

УДК 677. 024.1

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА УРАБОТОК НИТЕЙ ПОЛОТНА
ПО ЗАПРАВОЧНЫМ ДАННЫМ ТКАНИ
И ВЫСОТЕ ВОЛНЫ ИЗГИБА ОСНОВЫ**

**THE METHOD OF CALCULATION OF FABRIC THREADS RUN-IN
BY FABRIC FETTLING DATA
AND HEIGHT OF A WARP BEND WAVE**

Г.И. ТОЛУБЕЕВА, И.Г. ЯКУБОВА, С.Г. ПЯРТЛИ
G.I. TOLUBEEVA, I.G. JAKUBOVA, S.G. PJARTLI

(Ивановская государственная текстильная академия)
(Ivanovo State Textile Academy)
E-mail: ttp@igta.ru

Предложена методика расчета уработок нитей основы и утка ткани полотняного переплетения по известным линейной плотности и виду пряжи, плотностям ткани, виду сечения и коэффициентам смятия нитей в ткани и высоте волны изгиба основы. Длина нити в элементе ткани рассчитывается как сумма длин дуг оси нити одной системы, огибающей расчетные эллипсы нитей второй системы в нижней и верхней частях пересечки, и длины прямолинейного отрезка, соединяющего эти дуги.

The method of calculation warp and weft threads run-in in a fabric of calico weave by certain linear density and type of yarn, fabric density, type of cross-section, linear strain of threads in a fabric and the height of a warp bend wave has been suggested. The height of a thread in a fabric element is calculated as a sum of lengths of thread axis arcs of one system, rounding the design thread ellipses in

the other system in the lower and upper parts of intersection and the length of a straight segment connecting these arcs.

Ключевые слова: ткань, основа, уток, полотняное переплетение, микросрез, пересечка, волна изгиба, угол обхвата, угол наклона, длина дуги, уработка.

Keywords: a fabric, a weft, a calico weave, microcut, intersection, a bend wave, a folding angle, an incline angle, arc length, run-in.

В основу методики экспериментального расчета уработки нитей основы и утка по микросрезу ткани полотняного переплетения положена теория Пирса, который рассматривал параметры строения и свойства ткани как функции углов наклона прямолинейных отрезков нитей основы и утка в ткани к оси абсцисс [1, с. 45...196]. Принимаем, что линейные плотности, вид пряжи в системах основы и утка и плотности ткани в пределах раппорта не изменяются.

Определяем по микросрезу высоту волны изгиба основы h_o , анализируем не менее пяти срезов, с тем чтобы относительная ошибка опыта составила не более 5%. По результатам лабораторного анализа образца ткани находим: линейную плотность основы T_o и утка T_y , плотность ткани по основе P_o и по утку P_y , принимаем или определяем по микросрезам вид сечения нитей в ткани, коэффициенты смятия основы и утка по горизонтальной $\eta_{ог}$, $\eta_{уг}$ и вертикальной $\eta_{ов}$, $\eta_{ув}$ осям. На рис. 1 представлена геометрическая модель ткани полотняного переплетения, анализ которой показывает, что заработанная в ткань нить основы состоит из двух пересечек с нитями утка.

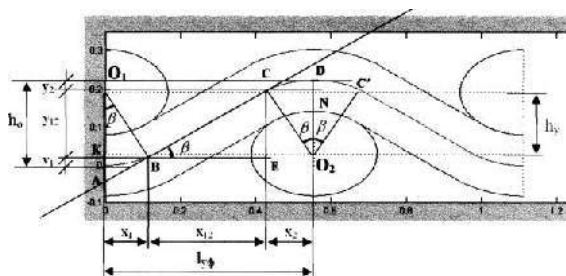


Рис.1

Проекция основы в пересечке на ось абсцисс есть фактическая геометрическая плотность по утку l_{yf} . Для расчета уработки достаточно определить длину нити в одной пересечке. Опустим из центров утков в пересечке, точек O_1 и O_2 , перпендикуляры на ось основы, получим точки В и С. Дуги $\cup AB$ и $\cup CD$ являются расчетными дугами обхвата утков осью нити основы, причем углы обхвата $\angle AO_1B$ и $\angle CO_2D$ равны, они равны также углу наклона к горизонтали прямолинейного участка нити, соединяющего эти дуги, как углы со взаимно-перпендикулярными сторонами, обозначим их β . Обозначим: $x_{1(2)}$ – горизонтальную проекцию нижней (верхней) дуги; x_{12} – горизонтальную проекцию отрезка, соединяющего дуги; $y_{1(2)}$ – вертикальную проекцию нижней (верхней) дуги; y_{12} – вертикальную проекцию отрезка, соединяющего дуги. Определим длины большой и малой полуосей расчетных эллипсов сечений нитей утка в нижнем и верхнем положении:

$$a_1 = a_2 = 0,5d_{yf} + 0,5d_{ов}, \quad (1)$$

$$b_1 = b_2 = O_1A = O_2D = 0,5d_{ув} + 0,5d_{ов}. \quad (2)$$

Из рис. 1 видно, что длина основы в пересечке состоит из трех участков: длины дуги l_{o1} , огибающей нить утка снизу, прямолинейного участка нити основы l_{o12} и длины дуги, огибающей нить утка сверху l_{o2} . Длины дуг l_{o1} и l_{o2} рассчитывались как длины дуг расчетных эллипсов от начального α_n до конечного α_k углов. Длина участка любой кривой может быть найдена по выражению [2, с. 285]:

$$\ell = \int_{\alpha_n}^{\alpha_k} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt, \quad (3)$$

где $x'(t)$ и $y'(t)$ – первые производные уравнения кривой, заданной в параметрической форме:

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t). \end{cases} \quad (4)$$

Уравнение эллипса в параметрической

$$\begin{aligned} \ell &= \int_{\alpha_n}^{\alpha_k} \sqrt{(-a \sin t)^2 + (b \cos t)^2} dt = \int_{\alpha_n}^{\alpha_k} \sqrt{a^2 \sin^2 t + b^2 \cos^2 t} dt = \\ &= \int_{\alpha_n}^{\alpha_k} \sqrt{a^2(1 - \cos^2 t) + b^2 \cos^2 t} dt = \int_{\alpha_n}^{\alpha_k} \sqrt{a^2 - (a^2 - b^2) \cos^2 t} dt = \\ &= a \int_{\alpha_n}^{\alpha_k} \sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cos^2 t} dt = a \int_{\alpha_n}^{\alpha_k} \sqrt{1 - q^2 \cos^2 t} dt, \\ \ell &= a \int_{\alpha_n}^{\alpha_k} \sqrt{1 - q^2 \cos^2 t} dt, \quad \text{где } q = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Интеграл (7) не выражается в элементарных функциях [3, с. 394] и вычисляется методами численного интегрирования: по формулам прямоугольников, трапеций или парабол (Симпсона).

В методе трапеций отрезок интегрирования $[\alpha_n, \alpha_k]$ разбивается на v равных частей системой точек: $t_i = t_0 + ih$; ($i=0, 1, \dots, v$); $t_0 = \alpha_n$, $t_v = \alpha_k$, $h = (\alpha_k - \alpha_n)/v$. Интеграл (7), находится по формуле трапеций [2, с.300],

$$\int_{\alpha_n}^{\alpha_k} f(t) dt = \frac{\alpha_k - \alpha_n}{6v} [(y_0 + y_{2v}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2v-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2v-2})], \quad (9)$$

Задача решалась на ЭВМ в среде программирования MATLAB. Для нахождения длины дуги методом трапеций использовалась функция $\text{trapz}(y,t)$ [4, с.510], где t – одномерный массив изменения угла от начала до конца обхвата утка нитью основы с шагом S радиан; y – уравнение дуги.

форме имеет вид:

$$\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t. \end{cases} \quad (5)$$

Найдем первые производные выражения (4):

$$x'(t) = -a \sin t; \quad y'(t) = b \cos t. \quad (6)$$

Подставив (6) в (3), выполним преобразования:

учитывая, что $y_i = f(t_i)$, ($i=0, 1, \dots, v$):

$$\int_{\alpha_n}^{\alpha_k} f(t) dt = \frac{\alpha_k - \alpha_n}{v} \left(\frac{y_0 + y_v}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{v-1} \right). \quad (8)$$

В методе Симпсона отрезок интегрирования $[\alpha_n, \alpha_k]$ разбивается на $2v$ равных частей системой точек: $t_i = t_0 + ih$; ($i=0, 1, \dots, 2v$); $t_0 = \alpha_n$; $t_v = \alpha_k$; $h = (\alpha_k - \alpha_n)/2v$. Интеграл, входящий в выражение (7), находится по формуле парабол [2, с. 302], учитывая, что $y_i = f(t_i)$, ($i=0, 1, \dots, 2v$):

Для нижней дуги получим:

$$\ell_{oi} = \text{trapz}(t_n, y_n), \quad (10)$$

$$\text{где } t_n = \alpha_{n_1} : S_n : \alpha_{k_1}; \quad y_n = a_1 \sqrt{1 - \frac{a_1^2 - b_1^2}{a_1^2} \cos^2 t_n}.$$

Для верхней дуги:

$$\ell_{o2} = \text{trapz}(t_b, y_b), \quad (11)$$

где $t_b = \alpha_{n_2} : S_b : \alpha_{k_2}$; $y_b = a_2 \sqrt{1 - \frac{a_2^2 - b_2^2}{a_2^2} \cdot \cos^2 t_b}$.

Для нахождения длины дуги методом Симпсона использовалась функция $q=\text{quad}(\text{fun}, \text{tn}, \text{tk})$ [4, с. 512...516]. Результаты вычисления интегралов обоими методами одинаковы, поэтому в работе использовался метод трапеций.

$$x_1 = a_1 \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \beta\right) - a_1 \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) = a_1 \sin \beta; \quad x_2 = a_2 \cos\left(\frac{1}{2}\pi + \beta\right) - a_2 \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) = a_2 \sin \beta;$$

$$y_1 = b_1 - b_1 \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \beta\right) = b_1 - b_1 \cos \beta;$$

$$y_2 = b_2 - b_2 \sin\left(\frac{1}{2}\pi + \beta\right) = b_2 - b_2 \cos \beta,$$

$$x_1 = a_1 \sin \beta, \quad (16)$$

$$x_2 = a_2 \sin \beta, \quad (17)$$

$$y_1 = b_1(1 - \cos \beta), \quad (18)$$

$$y_2 = b_2(1 - \cos \beta). \quad (19)$$

Проекция на ось x прямолинейного участка основы:

$$x_{12} = \ell_{yф} - x_1 - x_2. \quad (20)$$

Для полотна фактические геометрические плотности:

$$\ell_{оф} = 100/P_o, \quad (21)$$

$$\ell_{yф} = 100/P_y. \quad (22)$$

Находим проекцию на ось y прямоли-

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{h_o - b_1 + b_1 \cos \beta - b_2 + b_2 \cos \beta}{\ell_{yф} - (a_1 + a_2) \sin \beta} = \frac{h_o - b_1 - b_2 + (b_1 + b_2) \cos \beta}{\ell_{yф} - (a_1 + a_2) \sin \beta}. \quad (26)$$

Проекции дуг на ось абсцисс и ось ординат находим по выражению (5):

$$x_1 = KB = a_1 \cos \alpha_{k_1} - a_1 \cos \alpha_{n_1}, \quad (12)$$

$$x_2 = KB = a_2 \cos \alpha_{k_2} - a_2 \cos \alpha_{n_2}, \quad (13)$$

$$y_1 = AK = b_1 - b_1 \sin \alpha_{k_1}, \quad (14)$$

$$y_2 = DN = b_2 - b_1 \sin \alpha_{n_1}. \quad (15)$$

Подставив в (12)...(15) значения углов α_n и α_k для нижней и верхней дуг пересечки, с учетом формул приведения получим:

нейного участка основы:

$$y_{12} = h_o - y_1 - y_2. \quad (23)$$

Определим угол наклона прямолинейного отрезка основы в пересечке β , из прямоугольного треугольника ΔBCE (рис. 1) получим:

$$\text{tg} \beta = \frac{y_{12}}{x_{12}}. \quad (24)$$

Подставим (23), (20), (16), (17), (18) и (19) в (24), учитывая, что $\text{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$, по-

лучим:

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{h_o - (b_1 - b_1 \cos \beta) - (b_2 - b_2 \cos \beta)}{\ell_{yф} - a_1 \sin \beta - a_2 \sin \beta}. \quad (25)$$

Преобразуем выражение (25), раскрыв скобки:

Обозначим:

$$a_1 + a_2 = a, \quad (27)$$

$$(b_1 + b_2) = b, \quad (28)$$

$$h_o - b_1 - b_2 = c, \quad (29)$$

$$l_{y\phi} = d. \quad (30)$$

С учетом зависимостей (27)...(30) выражение (26) примет вид:

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{c + b \cos \beta}{d - a \sin \beta}. \quad (31)$$

$$\begin{aligned} d^2(1 - z^2) &= (a + z^2(b - a))^2 + 2(a + z^2(b - a))cz + c^2z^2, \\ (b - a)^2z^4 + 2(b - a)cz^3 + (d^2 + 2a(b - a) + c^2)z^2 + 2acz - d^2 + a^2 &= 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Выражение (33) представляет собой полином четвертой степени. Решение этого уравнения выполняли в системе МАТ-

Выполним тригонометрические преобразования выражения (31):

$$\begin{aligned} \sin \beta(d - a \sin \beta) &= \cos \beta(c + b \cos \beta), \\ d \sin \beta - a(1 - \cos^2 \beta) &= c \cos \beta + b \cos^2 \beta, \\ d\sqrt{1 - \cos^2 \beta} &= (a + \cos^2 \beta(b - a)) + c \cos \beta. \end{aligned} \quad (32)$$

Обозначим $\cos \beta = z$, возведем выражение (32) в квадрат и преобразуем:

LAB с помощью стандартной функции $pp = \text{roots}(p)$ [4, с. 422], здесь p – вектор коэффициентов полинома (33):

$$p = [(b - a)^2; 2(b - a)c; d^2 + 2a(b - a) + c^2; 2ac; a^2 - d^2]. \quad (34)$$

Функция $pp = \text{roots}(p)$ возвращает массив из четырех корней, два из которых представляют собой комплексные числа, третий – отрицательное значение, по условию задачи искомым углом находится в первой четверти:

$$\beta = \arccos(\cos \beta). \quad (35)$$

Длина прямолинейного участка основы в пересечке:

$$l_{o12} = x_{12} / \cos \beta. \quad (36)$$

Уработка нитей утка по заправочным данным ткани и высоте волны изгиба утка определяется аналогично рассмотренной выше методике. Высоту волны изгиба утка находим по микросрезу или рассчитываем по основному геометрическому свойству ткани [5, с. 345, 409]:

$$h_y = \frac{2d_{cp.n}(K_d \eta_{ov} + \eta_{yb})}{K_d + 1} - h_o. \quad (37)$$

Уработка по основе и по утку для ткани полотняного переплетения:

$$a_o = \frac{l_{o1} + l_{o12} + l_{o2} - l_{y\phi}}{l_{o1} + l_{o12} + l_{o2}} \cdot 100, \quad (38)$$

$$a_y = \frac{l_{y1} + l_{y12} + l_{y2} - l_{o\phi}}{l_{y1} + l_{y12} + l_{y2}} \cdot 100. \quad (39)$$

Пример расчета уработок основы и утка по предлагаемой методике и построение профилей нитей в ткани будут рассмотрены далее.

ЛИТЕРАТУРА

1. Peirce F.T. The Geometry of Cloth Structure. // The Journal of the Textile Institute. – 28. 1937. P.45...196.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс. – М.: Айрис-пресс, 2005.
3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учебник для вузов. – В 2-х т. Т. I. – М.: Интеграл-Пресс, 2001.
4. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. MATLAB 6.x.: Программирование численных методов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004.
5. Мартынова А.А., Слостина Г.Л., Власова Н.А. Строение и проектирование тканей. – М.: МГТУ им. А.Н. Косыгина, 1999.

Рекомендована кафедрой проектирования текстильных изделий. Поступила .13.11.11