

УДК 551.510.42:532.5 66.061

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ И РАСЧЕТ
ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД**

**MATHEMATICAL DESCRIPTION AND CALCULATION
OF THE PROCESS OF SEWAGE TREATMENT**

А.П. БУЛЕКОВ, М.К. КОШЕЛЕВА, П.П. КЕРЕМЕТИН, Ю.А. ЧАБАЕВА, Н.Е. КРУЧИНИНА
A.P. BULEKOV, M.K. KOSHELEVA, P.P. KEREMETIN, JU.A. CHABAeva, N.E. KRUCHININA

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина,
Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева)

(Moscow State Textile University 'A.N. Kosygin',
Russian Chemical-Technological University 'D.I. Mendeleev')

E-mail: oxtpraxt@ya.ru

Разработана математическая модель реагентного, на основе магнетита, способа очистки сточных вод от нефтепродуктов и других органических загрязнений. В основе модели лежит интегрально-дифференциальное уравнение для функции распределения частиц загрязнения. Получено аналитическое решение рассматриваемой задачи, и на его основе предложен метод расчета эффективности процесса очистки.

The mathematical model of a reagent, on the basis of magnetite, way of sewage treatment from mineral oil and other organic pollution has been developed. An integral-differential equation for a function of distribution of pollution particles is the basis of the model. The analytical decision of the considered problem has been received, and on its basis the method of calculation of the clearing process efficiency has been offered.

Ключевые слова: сточные воды, процесс очистки, органические загрязнения, математическая модель, количественные оценки параметров.

Keywords: sewage, a treatment process, organic pollution, a mathematical model, quantitative estimation of parameters.

Для красильно-отделочного производства текстильных предприятий проблема очистки сточных вод и их повторного использования имеет особое значение вследствие большого водопотребления. При

этом известные методы имеют значительные недостатки и ограничения при очистке сточных вод от органических загрязнений, таких как смолы, красители, поверхностно-активные вещества, нефтепродукты и

др. В сточные воды в процессе отварки суровых тканей попадают замасливатели, содержащие нефтепродукты, в процессе промывки тонкосуконных шерстяных тканей в стоки попадает керосин.

Одним из перспективных является способ очистки воды от органических загрязнений, в том числе нефтепродуктов с использованием в качестве реагента гальванокоагулянта (магнетита) [1]. Его достоинствами являются простота конструктивного оформления и низкая себестоимость вследствие использования отходов основного технологического цикла.

В разработанной математической модели исследуемого процесса в качестве основной характеристики, описывающей состояние совокупности капель нефтепродуктов в очищаемой воде, используется функция $f(v, \tau)$, описывающая распределение этих капель по размерам в текущий момент времени. При этом в соответствии с известными положениями в теории коагуляции [2] эта функция нормирована на число частиц, находящихся в единице объема аппарата. В качестве характерного

размера капель нефтепродуктов используется их объем v . Таким образом, функция распределения $f(v, \tau)$ удовлетворяет условию:

$$\int_0^{\infty} f(v, \tau) dv = \frac{N}{V} = n(\tau). \quad (1)$$

Для описания зависимости, характеризующей рост активных центров коагуляции, в работе используется функция $\alpha(\tau)$ следующего вида:

$$\alpha(\tau) = 1 - e^{-a\tau}, \quad (2)$$

где a ($\text{см}^3/(\text{см}^3)$) – параметр, характеризующий поглотительную способность магнетита по отношению к нефтепродуктам (сорбционная емкость магнетита).

Кинетика непосредственно процесса коагуляции активных капель нефтепродуктов описывается интегрально-дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial f(v, \tau)}{\partial \tau} = \int_0^v \tilde{\beta}(v_1, v - v_1, \tau) f(v_1, \tau) f(v - v_1, \tau) dv_1 - f(v, \tau) \int_0^{\infty} \tilde{\beta}(v_1, \tau) f(v_1, \tau) dv_1. \quad (3)$$

Структура кинетического уравнения (3) соответствует гипотезе о парных столкновениях активных капель нефтепродуктов. Ядром этого уравнения является функция $\tilde{\beta}(v_1, v, \tau)$, характеризующая частоту столкновения частиц объемами v и v_1 . В рассматриваемом процессе, учитывая, что число активных капель изменяется во времени (растет), ядро уравнения (3) также является функцией времени.

Анализ режимно-конструктивных особенностей процесса очистки воды в аппаратах с активной гидродинамикой, в которых он реализуется на практике, позволяет рассматривать основные структурные характеристики процесса как однородные. В этом случае ядро уравнения (3) удовлетворяет условию симметричности. Кроме того, без ограничения общности получаемых

решений его можно представить в виде произведения двух функций $\alpha(\tau)$ и $\beta(v, v_1)$, каждая из которых зависит только от одного вида переменных. При этом функцию $\beta(v, v_1)$ для одномодальных распределений с узким спектром размеров частиц, что соответствует рассматриваемым эмульсиям нефтепродуктов в загрязненной воде, можно считать постоянной. С учетом изложенного ядро уравнения (3) в работе представлено в виде:

$$\tilde{\beta}(v_1, v, \tau) = \beta_0 \alpha(\tau), \quad (4)$$

где β_0 – константа, характеризующая удельную частоту столкновения активных капель нефтепродуктов в единице объема

(см³/с); $\alpha(\tau)$ – относительная доля активных капель нефтепродуктов в рабочей зоне аппарата в текущий момент времени (1/с).

Для аппаратов с активной гидродинамикой характерен резкий рост доли активных капель нефтепродуктов в начальный период процесса, что обуславливает экспоненциальный характер функции $\alpha(\tau)$. Для ее описания в работе используется зависимость:

$$\alpha(\tau) = 1 - e^{-\left(\sum_i \sum_j a_{ij} x_i y_j\right) \frac{\tau}{\tau_p}}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial f(v, \theta)}{\partial \theta} = \beta_0 \int_0^{\frac{v}{2}} f(v_1, \theta) f(v - v_1) dv_1 - \beta_0 f(v, \theta) \int_0^{\infty} f(v_1, \theta) dv_1. \quad (6)$$

Указанное преобразование произведено с помощью подстановки:

$$\theta = \int_0^{\tau} (1 - e^{-at}) dt = \tau + \frac{1}{a} (e^{-a\tau} - 1). \quad (7)$$

$$f(v, \theta) = \frac{1}{(2 + n_0 \beta_0 \theta) \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\omega, 0)}{1 - \left(n_0 - \frac{f(\omega, 0) \beta_0 \theta}{2} \right)} e^{-i\omega v} d\omega, \quad (8)$$

где n_0 – число капель нефтепродуктов в единице объема обрабатываемой воды в начальный момент времени: $f(\omega, 0) = \int_0^{\infty} e^{i\omega v} f(v, 0) dv$ – преобразование Фурье начального распределения $f(v, 0)$ капель нефтепродуктов по размерам.

Выражение (8) является аналитическим решением кинетического уравнения коагуляции, позволяющим рассчитать распределение капель нефтепродуктов по объемам в различные моменты времени и соответственно основные интегральные показатели процесса.

Учитывая, что в инженерной практике эффективность очистки воды от нефтепродуктов оценивается интегральным показателем, определяющим их концентрацию в

где a_{ij} – сорбционная емкость (мг/мг) i -й фракции частиц магнетита по отношению к j -й доле капель нефтепродуктов; x_i и y_j – соответствующие доли частиц i -го и j -го размеров в суспензии магнетита и эмульсии нефтепродуктов; τ_p – время, соответствующее технологическому регламенту процесса.

Представление ядра кинетического уравнения коагуляции в виде соотношения (4) позволяет преобразовать его к виду:

Решение уравнения (6), полученное с помощью интегрального преобразования Фурье, имеет вид:

очищаемой воде, в работе предложена методика непосредственного расчета такого показателя. В основе этой методики лежит кинетическое уравнение коагуляции, преобразованное в безразмерных переменных к виду:

$$\frac{d\eta}{d\theta} = \frac{n_0 \beta_0}{2} (1 - \eta)^2, \quad (9)$$

$$\eta = \frac{n_0 - n(\theta)}{n_0} = 1 - \frac{n(\theta)}{n_0}. \quad (10)$$

Новая переменная η , определяющая относительную долю скоагулировавшихся капель загрязнения (нефтепродуктов), характеризует тем самым степень чистоты очищаемой воды, то есть является количественным показателем эффективности исследуемого процесса. Решение уравнения

(9) позволяет получить оценку эффективности исследуемого процесса:

$$\eta = \frac{n_0 \beta_0}{2} \frac{\theta}{1 + \frac{n_0 \beta_0 \theta}{2}}. \quad (11)$$

Из (11) следует, что концентрация коагулирующих частиц и скорость роста их среднего объема определяется соотношениями:

$$n(\theta) = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0 \beta_0 \theta}{2}}, \quad (12)$$

$$\bar{\delta} = \frac{\delta_0}{1 - \eta} = \delta_0 \left(1 + \frac{n_0 \beta_0 \theta}{2} \right). \quad (13)$$

Интегральная оценка эффективности процесса коагуляции, выраженная через естественную переменную τ , имеет вид:

$$\eta = \frac{\alpha \beta_0 n_0 \tau}{2 + \alpha \beta_0 n_0 \tau} = \frac{(1 - e^{-\alpha \tau}) \beta_0 n_0 \tau}{2 + (1 - e^{-\alpha \tau}) \beta_0 n_0 \tau}. \quad (14)$$

В инженерной практике при расчете интегральных показателей технологических процессов целесообразно использовать усредненные оценки кинетических коэффициентов процесса. При использовании этого подхода в работе получена оценка для показателя эффективности процесса коагуляции в виде:

$$\eta = \frac{\bar{\beta} n_0 \tau}{1 + \bar{\beta} n_0 \tau}; \quad \bar{\beta} = \frac{\alpha \beta_0}{2}. \quad (15)$$

Условие нормировки функции распределения $f(v, \tau)$ на число частиц загрязнения обуславливает тесную корреляционную связь показателя эффективности процесса η с непосредственно контролируемыми его технологическими параметрами. К последним, в первую очередь, относятся концентрация нефтепродуктов в воде, расходные и физические характеристики реагентов. Соответствующая расчетная зави-

симость η от этих параметров, являющаяся следствием соотношения (15) имеет вид:

$$\eta = \frac{c_0 \bar{\beta} \tau}{\rho v_0 + c_0 \bar{\beta} \tau} = \frac{K \tau}{\rho v_0 + K \tau}, \quad (16)$$

где c_0 (мг/см³) – начальная концентрация загрязнения в воде; ρ (мг/см³) – плотность загрязнения; \bar{v}_0 (см³) – средний объем частиц загрязнения в начальный момент; K (мг/с) – кинетический коэффициент, характеризующий скорость процесса.

Расчетная формула (15) содержит только один параметр K , оценка которого определяется на основе экспериментальной кинетической кривой процесса, обработанной в координатах $\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\tau}$. Наличие ко-

личественной оценки коэффициента скорости K дает возможность рассчитать степень очистки загрязненной воды в зависимости от режимно-конструктивных характеристик процесса в пределах реализуемого технологического режима.

Проверка адекватности разработанных математических моделей реальному процессу очистки воды от нефтепродуктов и получение соответствующих оценок для параметров указанных моделей проводилась экспериментально.

Опыты осуществлялись на лабораторной установке, включающей узел подготовки модельной водяной эмульсии нефтепродуктов, содержащей керосин, моторное масло, бензин и мазут в различных соотношениях, и блок формирования суспензии магнетита. Непосредственное диспергирование эмульсии нефтепродуктов осуществлялось в аппарате DI 25 basic. Приготовленные реагенты обрабатывались в реакторе с мешалкой. Основные параметры процесса коагуляции варьировались в диапазонах, соответствующих технологическому регламенту очистки сточных вод в текстильной и смежных отраслях промышленности. Так, концентрация органических загрязнений (нефтепродуктов) в очищаемой воде изменялась в пределах

от 20 до 60 мг/л, концентрация магнетита составляла 50...1000 мг/л, средний диаметр капель нефтепродуктов 0,3...0,9 мкм, диаметр частиц магнетита 2...10 мкм, максимальное число оборотов мешалки составляло 1000 об/мин. Максимальная длительность процесса очистки достигала 60 мин.

Контроль и расчет параметров процесса (концентрации компонентов в обрабатываемой среде, фракционного состава продуктов) осуществлялся по стандартным методикам на основе показаний концентратометра КН-2м и анализа образцов продуктов на микроскопе Laboval 4 Carlzeiss Jena с фотоаппаратом Nikon Coolpix 4500.

На первом этапе исследований были проведены численные эксперименты, позволяющие рассчитать функцию распределения капель загрязнений (нефтепродуктов) в обрабатываемой воде по уравнению (8) в различные моменты времени. Начальное распределение загрязнений моделировалось нормальным и логарифмически нормальным законами. Результаты численных расчетов сопоставлялись с результатами лабораторных опытов. Сопоставление проводилось по интегральным показателям в конце процесса. Такими показателями являлись математическое ожидание и дисперсия изучаемого распределения.

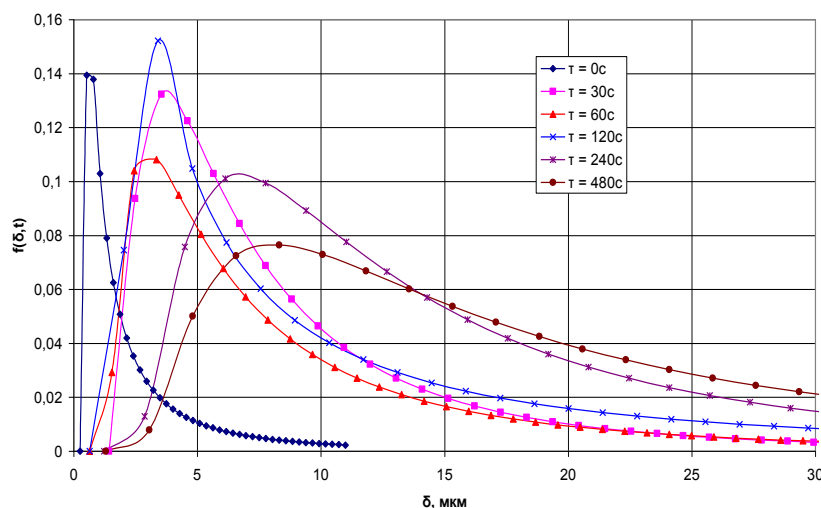


Рис. 1

Приведенные на рис. 1 (динамика изменения функции распределения агломератов частиц нефтепродуктов и магнетита в водной эмульсии ($c_0=26$ мг/л, $D=260$ мг/л)) данные иллюстрируют типичную картину изменения функции распределения $f(d, \tau)$ капель нефтепродуктов в течение процесса коагуляции. Учитывая функциональную связь между диаметром частицы и ее объемом, функции $f(d, \tau)$ и $f(v, \tau)$ объективно в равной степени отражают закономерности процесса коагуляции.

Результаты численных экспериментов свидетельствуют о практической независимости процесса эволюции функции рас-

пределения $f(v, \tau)$ от вида начального распределения. При этом относительная погрешность между опытными и расчетными значениями параметров распределения не превышает в среднем 8%, что свидетельствует об адекватности разработанной математической модели реальному процессу. Вывод подтверждается проверкой статистической гипотезы о соответствии расчетной функции распределения опытными данными. Проверка производилась по критерию Пирсона с надежностью 0,95. Одновременно сопоставление расчетных и экспериментальных кривых распределения позволило получить оценку для кинетического коэффициента $\beta=1,55 \cdot 10^{-8}$ (см³/с).

Второй этап экспериментальных исследований был посвящен непосредственно оценке эффективности изучаемого способа

очистки воды и выявлению оптимальных параметров его проведения.

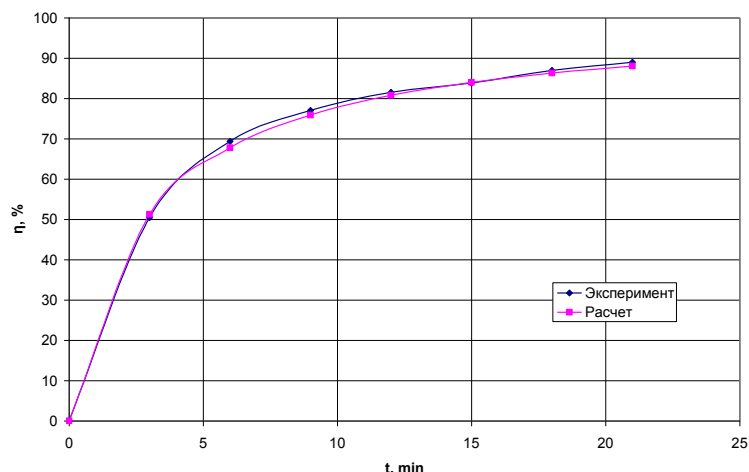


Рис. 2

На рис. 2 приведены типичные кинетические кривые процесса, иллюстрирующие зависимость его эффективности от длительности процесса ($c_0 = 26$ мг/л, $D=260$ мг/л). Все остальные параметры процесса зафиксированы на уровнях, соответствующих технологическому регламенту очистки сточных вод в текстильной технологии.

Полученные опытные данные позволили выявить параметры, существенным образом влияющие на эффективность процесса. Такими параметрами являются доза добавляемого магнетита и его фракционный состав. Изменение характеристик магнетита отражается на кинетическом коэффициенте K .

Экспериментальные кривые удовлетворительно согласуются с расчетами по уравнению (15). Средняя погрешность не превышает 5...7%. Обработка этих кривых в вышеуказанных координатах позволила получить оценку для кинетического коэффициента K , которая в исследованном диапазоне изменения параметров составила $4,03 \cdot 10^{-10}$ мг/с.

ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель процесса реагентной очистки сточных вод от органических загрязнений с учетом ее стохастического характера. На основе модели получены расчетные соотношения для оценки интегральных показателей эффективности процесса очистки.

2. Получены количественные оценки параметров разработанной математической модели, необходимые для расчета реагентной очистки сточных вод.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Запальский А.К., Баран А.А.* Коагулянты и флокулянты в процессах очистки воды: Свойства. Получение. Применение. – Л.: Химия, 1980.
2. *Драгинский В.Л., Алексеева Л.П., Четманцев С.В.* Коагуляция в технологии очистки природных вод: Научное издание – М., 2005.

Рекомендована кафедрой процессов и аппаратов химической технологии и безопасности жизнедеятельности МГТУ им. А.Н. Косыгина. Поступила 07.10.11.