К проектированию лентоукладчиков

Кандидат технических наук доцент А. Г. СЕВОСТЬЯНОВ.
(Московский текстильный институт)

На чесальных и ленточных машинах лента укладывается в таз по гипоциклоиде, при этом обеспечивается достаточно плотная укладка ленты и свободное (без перепутывания) извлечение ее из таза. Лентоукладчик имеет верхнюю тарелку A (рис. 1) и нижнюю B (подтазник). Канал (точка K) в верхней тарелке, через который выпускается лента в таз, вращается по часовой стрелке с постоянной угловой скоростью w_2 и отстоит от оси С тарелки на расстоянии r. Таз, стоящий на нижней тарелке, вращается против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью w_1. Ось верхней тарелки смещена относительно оси О таза на расстояние a. Такое относительное движение и расположение таза и верхней тарелки и обуславливают вышеуказанную укладку ленты.

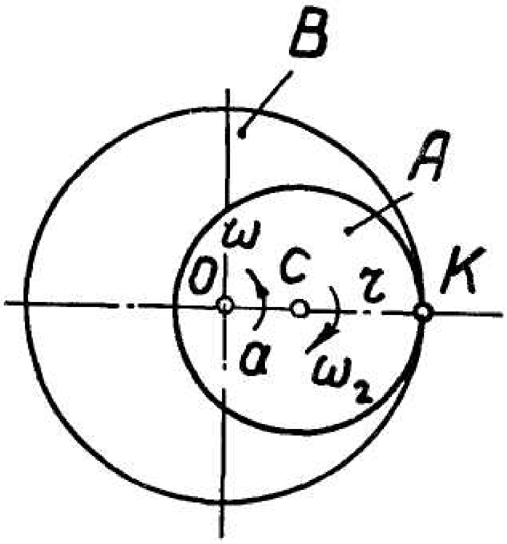

Рис. 1.

При проектировании лентоукладчиков важно знать, как влияют основные конструктивные размеры на характер кривой, по которой происходит укладка ленты в таз. Установим уравнение этой кривой.

За время t верхняя тарелка (рис. 2) повернется вокруг своей оси C на угол $\psi=\omega_2 t$, и ось канала K, а, следовательно, и ее проекция на подтазнике, перейдет из точки K в K^1. Одновременно с этим проекция оси C верхней тарелки на подтазнике повернется на угол $w_1 t$ вокруг оси O и займет положение C_1. Последнее обусловит переход проекции оси канала из K^1 в точку K_1, описывая искомую кривую KK_1. Таким образом точка K_1 находится в относительном движении со скоростью $v_r=w_2\cdot r$ и в переносном движении со скоростью $v_e=w_1$.
Абсолютная скорость этой точки равна $v=v_r+v_e$

Для определения проекций этой скорости на оси координат x и y введем обозначения и определим необходимые углы. Пусть угол C_1OK_1 будет α. Тогда $\angle K_1OM=\omega_1 t-\alpha$

Из рис. 2 видно, что $\angle C_1MO=(w_2-w_1)t$

Разделив и умножив на w_2 правую часть полученного равенства, находим:

$$\angle C_1MO = \frac{w_2 - w_1}{w_2} \cdot \varphi = p\varphi$$

$$\text{где } p = \frac{w_2 - w_1}{w_2} \text{ и } \varphi = w_2 t$$

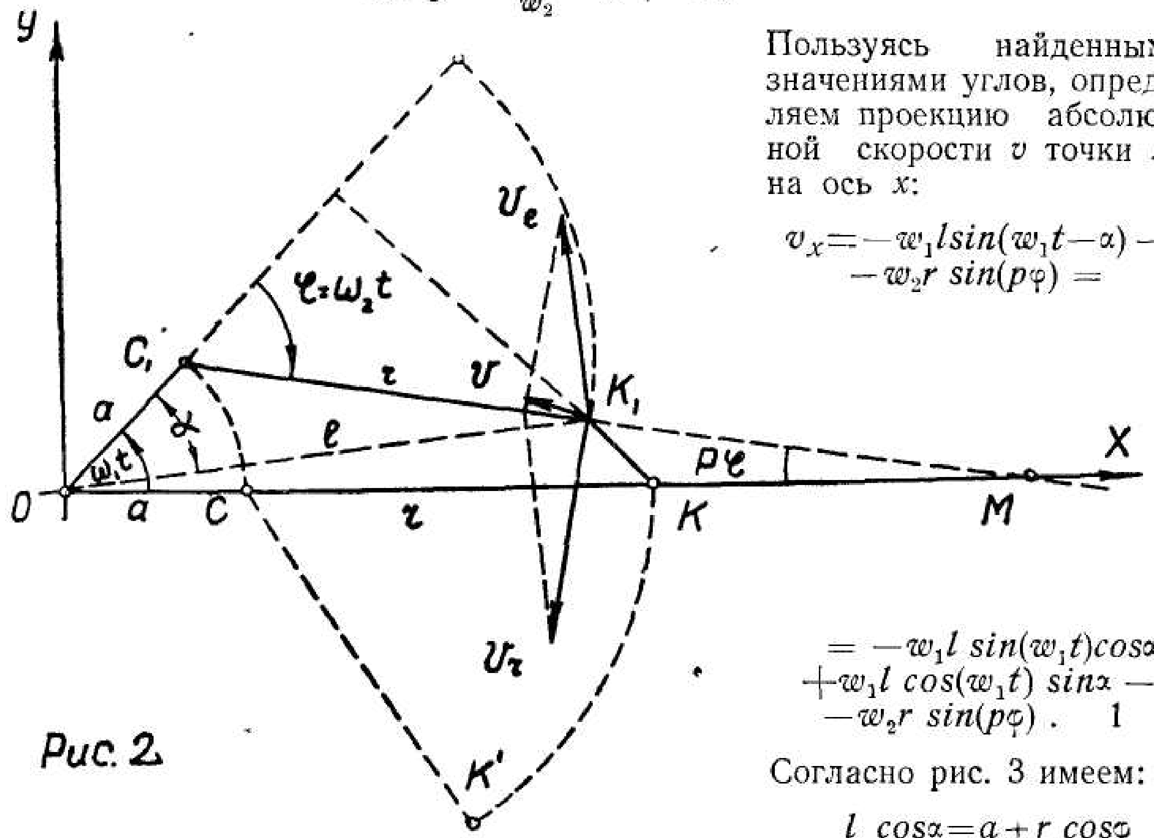

Рис. 2

Пользуясь найденными значениями углов, определяем проекцию абсолютной скорости v точки K_1 на ось x:

$$v_x = -w_1 l \sin(w_1 t - \alpha) - w_2 r \sin(p\varphi) =$$

$$= -w_1 l \sin(w_1 t)\cos\alpha + w_1 l \cos(w_1 t) \sin\alpha - w_2 r \sin(p\varphi) \quad . \quad 1$$

Согласно рис. 3 имеем:

$$l \cos\alpha = a + r \cos\varphi$$
$$l \sin\alpha = r \sin\varphi \quad . \; . \; . \; 2$$

Подставляя эти значения в равенство I, после преобразований получаем:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -aw_1 \sin\left(\frac{w_1}{w_2}\varphi\right) - rw_2 p \sin(p\varphi) \; . \; . \; . \; 3$$

Так как $dt = \frac{di}{w_2}$, то после подстановки получим:

$$dx = -\frac{aw_1}{w_2} \sin\left(\frac{w_1}{w_2}\varphi\right) d\varphi - rp \sin(p\varphi) d\varphi.$$

После интегрирования этого уравнения находим:

$$x = a\cos\left(\frac{w_1}{w_2}\varphi\right) + r\cos(p \cdot \varphi) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 4$$

Проекция абсолютной скорости точки K_1 на ось y равна:

$$v_y = w_1 l \cos(w_1 t - \alpha) - w_2 r \cos(p\varphi)$$

После преобразований и подстановок соответствующих значений получаем:

$$dy = \frac{aw_1}{w_2} \cos\left(\frac{w_2}{w_2}\varphi\right) d\varphi - rp \cos(p\varphi) d\varphi \; . \; . \; . \; . \; . \; 5$$

Интегрирование полученного уравнения дает:

$$y = a\sin\left(\frac{w_1}{w_3}\varphi\right) - r\sin(p\varphi) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 6$$

Выражения 4 и 6 представляют уравнения искомой кривой в параметрической форме. Возводя их в квадрат и складывая почленно, получим уравнение кривой, по которой укладывается лента в тазе:

$$x^2 + y^2 = a^2 + r^2 + 2ar \cos\varphi \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 7$$

Исследуем это уравнение.

Когда $a=0$, то $x^2+y^2=r^2$, т. е. если бы оси нижней и верхней тарелок совпадали, то лента укладывалась бы по окружности с радиусом r. Когда $w_2=0$, то $\varphi=0$ и $x^2+y^2=(a+r)^2$, т. е. если бы верхняя тарелка была неподвижна, а нижняя вращалась, то лента укладывалась бы в тазе также по окружности с радиусом $a+r$. Исследование показывает, что уравнение 7 составлено верно.

Уравнения 4 и 6 возможно получить непосредственно по рис. 2, определяя координаты точки K_1.

Уравнение 7 представляет удлиненную гипоциклоиду, которую образует точка K_1 (рис. 3), закрепленная вне диска (подвижная центроида) с радиусом R_2 во время катания последнего внутри другого диска (неподвижная центроида) с радиусом R_1. Действительно, по рис. 4 находим координаты для точки K_1:

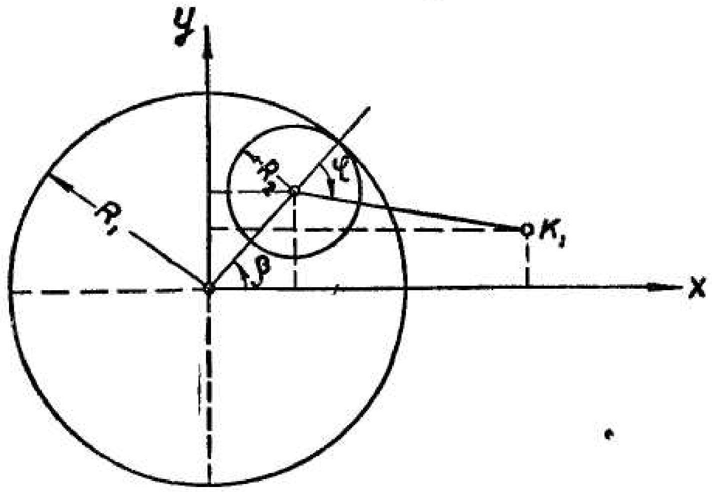

Рис. 3

$$x=(R_1-R_2)\cos\beta+$$
$$+r\cos(\varphi-\beta)$$
$$y=(R_1-R_2)\sin\beta-$$
$$-r\sin(\varphi-\beta)$$

Так как центроиды движутся без скольжения, то

$$R_1\beta=R_2\varphi;\ \beta=\frac{R_2}{R_1}\varphi.$$

Кроме того, для мгновенного центра вращения центроид имеем:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{w_1}{w_2}$$

Используя найденные соотношения, получаем уравнения:

$$x=(R_1-R_2)\cos\left(\frac{w_1}{w_2}\varphi\right)+r\cos\left(\frac{w_2-w_1}{w_2}\varphi\right)$$

$$y=(R_1-R_2)\sin\left(\frac{w_1}{w_2}\varphi\right)-r\sin\left(\frac{w_2-w_1}{w_2}\varphi\right)$$

Но $R_1-R_2=a$ и поэтому получаем уравнения искомой кривой и в параметрической форме, сходные с 4 и 6:

$$x=a\cos\left(\frac{w_1}{w_2\varphi}\right)+r\cos\left(\frac{w_2-w_1}{w_2}\varphi\right)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ 8$$

$$y=a\sin\left(\frac{w_1}{w_2}\varphi\right)-r\sin\left(\frac{w_2-w_1}{w_2}\varphi\right)$$

Полученные уравнения показывают, что характер кривой, по которой осуществляется укладка ленты в таз, зависит от эксцентриситета, взаимной установки тарелок, расстояния оси канала от центра верхней тарелки и угловых скоростей верхней и нижней тарелок.

При выборе размеров a и r руководствуются следующими соотношениями:

$$d=2(a+r0{,}5d_к+\delta)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ 9$$
$$r=a+0{,}5d_о+0{,}5d_к\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ 10$$

где d — диаметр таза (эта величина задается техническими условиями на проектирование);

$d_к$ — диаметр выходного отверстия в канале верхней тарелки. Этот размер должен быть больше толщины ленты, например, для хлопковой ленты $d_k = 20$ *мм*,

$d_о$ — диаметр канала (рис. 1) в центре таза, не заполненного лентой. Этот канал образуется лентой вследствие укладки ее витками с диаметром большим, чем радиус таза, т. е. $2r > 0{,}5d$. При такой укладке ленты достигается связь не только между соседними витками, но и с витками, лежащими с противоположной стороны, и тем самым обуславливается свободное извлечение ее из таза. Обычно принимают $d_о = 80$ *мм*,

δ — зазор между лентой и тазом, необходимый для свободного извлечения ленты из таза. Величина его обычно равна 4 — 5 мм.

Угловая скорость верхней тарелки определяется по формуле:

$$w_2 = \frac{\pi d_в n_в}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 11$$

где $\pi d_в n_в$ — окружная скорость выпускных валиков лентоукладчика, определяемая производительностью машин из технологических условий.

Формула 11 получена из условий, что верхняя тарелка должна делать один оборот за время, в течение которого выпускные валики лентоукладчика выпустят длину ленты, равную длине одного витка. При этом длина витка принята равной $2\pi r$. Точное определение длины витка приводит к очень сложной формуле и поэтому здесь не приводится.

Угловая скорость нижней тарелки может быть определена из условия, что при укладке ленты каждый последующий виток должен смещаться примерно на толщину ленты $d_к$. Такое смещение предупреждает совпадение соседних витков и обеспечивает свободное извлечение ленты из таза. Время, необходимое для поворота верхней тарелки на один оборот, равно

$$t = \frac{2\pi}{w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 12$$

За это время проекция оси верхней тарелки на нижнюю должна сместиться на $d_к$, двигаясь по окружности радиуса a. Поэтому

$$t = \frac{d_к}{a w_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 13$$

Приравнивая выражения 12 и 13 и решая полученное равенство относительно w_1, находим угловую скорость нижней тарелки:

$$w_1 = d \; \frac{2\pi}{a} w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; 14$$

Определив по формулам 9, 10, 11 и 14 необходимые данные, можно с помощью формул 8 построить кривую, по которой должна происходить укладка ленты в таз, и тем самым убедиться в правильности укладки.

Опечатки

66	12 снизу	ψ	φ
66	6 снизу	—	1
67	[illegible] сверху	v	v_{x}
67	19 сверху	di	$d\varphi$
68	17 сверху	рис. 4	рис. 3
68	12 снизу	$\frac{w_1}{w_2\varphi}$	$\frac{w_1\varphi}{w_2}$
68	4 снизу	$r0,5d_к$	$r + 0,5d_к$