

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕТКАНЫХ МАТЕРИАЛОВ

METHOD FOR DETERMINING THE PHYSICAL AND MECHANICAL CHARACTERISTICS OF NONWOVEN MATERIALS

М.Ю. ТРЕЩАЛИН, Ю.М. ТРЕЩАЛИН

M.Yu. TRESCHALIN, Yu.M. TRESCHALIN

(Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова)
(Lomonosov Moscow State University)

E-mail:mtreschalin@mail.ru

В статье описан метод определения физико-механических характеристик нетканых полотен, основанный на представлении материала в виде вязкоупругой сплошной среды, имеющей капиллярно-пористое строение и волокнистую структуру. На основании экспериментальных данных математическое моделирование изменения физико-механических характеристик высокопористых сред, к которым относятся рассматриваемые полотна, в результате внешних воздействий производится при помощи степенной функции. Для решения рассматриваемой оптимизационной задачи используется метод штрафных функций. Определение штрафной функции по аргументу производится таким образом, чтобы в интересующем интервале значений она была равна нулю, а за пределами интервала возрастала.

В результате проведенного анализа получены уравнения, позволяющие производить проектирование материала лишь по одной, заданной изначально характеристике (например, плотность или пористость).

The article describes a method for determining the physical and mechanical characteristics of nonwoven fabrics, based on the representation of the material in the form of a viscoelastic continuous medium having a capillary-porous and a fibrous structure. Based on experimental data, mathematical modeling of changes in the physico-mechanical characteristics of highly porous media (which include the canvases) as a result of external influences using a power function is performed. To

solve the optimization problem under consideration, the method of penalty functions is used. The penalty function is defined by the argument in such a way that it is equal to zero in the range of values of interest, and increases outside the interval.

As a result of the analysis the equations that make it possible to design a material according to only one initially specified characteristic (for example, density or porosity) were obtained.

Ключевые слова: технология, сплошная среда, внешние воздействия, нетканый материал, математический метод, оптимизация, штрафная функция, плотность, пористость, условия эксплуатации.

Keywords: technology, continuum, external influences, non-woven material, mathematical method, optimization, penalty function, density, porosity, operating conditions.

Расширение ассортимента и увеличение объемов выпуска нетканых материалов является одним из перспективных направлений, открывающих новые области их применения и способствующих вытеснению соответствующей импортируемой продукции [1]. Следует отметить, что нетканые полотна обладают высокими физико-механическими свойствами, а достаточно простая и экономичная технология их изготовления позволяет использовать разнообразный волокнистый состав.

Нетканые материалы представляют собой плотно упакованные волокнистые системы, в которых волокна соединены между собой механическим, физико-химическим или комбинированным способами. При использовании иглопробивания образуется хаотически сформированная структура, пронизанная на всю толщину полотна пучками волокон. Поэтому разработку математического метода, позволяющего определить требуемые параметры нетканых полотен, целесообразно проводить, представляя рассматриваемое полотно как вязкоупругую высокопористую сплошную среду, имеющую капиллярно-пористое строение и волокнистую структуру.

Анализ многочисленных исследовательских работ, посвященных изучению свойств различных дисперсных материалов [2-8], показывает, что с увеличением плотности возрастает и прочность материала.

Изменение физико-механических характеристик высокопористых сред, к которым относятся рассматриваемые полотна, в результате внешних воздействий в общем виде можно с достаточной для практических расчетов точностью описать при помощи степенной зависимости вида:

$$F(x) = Kx^n, \quad (1)$$

где $F(x)$ – целевая функция; x – характерный параметр материала (например, плотность или пористость); K, n – коэффициент пропорциональности и показатель, характеризующий степень нелинейности функции соответственно.

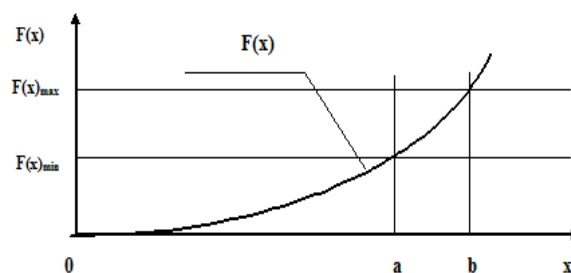


Рис. 1

Граничные условия формулируются следующим образом: в диапазоне изменения $0 \leq x \leq 1$ значение $x = a$ соответствует величине $F(x) = F(x)_{\min}$ и $x = b$ имеет место в случае $F(x) = F(x)_{\max}$ (рис. 1). Рассматриваемая оптимизационная задача состоит в том, чтобы найти такую функцию вида (1),

которая обеспечила бы выполнение указанных требований.

Для решения задачи используется метод штрафных функций. Определение штрафной функции по x производится таким образом, чтобы в интересующем интервале от a до b она была равна нулю, а за пределами интервала возрастала [9÷11]:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } a \leq x \leq b \\ (x - b) & \text{при } x \geq b \\ (a - x) & \text{при } x \leq a \end{cases}$$

С целью определения неизвестных K и n следует минимизировать разность между искомой функцией (1), которую можно представить в виде:

$$KZ^n = K \cdot e^{n \cdot \ln(Z)},$$

$$\begin{aligned} & \int_0^a [KZ^n - (a - Z)] Z^n dZ + \int_a^b [K \cdot Z^n Z^n] dZ + \int_b^1 [KZ^n - (Z - b)] Z^n dZ = \\ & = \frac{K}{2n+1} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} [a^{n+2} + n(1-b) + (1-2b) + b^{n+2}] = 0, \\ & \int_0^a [KZ^n - (a - Z)] \ln(Z) Z^n dZ + \int_a^b [KZ^n Z^n \ln(Z)] dZ + \int_b^1 [KZ^n - (Z - b)] \ln(Z) Z^n dZ = \\ & = \frac{Ka^{n+2}}{(2n+1)^2} [(2n+1) \ln(a) - 1] - \frac{a^{n+2}}{(n+1)^2} \cdot [(n+1) \ln(a) - 1] + \\ & \quad + \frac{a^{n+1}}{(n+2)^2} [(n+2) \ln(a) - 1] + \frac{K}{(2n+1)^2} \\ & \quad \cdot \{[(2n+1)[b^{2 \cdot n+1} \ln(b) - a^{2 \cdot n+1} \ln(a)] - [b^{2 \cdot n+1} - a^{2 \cdot n+1}]\} + \\ & \quad + \frac{K}{(2n+1)^2} \{b^{2 \cdot n+1} [1 - (2n+1) \ln(b)] - 1\} + \frac{1}{(n+2)^2} \{b^{n+2} [1 - (n+2) \ln(b)] - 1\} + \\ & \quad + \frac{b}{(n+1)^2} \{b^{n+2} [1 - (n+1) \ln(b)] - 1\} = 0. \end{aligned}$$

После преобразований получено транс-

и некоторой штрафной функцией $f(Z)$. Для обеспечения положительной разности между указанными функциями в каждой точке по Z используется метод средних квадратичных отклонений:

$$\int_0^A [KZ^n - f(Z)]^2 dZ = I(K, n).$$

Необходимым условием достижения минимума разности функций является равенство нулю первой производной $I(K, n)$ по параметрам K и n :

$$\frac{\partial I}{\partial K} = 2 \int_0^A [KZ^n - f(Z)] Z^n dZ = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial I}{\partial n} = 2 \int_0^A [KZ^n - f(Z)] K \ln(Z) Z^n dZ = 0. \quad (3)$$

Последовательно интегрируя (2) и (3), имеем:

цендентное уравнение для определения n :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{n+1} \{b^{n+1} [1 - (n+1) \ln(b)] - b - a^{n+1} [1 - (n+1) \ln(a) - 1]\} \\ & + \frac{1}{(n+1)^2} \{a^{n+2} \cdot [(n+2) \ln(a) - 1] - b^{n+2} \cdot [1 - (n+2) \ln(b)] + 1\} - \\ & \frac{1}{(2 \cdot n+1) \cdot (n+1) \cdot (n+2)} [a^{n+2} + n(1-b) + (1-2b) + b^{n+2}] = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

Расчет значения K производится по следующей формуле:

$$K = \frac{(2n+1)}{(n+1)(n+2)} [a^{n+2} + n(1-b) +$$

$$+ (1-2b) + b^{n+2}]. \quad (5)$$

Решение уравнений (4) и (5) проводится с учетом зависимости (1), записанной для

максимального и минимального значений функции $F(x)$, в виде:

$$\ln F(x)_{\max} = \ln(K) + n \cdot \ln(b), \quad (6)$$

$$\ln F(x)_{\min} = \ln(K) + n \cdot \ln(a). \quad (7)$$

Численные значения n , K , a и b определяются из совместного решения уравнений (4) – (7) при известных $F(x)_{\max}$ и $F(x)_{\min}$, определяемых из условий эксплуатации материала.

Предложенный математический метод определения параметров нетканого полотна позволяет проектировать материалы лишь по одной, заданной изначально характеристике (например, плотность или пористость).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рабинер М.Е.* Новые композиционные нетканые материалы // Нетканые материалы: продукция, оборудование, технологии. 2011. № 1(14). С. 10...11.

2. *Жихарев А.П., Краснов Б.Я., Петропавловский Д.Г.* Практикум по материаловедению в производстве изделий легкой промышленности. М.: Издательский центр «Академия», 2004. 464 с.

3. *Назарова Ю.В., Тюменев Ю.Я., Мухамеджанов Г.К.* Зависимость изменения фильтрационных характеристик нетканых геотекстильных материалов от пористости при изменении давления // Современные наукоемкие технологии и перспективные материалы текстильной и легкой промышленности (Прогресс – 2007): сб-к матер. междунар. науч.-техн. конф. Иваново: ИГТА, 2007. Ч. 1. С. 117...118.

4. *Назарова Ю.В., Тюменев Ю.Я., Мухамеджанов Г.К., Плеханова С.В.* Влияние структуры геотекстильных нетканых материалов на прочностные характеристики при продавливании шариком // Экологические и ресурсосберегающие технологии промышленного производства: сб-к ст. междунар. науч.-техн. конф. Витебск: ВГТУ, 2006. С. 189...191.

5. *Мухамеджанов Г.К., Назарова Ю.В., Соболев С.В., Тюменев Ю.Я.* Зависимость прочности геотекстильных материалов при продавливании от способа их производства // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: матер. XIII Междунар. симпозиума. М.: Изд-во МАИ, 2007. С. 203...204.

6. *Киселев С.В., Козлов А.А., Егоров И.М.* Компьютерное прогнозирование деформационных режимов эксплуатации геотекстильных нетканых материалов // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2022. №3 (399). С. 214...220.

7. *Абдугаффаров А.А., Очилтов Т.А., Валиева З.Ф., Гафурова С.С., Корабельников А.Р.* Изменения физико-механических свойств пряжи различного волокнистого состава // Известия вузов. Технология

текстильной промышленности. 2022. №5 (401). С. 83...87.

8. *Демидов А.В., Макаров А.Г., Переборова Н.В., Литвинов А.М.* Математическое моделирование деформационных свойств полимерных текстильных материалов с позиции спектрального анализа вязкоупругости // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2021. №6 (396). С. 210...219.

9. *Пискунов Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1968. Т. 2. 312 с.

10. *Прусаков Г.М.* Математические модели и методы в расчетах на ЭВМ. М.: Физико-математическая литература, 1993. 141 с.

11. *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.* Оптимизация в технике. Кн. 1: [пер. с англ.]. М.: Мир, 1986. 349 с.

REFERENCES

1. *Rabiner M.E.* New composite nonwoven materials // Nonwoven materials: Products, equipment, technologies. 2011. No. 1(14), p. 10, 11.

2. *Zhikharev A.P., Krasnov B.Ya., Petropavlovsky D.G.* Workshop on materials science in the production of light industry products. M.: Publishing Center "Academy", 2004. 464 p.

3. *Nazarova Yu.V., Tyumenev Yu.Ya., Mukhamedzhanov G.K.* Dependence of the change in the filtration characteristics of non-woven geotextile materials on porosity with a change in pressure // Modern science-intensive technologies and promising materials of textile and light industry (Progress – 2007): collection of materials of the international scientific and technical conference. Ivanovo: IGTA, 2007. Part 1. P.117...118.

4. *Nazarova Yu.V., Tyumenev Yu.Ya., Mukhamedzhanov G.K., Plekhanova S.V.* Influence of the structure of geotextile nonwoven materials on the strength characteristics when punched by a ball // Ecological and resource-saving technologies of industrial production: collection of articles of the international scientific and technical conference. Vitebsk: VGTU, 2006. P. 189...191.

5. *Mukhamedzhanov G.K., Nazarova Yu.V., Sobolev S.V., Tyumenev Yu.Ya.* Dependence of the strength of geotextile materials during punching on the method of their production // Dynamic and Technological Problems of Structural Mechanics and Continuous Environments: proceedings of the XIII International Symposium. M.: Publishing House of MAI, 2007. P. 203...204.

6. *Kiselev S.V., Kozlov A.A., Egorov I.M.* Computer prediction of deformation modes of operation of geotextile nonwoven materials // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2022. No. 3 (399). P. 214...220.

7. *Abdugaffarov A.A., Ochilov T.A., Valieva Z.F., Gafurova S.S., Korabelnikov A.R.* Changes in the physical and mechanical properties of yarn of various fiber composition // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2022. No. 5 (401). P.83...87.

8. *Demidov A.V., Makarov A.G., Pereborova N.V., Litvinov A.M.* Mathematical modeling of deformation properties of polymeric textile materials from the standpoint of spectral analysis of viscoelasticity // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*. 2021. No. 6 (396). P. 210...219.

9. *Piskunov N.S.* Differential and integral calculus. M.: Nauka, 1968. V.2. 312 p.

10. *Prusakov G.M.* Mathematical models and methods in computer calculations. M.: Physico-mathematical literature, 1993. 141 p.

11. *Rekleitis G., Reyvindran A., Ragsdel K.* Optimization in technology. Book.1. Per. from English. M.: Mir, 1986. 349 p.

Рекомендована организационным комитетом IV Международного научно-практического симпозиума «Технический текстиль России: нетканые материалы, сырье, реинжиниринг». Поступила 07.03.23.
