

УДК 677.014-615.468

DOI 10.47367/0021-3497_2023_1_127

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССА РАЗРЫХЛЕНИЯ ВОЛОКНИСТОЙ МАССЫ
В ЗОНЕ КОЛОСНИКОВОЙ РЕШЕТКИ
НА РАЗРАБОТАННОМ ОБОРУДОВАНИИ***

**MATHEMATICAL MODELING OF LOOSENING PROCESS
OF FIBROUS MASS IN GRATE AREA
ON THE DEVELOPED EQUIPMENT**

И.Г. ХОСРОВЯН, С.А. РОДИОНОВ, А.А. ЖУКОВА, Г.А. ХОСРОВЯН

I.G. KHOSROVYAN, S.A. RODIONOV, A.A. ZHUKOVA, G.A. KHOSROVYAN

(Ивановский государственный политехнический университет)

(Ivanovo State Polytechnical University)

E-mail: khosrovyan_haik@mail.ru

В статье рассматривается механическое состояние волокнистого комплекса в зоне колосниковой решетки в разработанном оборудовании для разрыхления волокнистой массы, ее очистки, рассортировки волокон, их распределения по зонам формирования и транспортировки. Определены силы, действующие на волокнистый комплекс в зоне колосниковой решетки, составлено уравнение равновесия волокнистого комплекса, находящегося на колоснике. Получено уравнение для определения величины силы, действующей на волокнистый комплекс на колоснике. Выполненные теоретические исследования вошли в общий комплекс моделирования процессов разрыхления волокнистой массы.

The article considers the mechanical state of the fibrous complex in the grate area on the developed equipment for loosening the fibrous mass, cleaning it, sorting the fibers, their distribution over the zones of formation and transportation. The forces acting on the fibrous complex in the grate area are determined, and the equilibrium equation of the fibrous complex located on the grate is compiled. An equation is obtained for determining the magnitude of the force acting on the fibrous complex on the grate. The theoretical studies carried out were included in the general modeling complex of fibrous mass loosening processes.

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ и Департамента экономического развития и торговли Ивановской обл., проект № 20-43-370010.

Ключевые слова: колосниковая решетка, волокнистый комплекс, центр масс, уравнение равновесия волокнистого комплекса, силы, действующие на волокнистый комплекс.

Keywords: grate, fibrous complex, center of mass, equilibrium equation of the fibrous complex, forces acting on the fibrous complex.

Важную роль для качественной рассортировки волокнистой массы на разработанном оборудовании для разрыхления волокнистой массы, ее очистки, рассортировки волокон, их распределения по зонам формирования и транспортировки играют процессы разрыхления и очистки, в том числе в зоне колосниковой решетки [1].

Ранее было выполнено математическое моделирование процесса взаимодействия волокнистых комплексов с рабочими органами разрыхлителей-очистителей [2...4]. Рабочими элементами вращающихся барабанов являлись колки. Было рассмотрено механическое состояние волокнистого комплекса на колке, расположенном вертикально над барабаном разрыхлителя.

В данной работе рассматривается механическое состояние волокнистого комплекса, находящегося под рабочим барабаном в зоне колосниковой решетки в разработанном нами оборудовании, предназначенном для разрыхления волокнистой массы, ее очистки, рассортировки волокон, их распределения по зонам формирования и транспортировки. Данное оборудование имеет усиленный приемный узел в виде последовательно и горизонтально установленных пальчатых барабанов и расположенной под ними колосниковой решетки [5], [6].

Рассмотрим следующую модель динамики очистки и разрыхления волокнистого комплекса в зоне колосниковой решетки. Предположим, что волокнистый комплекс располагается на грани колосника (рис. 1). Примем, что волокнистый комплекс с центром масс в точке M вписывается в шаровую поверхность радиусом $R_{\text{КОМ}}$ (рис. 1). Поэтому далее будем считать волокнистый комплекс пористой сферой, имеющей скорость витания $V_{\text{ВИТ}}$. Волокнистый комплекс касается верхней (рабочей) грани колосника в точке O . На волокнистый комплекс

действуют следующие силы: $m\vec{g}$ – сила притяжения; $\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения; \vec{N} – реакция опоры; \vec{F}_a – аэродинамическая сила.

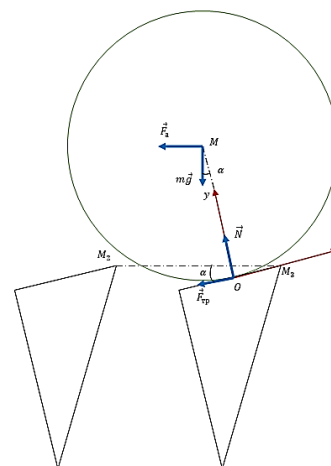


Рис. 1

Очевидно, что под действием этих сил происходит вращение волокнистого комплекса вокруг его центра масс с одновременным скатыванием по рабочей грани колосника до соприкосновения с соседним колосником в точке M_2 . То есть происходит неупругий удар волокнистого комплекса с соседним колосником в точке M_2 (рис. 2).

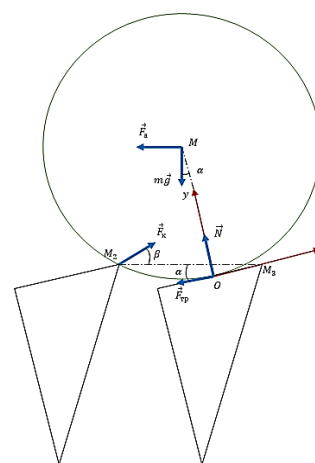


Рис. 2

Далее полагаем, что в этот момент времени t_1 на волокнистый комплекс действует еще сила \vec{F}_k со стороны соседнего колосника. Вектор \vec{F}_k направлен под углом β к линии горизонта. Вектор \vec{F}_k может быть разложен на две составляющие:

$$\vec{F}_k = \vec{F}_{k1} + \vec{F}_{k2}, \quad (1)$$

где \vec{F}_{k1} – горизонтальная составляющая; \vec{F}_{k2} – вертикальная составляющая;

$$|\vec{F}_{k1}| = |\vec{F}_k| \cos \beta; \quad |\vec{F}_{k2}| = |\vec{F}_k| \sin \beta.$$

Считаем далее, что в следующий момент времени t_2 волокнистый комплекс подхватывается рабочим элементом барабана. В этот момент времени на волокнистый комплекс со стороны рабочего элемента барабана действует сила $\vec{F}_{уд}$. Полагаем в этой модели, что имеет место неупругий удар рабочего элемента барабана о волокнистый комплекс.

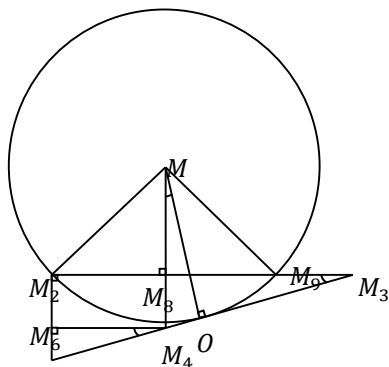


Рис. 3

Рассмотрим механическое состояние волокнистого комплекса до удара рабочего элемента барабана. Для определения сил, действующих на волокнистый комплекс, обратимся к рис. 3. Обозначим через $b = |M_2M_3|$ – расстояние между соответствующими верхними ребрами соседних колосников. Величину $|M_2M_3|$ полагаем известной из конструктивных характеристик разработанного нами оборудования.

$$|M_3M_5| = |M_3O| + |OM_4| + |M_4M_5| = \sqrt{b(b-h)} + R_{ком} \operatorname{tg} \alpha + \frac{0,5h}{\cos \alpha}.$$

Обозначим через M_9 точку пересечения линией M_2M_3 окружности. Продолжим луч M_3O и восстановим перпендикуляр из точки M_2 к прямой M_2M_3 , который пересечет луч M_3O в точке M_5 .

Следовательно, опустим перпендикуляр из точки O на отрезок M_2M_9 . Этот перпендикуляр пересечет прямую M_2M_9 в точке M_8 , а прямую M_3M_5 в точке M_4 . Так как прямая OM перпендикулярна M_3M_5 , то из прямоугольного треугольника OMM_4 определяем, что

$$OM_4 = \frac{R_{ком}}{\cos \alpha}.$$

Обозначим длину хорды M_2M_9 через h :

$$h = |M_2M_9|.$$

Из геометрических соображений, а именно в соответствии со свойствами прямой M_2M_3 , секущей окружность, и касательной M_3M_5 к этой окружности, которые исходят из одной точки M_3 , имеем, что

$$b(b-h) = |M_3O|^2.$$

Отсюда

$$|M_3O| = \sqrt{b(b-h)}.$$

Величина $|OM_4|$ определяется из прямоугольного треугольника MOM_4 при учете того, что $\angle OM_3M_9 = \angle OMM_9$:

$$|OM_4| = R_{ком} \operatorname{tg} \alpha.$$

Проведем через точку M_4 прямую M_4M_6 параллельно прямой M_2M_3 . Очевидно, что $|M_4M_6| = |M_2M_8| = 0,5h$.

Следовательно,

$$|M_4M_5| = \frac{0,5h}{\cos \alpha}.$$

Величина отрезка $|M_3M_5|$ определяется из следующего соотношения:

Отсюда получаем следующее уравнение относительно h :

$$\sqrt{b(b-h)} + R_{\text{КОМ}} \operatorname{tg} \alpha + \frac{0,5h}{\cos \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha}.$$

Или

$$0,5h = \left(\frac{b}{\cos \alpha} - \sqrt{b(b-h)} - R_{\text{КОМ}} \operatorname{tg} \alpha \right) \cos \alpha.$$

Следовательно,

$$0,5h = b - \sqrt{b(b-h)} \cos \alpha - R_{\text{КОМ}} \sin \alpha.$$

Далее находим, что

$$\sqrt{b(b-h)} = (b - 0,5h - R_{\text{КОМ}} \sin \alpha) / \cos \alpha.$$

Или

$$(b^2 - bh) \cos^2 \alpha = (b - 0,5h - R_{\text{КОМ}} \sin \alpha)^2.$$

$$\begin{aligned} B_0 &= 4b(\cos^2 \alpha - 1 + \varepsilon \sin \alpha) = 4b(-\sin^2 \alpha + \varepsilon \sin \alpha) = 4b(\varepsilon - \sin \alpha) \sin \alpha; \\ C_0 &= 4b^2[(1 - \varepsilon \sin \alpha)^2 - \cos^2 \alpha] = 4b^2(1 - 2\varepsilon \sin \alpha + \varepsilon^2 \sin^2 \alpha - 1 + \sin^2 \alpha) = \\ &= 4b^2 \sin \alpha (-2\varepsilon + \varepsilon^2 \sin \alpha + \sin \alpha). \end{aligned}$$

Преобразуем следующее выражение

$$\begin{aligned} B_0^2 - 4C_0 &= 16b^2[(\varepsilon - \sin \alpha)^2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha (-2\varepsilon + \varepsilon^2 \sin \alpha + \sin \alpha)] = \\ &= 16b^2 \sin \alpha [(\varepsilon^2 - 2\varepsilon \sin \alpha + \sin^2 \alpha) \sin \alpha + 2\varepsilon - \varepsilon^2 \sin \alpha - \sin \alpha] = \\ &= 16b^2 \sin \alpha [\varepsilon^2 \sin \alpha - 2\varepsilon \sin^2 \alpha + \sin^3 \alpha + 2\varepsilon - \varepsilon^2 \sin \alpha - \sin \alpha] = \\ &= 16b^2 \sin \alpha [2\varepsilon(1 - \sin^2 \alpha) + \sin \alpha(\sin^2 \alpha - 1)] = \\ &= 16b^2 \sin \alpha [2\varepsilon \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos^2 \alpha] = 16b^2 \cos^2 \alpha \sin \alpha (2\varepsilon - \sin \alpha). \end{aligned}$$

То есть вычисление величины h по предложенной формуле имеет физический смысл, если

$$\varepsilon \geq 0,5 \sin \alpha.$$

Очевидно, что

$$|MM_8| = [R_{\text{КОМ}}^2 - (0,5h)^2]^{0,5}.$$

Спроектируем точку O на прямую MM_4 и обозначим точку проекции через M_{10} . Очевидно, из $\triangle OM_{10}M$ имеем, что

$$\begin{aligned} |MM_{10}| &= R_{\text{КОМ}} \cos \alpha; \\ |OM_{10}| &= R_{\text{КОМ}} \sin \alpha. \end{aligned}$$

Проведем преобразование левой и правой частей полученного соотношения:

$$b^2 \cos^2 \alpha - hb \cos^2 \alpha = (b - R_{\text{КОМ}} \sin \alpha)^2 - h(b - R_{\text{КОМ}} \sin \alpha) + 0,25h^2.$$

Собирая подобные члены, получаем следующее уравнение относительно h :

$$h^2 + B_0 h + C_0 = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{где } B_0 &= 4(b \cos^2 \alpha - b + R_{\text{КОМ}} \sin \alpha); \\ C_0 &= 4[(b - R_{\text{КОМ}} \sin \alpha)^2 - b^2 \cos^2 \alpha]. \end{aligned}$$

Решение уравнения записывается в виде:

$$h_{1,2} = \frac{-B_0 \pm \sqrt{B_0^2 - 4C_0}}{2}.$$

Обозначим $\varepsilon = R_{\text{КОМ}}/b$. Тогда

Следовательно,

$$|M_8 M_{10}| = |MM_{10}| - |MM_8|.$$

Обозначим величину угла $M_8 M M_2$ через γ_1 . Из $\triangle M_8 M M_2$ следует, что

$$\gamma_1 = \arcsin(0,5h/R_{\text{КОМ}}).$$

Принимаем, что ширина верхней (рабочей) грани колосника равна 10 мм, а расстояние между соседними колосниками – 8 мм. Предполагаем изменение угла α от 0 до 30°.

Задаемся значением угла $\alpha = 30^\circ$ и, следовательно, $\sin \alpha = 0,5$, $\cos \alpha = 0,5\sqrt{3}$.

Подставляя значения $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, имеем:

$$B_o = 4(0,75b - b + 0,5R_{\text{КОМ}}) = 4(-0,25b + 0,5R_{\text{КОМ}}) = 2R_{\text{КОМ}} - b = b(2\varepsilon - 1);$$

$$C_o = 4[(b - 0,5R_{\text{КОМ}})^2 - 0,75b^2] = 4(b^2 - bR_{\text{КОМ}} + 0,25R_{\text{КОМ}}^2 - 0,75b^2) =$$

$$= 4(0,25b^2 - bR_{\text{КОМ}} + 0,25R_{\text{КОМ}}^2) = 4b^2(0,25 - \varepsilon + 0,25\varepsilon^2) = b^2(1 - 4\varepsilon + \varepsilon^2).$$

Тогда

$$B_o^2 - 4C_o = b^2[(2\varepsilon - 1)^2 - 4(1 - 4\varepsilon + \varepsilon^2)] =$$

$$= b^2(4\varepsilon^2 - 4\varepsilon + 1 - 4 + 16\varepsilon - 4\varepsilon^2) = b^2(12\varepsilon - 3).$$

Следовательно,

$$(h_{30^\circ})_{1,2} = 0,5b[-(2\varepsilon - 1) \pm \sqrt{12\varepsilon - 3}].$$

Графики функций

$$f_1(\varepsilon) = 0,5b[-(2\varepsilon - 1) + \sqrt{12\varepsilon - 3}]$$

и

$$f_2(\varepsilon) = 0,5b[-(2\varepsilon - 1) - \sqrt{12\varepsilon - 3}]$$

представлены на рис. 4. Так как величина f_2 в области $\varepsilon > 0,25$ отрицательна, то по-

$$-|M_2M_8|mg + |MM_8|F_a Nbs\sin\alpha + F_{\text{ТР}}R_{\text{КОМ}} \sin(\gamma_1 + \alpha) = 0.$$

Так как $F_{\text{ТР}} = kN$, то получаем следующее соотношение:

$$-|M_2M_8|mg + |MM_8|F_a - N[bs\sin\alpha -$$

$$-kR_{\text{КОМ}} \sin(\gamma_1 + \alpha)] = 0.$$

Отсюда

$$N = \frac{mg(|MM_8|V_a^2/V_{\text{ВИТ}}^2 - |M_2M_8|)}{bs\sin\alpha - kR_{\text{КОМ}} \sin(\gamma_1 + \alpha)}.$$

Уравнение равновесия волокнистого комплекса имеет вид:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{ТР}} + \vec{N} + \vec{F}_a + \vec{F}_k = 0. \quad (2)$$

Проектируем левую часть уравнения равновесия на оси Ox и Oy :

$$-mgs\sin\alpha - F_{\text{ТР}} - F_a \cos\alpha +$$

$$+ F_k(\cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \sin\alpha) = 0,$$

$$-mg\cos\alpha + N + F_a \sin\alpha -$$

$$- F_k(\cos\beta \sin\alpha - \sin\beta \cos\alpha) = 0.$$

Обозначим $\lambda_1 = -mgs\sin\alpha - kN - F_a \cos\alpha$;
 $\delta_1 = \cos\beta \cos\alpha + \sin\beta \sin\alpha$; $\lambda_2 = -mg\cos\alpha +$

лагаем, что результат решения уравнения, имеющий физический смысл, представляется в следующем виде (для $\alpha = 30^\circ$):

$$h_{30^\circ} = 0,5b(-2\varepsilon + 1 + \sqrt{12\varepsilon - 3}).$$

Волокнистый комплекс не вращается вокруг точки M . Следовательно, равнодействующая моментов всех сил, действующих на комплекс относительно этой точки, равна нулю:

$$+N + F_a \sin\alpha; \delta_2 = \cos\beta \sin\alpha - \sin\beta \cos\alpha.$$

Из системы уравнений имеем:

$$\lambda_1 \delta_2 + \delta_1 \delta_2 F_k = 0;$$

$$\lambda_2 \delta_1 - \delta_1 \delta_2 F_k = 0.$$

Складывая правые и левые части этих уравнений, имеем:

$$\lambda_1 \delta_2 + \lambda_2 \delta_1 = 0.$$

Делим правую часть уравнения на $\cos\beta$. Получаем, что

$$\lambda_1(\sin\alpha - \text{tg}\beta \cos\alpha) +$$

$$+ \lambda_2(\cos\alpha + \text{tg}\beta \sin\alpha) = 0$$

или

$$(\lambda_1 \sin\alpha + \lambda_2 \cos\alpha) +$$

$$+ \text{tg}\beta(\lambda_2 \sin\alpha - \lambda_1 \cos\alpha).$$

Получаем следующее уравнение относительно величины β :

$$\beta = \arctg\left(\frac{\lambda_1 \sin\alpha + \lambda_2 \cos\alpha}{-\lambda_2 \sin\alpha + \lambda_1 \cos\alpha}\right).$$

Величина F_k определяется из следующего соотношения:

$$F_k = \frac{-mg\cos\alpha + N + F_a \sin\alpha}{\delta_2}. \quad (3)$$

Таким образом, определены силы, действующие на волокнистый комплекс на колоснике в момент времени t_1 .

ВЫВОДЫ

Рассмотрено механическое состояние волокнистого комплекса на колосниковой решетке до удара рабочего элемента вращающегося барабана. Получено уравнение для определения величины силы, действующей на волокнистый комплекс на колосниковой решетке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тувин М.А., Хосровян И.Г., Красик Т.Я., Хосровян Г.А. Математическое моделирование аэродинамической рассортировки волокон в устройстве для получения многослойных нетканых материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2015, №6. С. 119...122.
2. Хосровян И.Г., Красик Т.Я., Хосровян Г.А. Общая теория динамики волокнистых комплексов в процессе их взаимодействия с рабочими органами разрыхлителя // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2012, № 6. С. 194...197.
3. Хосровян И.Г., Красик Т.Я., Хосровян Г.А. Математическое моделирование движения волокнистого комплекса на колке барабана разрыхлителя // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2013, № 4. С. 85...88.
4. Хосровян А.Г., Жукова А.А., Хосровян И.Г., Хосровян Г.А. Теоретические исследования процесса движения волокнистого клочка по рабочему элементу барабана разрыхлителя-очистителя // Международный научно-исследовательский журнал. – 2022. Часть I, №7. С. 23...31.
5. Хосровян А.Г., Хосровян Г.А. Математическое моделирование процесса очистки волокнистых ма-

териалов в разрыхлителе-очистителе // Международный научно-исследовательский журнал. – 2021. Часть 1, №4 (106). С. 86...92.

6. Родионов С.А., Хосровян А.Г., Жукова А.А., Хосровян И.Г., Аleshин Р.Р., Хосровян Г.А. Инновационные разработки теории и технологии производства однослойной и крученой пряжи с содержанием льноволокна // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2022, №4. С. 96...108.

REFERENCES

1. Tuvin M.A., Khosrovyan I.G., Krasik T.Ya., Khosrovyan G.A. Mathematical modeling of aerodynamic sorting of fibers in a device for obtaining multi-layer nonwoven materials // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. – 2015, №6. P. 119...122.
2. Khosrovyan I.G., Krasik T.Ya., Khosrovyan G.A. Obshchaya teoriya dinamiki voloknistykh kompleksov v protsesse ikh vzaimodeystviya s rabochimi organami razrykhlitelya // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. – 2012, № 6. P. 194...197.
3. Khosrovyan I.G., Krasik T.Ya., Khosrovyan G.A. Mathematical modeling of the movement of a fibrous complex on the splitting of a baking powder drum // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. – 2013, № 4. P. 85...88.
4. Khosrovyan A.G., Zhukova A.A., Khosrovyan I.G., Khosrovyan G.A. Theoretical studies of the process of movement of a fibrous shred along the working element of a baking powder-cleaner drum // International Scientific Research Journal. – 2022. Part 1, №7 P. 23...31.
5. Khosrovyan A.G., Khosrovyan G.A. Mathematical modeling of the process of cleaning fibrous materials in a baking powder-cleaner // International Scientific Research Journal. – 2021. Part 1, №4 (106). P. 86...92.
6. Rodionov S.A., Khosrovyan A.G., Zhukova A.A., Khosrovyan I.G., Aleshin R.R., Khosrovyan G.A. Innovative developments in the theory and technology of production of single and twisted yarn containing flax fibers // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. – 2022, № 4. P.96...108.

Рекомендована кафедрой механики и радиоэлектроники. Поступила 20.01.23.