_n) = 0$.

После вычисления усилий в связях определение усилий и напряжений в элементах составного стержня, а также вертикальных перемещений, производится по общим правилам строительной механики. Для симметричной схемы достаточно рассмотреть только половину пролета, длину последнего участка в таком случае следует принимать равной расстоянию от крайней в пределах полупролета связи до середины пролета элемента.

Для учета нелинейной работы связей расчет может производиться шаговым методом. Нагрузка в общем случае прикладывается ступенями ΔN , на каждом этапе расчета по значениям усилий в связях уточняется коэффициент жесткости соединений $\xi = \xi(T)$ для следующего этапа нагружения. С использованием принципа суперпозиции усилия и напряжения в связях и ветвях составного элемента суммируются на каждом этапе расчета для получения полных результирующих значений.

На рис. 2 показано: – к расчету составной балки на податливых связях: а – схема

балки; б – диаграмма "нагрузка–деформация" ($P-\delta$) для одиночной связи при действии продольного сдвига.

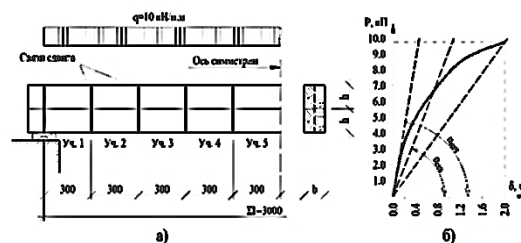


Рис. 2

Пример расчета. Рассмотрим составную деревянную балку (рис. 2-а) из древесины сосны класса прочности С22 [17], слои которой соединены между собой стальными цилиндрическими нагелями, деформация связей происходит по нелинейному закону, то есть $\xi = \xi(T)$ (рис. 2-б). Работа материала предполагается линейноупругой. В качестве исходных данных принимаются следующие параметры: расчетный пролет: $\Sigma \ell = 3$ м, размеры поперечного сечения ветвей 150×150 мм, шаг расстановки связей сдвига 0,3 м. Балка нагружена равномерно распределенной нагрузкой $q = 7,5$ кН/п.м, величина ступени нагружения $\Delta q = 0,75$ кН/п.м. Требуется определить максимальные крайевые напряжения в ветвях составной балки.

Полупролет балки разбивается на 10 участков длиной ℓ_j . Полученная система содержит 10 уравнений и 10 неизвестных. Изгибающий момент в середине пролета с

учетом работы связей сдвига, приходящийся на одну ветвь, определяется по формуле:

$$M_B = E^I I \frac{M_0 - c \sum_{i=1}^5 T_i}{\sum E^I I}, \quad (8)$$

где I – момент инерции рассматриваемой ветви; M_0 – изгибающий момент в середине пролета составной балки от действия только внешней нагрузки (без учета усилий в связях сдвига).

Краевые нормальные напряжения σ_x в верхней и нижней зоне верхней ветви, а также верхней и нижней зоне нижней ветви определяются по формулам:

$$\sigma_{x,1} = \frac{-\sum_{i=1}^5 T_i}{F_1} \pm \frac{M_B h_B}{2I_1}; \quad (9)$$

$$\sigma_{x,2} = \frac{\sum_{i=1}^5 T_i}{F_2} \pm \frac{M_B h_B}{2I_2}.$$

Для сопоставления результатов произведен расчет в линейной постановке при двух значениях жесткости связей сдвига, которые принимаются постоянными. В первом случае линейного расчета жесткость связей принимается равной тангенсу угла наклона касательной к графику $\delta=f(P)$ рис. 2-б, проведенной через начальную точку. Во втором случае – тангенсу угла наклона секущей, проведенной через начальную и конечную точку кривой, соответствующую предельной деформации нагельных соединений [18]. На рис. 3-а представлены графики увеличения сдвигающих усилий в связях на каждом этапе нагружения, на рис. 3-б – нормальных напряжений в краевых волокнах верхней ветви составной балки.

На рис. 3 представлено: – графики зависимости: а – усилий в связях T_i на каждой ступени нагружения (нелинейный расчет); б – нормальных напряжений σ_x в краевых волокнах верхней ветви.

Максимальное усилие сдвига в связях T_1 составляет 9 кН при нелинейном рас-

чете и 11,22 кН – при линейном, с использованием "начального" коэффициента жесткости (расхождение 25%). Это значение превышает предельнодопустимую нагрузку на 1 связь согласно рис. 2-б.

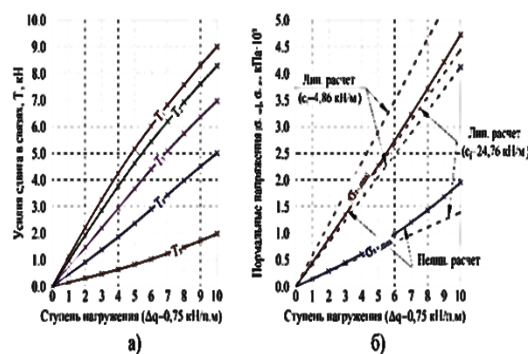


Рис. 3

Таким образом при линейном расчете балки может быть принято ошибочное решение о необходимости увеличения количества связей вблизи опор, или уменьшения их шага расстановки, хотя в действительности такой необходимости не возникает. При учете "секущего" коэффициента жесткости связей усилия в них не превышают 62% от предельнодопустимого значения, однако в таком случае получаются завышенные значения нормальных напряжений в ветвях составного элемента. В случае использования в расчете "начального" значения жесткости связей напряжения получились заниженными на 6% для сжатой зоны, на 29% – для растянутой. Расчет с использованием "секущего" коэффициента жесткости дает превышение значений нормальных напряжений на 23% и 111% для сжатой и растянутой зон ветви соответственно.

ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель, позволяющая производить расчет двухслойных составных стержней с учетом нелинейной работы связей сдвига расширяющая возможности применения теории А.Р. Ржаницына для расчета составных стержней с нелинейно-деформируемыми связями.

2. Использование в расчетах постоянных значений коэффициента жесткости

шва не позволят получить достоверные значения краевых напряжений для оценки прочности материала ветвей составного элемента. Использование линейных диаграмм деформирования связей сдвига, дает значительную погрешность (до 111%) и не дает реального представления о прочности конструкции. Особенно существенное различие возникает у волокон, примыкающих к плоскости разделяющего шва.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жариков В.В., Белова С.Е., Туркин В.Г., Попова Е.Б. Теория и методология эффективного развития промышленных предприятий в конкурентных условиях. – М.: Изд-во Машиностроение–1, 2002.
2. Живетин В.В. Состояние и перспективы развития текстильной и легкой промышленности // Промышленность России. – 2000, №6. С. 28...36.
3. Орлова М.А. Ремонт и восстановление строительных конструкций текстильных предприятий // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2020, № 1. С. 227...231.
4. Роцина С.И., Лисятников М.С., Мелехов В.И., Лабудин Б.В., Лукин М.В. Применение высоких дёревоклееных балок в покрытии зданий текстильных цехов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2016, № 5. С. 267...271.
5. Попов Е.В., Филиппов В.В., Мелехов В.И., Лабудин Б.В., Тюрикова Т.В. Влияние жесткости связей сдвига при расчете ребристых панелей на деревянном каркасе // Лесной журнал. – Архангельск, 2016, №4. С. 123...134.
6. Попов Е.В., Тропина П.М., Шиловская Н.А., Русланова А.В., Лабудин Б.В., Мелехов В.И. Трехслойная ребристая панель на податливых связях // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. – 2017, № 4. С. 33...42.
7. Marci C., Lukasz P. Theoretical, experimental and numerical study of aluminium-timber composite beams with screwed connections. *Construction and Building Materials*. – Vol. 226, 2019. P. 317...330. DOI/10.1016/j.conbuildmat.2019.07.101.
8. Saha S., Dasab P. Experimental and numerical studies on vibration of laminated composite beam with transverse multiple cracks. *Mechanical Systems and Signal Processing*. – Vol. 135 (106398), 2020. DOI: 10.1016/j.ymsp.2019.106398.
9. Siham M., Mittelstedt C. Mixed-mode buckling of shear-deformable composite laminated I-beams. *International Journal of Mechanical Sciences*. – Volume 169 (105332), 2020. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2019.105332.
10. Tohid G., Thomas R., Hamid R. Lightweight timber I-beams reinforced by composite materials. *Composite Structures*. – Vol.233 (111579), 2020. DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.111579.

11. Gutkowskia R., Browna K., Shigidib J. Laboratory tests of composite wood–concrete beams. *Construction and Building Materials*. – Vol. 22(6), 2008. P. 1059...1066. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2007.03.013.

12. Абдрахманов И.С. Выносливость деревожелезобетонных изгибаемых элементов без учета податливости соединения Федеральное Агентство по образованию // Изв. Казанского государственного архитектурно-строительного университета. – 2008, №2 (10). С. 37...40.

13. Замалиев Ф. С. Прочность и деформативность сталежелезобетонных изгибаемых конструкций гражданских зданий при различных видах загрузки: Дис. ... докт. техн. наук. – Казань, 2013.

14. Hao D., Xiamin H., Yanfei M., Guohui H., Kaikai G. Study on composite beams with prefabricated steel bar truss concrete slabs and demountable shear connectors // *Engineering Structures*. – Vol.210 (110419), 2020. DOI: 10.1016/j.engstruct.2020.110419.

15. Roche S., Robeller C., Humbert L., Weinand Y. On the semi-rigidity of dovetail joint for the joinery of LVL panels // *European Journal of Wood and Wood Products*. – Vol. 73, Iss. 5, 2015. P. 667...675.

16. Ржаницын А.П. Составные стержни и пластинки. – М.: Стройиздат, 1986.

17. Стандарт Российской Федерации ГОСТ 33080–2014. Конструкции деревянные. Классы прочности конструкционных пиломатериалов и методы их определения (Переиздание).

18. Стандарт Российской Федерации СП 64.13330.2017. Свод правил. Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II–25–80 (с Изменением №1).

REFERENCES

1. Zharikov V. V. Theory and methodology of effective development of industrial enterprises in competitive conditions / Zharikov V. V., Belova S. E., Turkin V. G., Popova E. B. - M.: Publishing house of Mechanical Engineering – 1. – 2002. – 96 p.
2. Zhivetin V.V. State and prospects of development of textile and light industry / V.V. Zhivetin // *Industry of Russia*. – 2000. – No. 6. – Pp. 28–36.
3. Orlova M.A. Repair and recovery of building constructions of the textile entities. *Proceedings of higher educational institutions. Textile industry technology*. – 2020. – No. 1 (385). – Pp. 227–231.
4. Application of high glued wooden beams in the ceiling of buildings textile plants. Roshina S.I., Lisyatnikov M.S., Melekhov V.I., Labudin B.V., Lukin M.V. *Proceedings of higher educational institutions. Textile industry technology*. – 2016. – No. 5 (365). – Pp. 267–271.
5. The influence of the stiffness of shear bonds in the calculation of ribbed panels on a wooden frame / Popov E.V., Filippov V.V., Melekhov V.I., Labudin B.V., Tyurikova T.V. // *Forest Journal – Arkhangelsk*, 2016 – No. 4. – Pp. 123–134.
6. Three-layer ribbed panel on pliable bonds / Popov E.V., Trochina P.M., Shilovskaya N.A., Ruslanova

A.V., Labudin B.V., Melekhov V.I.// Bulletin of the Volga State Technological University. Series: Materials. Constructions. Technologies. 2017.– No. 4. – Pp. 33–42.

7. Marcin, C., Lukasz, P. Theoretical, experimental and numerical study of aluminium-timber composite beams with screwed connections. Construction and Building Materials. 2019. Vol. 226. Pp. 317–330. DOI/10.1016/j.conbuildmat.2019.07.101.

8. Saha, S., Dasab, P. Experimental and numerical studies on vibration of laminated composite beam with transverse multiple cracks. Mechanical Systems and Signal Processing. 2020. Vol. 135 (106398). DOI: 10.1016/j.ymsp. 2019.106398.

9. Siham, M., Mittelstedt, C. Mixed-mode buckling of shear-deformable composite laminated I-beams. International Journal of Mechanical Sciences. 2020. Volume 169 (105332). DOI: 10.1016/j.ijmecsci. 2019.105332.

10. Tohid, G., Thomas, R., Hamid, R. Lightweight timber I-beams reinforced by composite materials. Composite Structures. 2020. Vol.233 (111579). DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.111579.

11. Gutkowskia, R., Browna, K., Shigidib, J. Laboratory tests of composite wood–concrete beams. Construction and Building Materials. 2008. Vol. 22(6). Pp. 1059–1066. DOI: 10.1016/j.conbuildmat. 2007.03.013.

12. Abdrakhmanov I.S. Endurance of wood-reinforced concrete bending elements without taking into account the flexibility of the joint Federal Agency for

Education, «Tidings of Kazan State University of Architecture and Civil Engineering» No. 2 (10) 2008. Pp. 37–40.

13. Zamaliev F. S. Strength and deformability of steel-reinforced concrete bent structures of civil buildings with different types of loading: dis. ... Dr. Tech. sciences. Kazan, 2013. – 379 p.

14. Hao, D., Xiamin, H., Yanfei, M., Guohui, H., Kaikai, G. Study on composite beams with prefabricated steel bar truss concrete slabs and demountable shear connectors. Engineering Structures. 2020. Vol. 210(110419), DOI: 10.1016/j.engstruct. 2020.110419.

15. Roche S., Robeller C., Humbert L., Weinand Y. On the semi-rigidity of dovetail joint for the joinery of LVL panels // European Journal of Wood and Wood Products. 2015. Vol. 73. Iss. 5. Pp. 667–675.

16. Rzhantsyn A.R. Composite rods and plates [Text]: scientific edition / A. R. Rzhantsyn. – Moscow: Stroyizdat, 1986.

17. Standard of Russian Federation GOST 33080–2014. Wooden structures. Strength classes of structural sawn timber and methods for their determination (Reissue).

18. Standard of Russian Federation SP 64.13330.2017. Set of rules. Wooden structures. Updated edition of SNiP II – 25–80 (with Amendment No. 1).

Рекомендована кафедрой инженерных конструкций, архитектуры и графики СФУ им. М.В. Ломоносова. Поступила 18.06.21.