

УДК 677.017.427:539.3

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ШЕРСТЯНОЙ ПРЯЖИ
МАЛЫХ ЛИНЕЙНЫХ ПЛОТНОСТЕЙ ДЛЯ ТКАНИ SUPER 100**

**DESIGNING OF WOOL YARN OF SMALL LINEAR DENSITY
FOR THE FABRIC 'SUPER 100'**

В.П. ЩЕРБАКОВ, О.В. КАЩЕЕВ
V.P. SHCHERBAKOV, O.V. KASHCHEJEV

(Московский государственный текстильный университет им. А. Н. Косыгина
(Moscow State Textile University 'A.N. Kosygin')
E-mail: office@msta.ac.ru

На основе структурной механики рассмотрены геометрические и математические модели, отражающие реальную структуру пряжи. Приведены расчеты прочности пряжи малых линейных плотностей, образованной из тонких шерстяных волокон диаметром не более 18,5 мкм.

Geometrical and mathematical models reflecting real yarn structure have been considered on the basis of structural mechanics. Calculations of yarn durability of small linear density, formed of thin woolen fibers in the diameter of no more than 18,5 microns have been presented.

Ключевые слова: шерстяная пряжа, структура пряжи, малые линейные плотности, геометрические и математические модели, прочностные расчеты.

Keywords: woolen yarn, yarn structure, small linear density, geometrical and mathematical models, durability calculations.

В последнее время в мире все большее распространение получает производство легких шерстяных тканей из пряжи малых линейных плотностей (16...19 текс),

которые характеризуются мягким грифом, шелковистостью, высокой эластичностью и хорошими теплозащитными, гигиеническими и упругими свойствами. Изготовле-

ние и дальнейшая переработка в ткацком производстве чистошерстяной тонкой пряжи возможны лишь при достаточном числе волокон в поперечном сечении пряжи, а это условие достигается только при формировании пряжи из волокон малой толщины. Торговая марка "Super" показывает, что ткань выработана из очень тонкой шерсти и характеризуется высокими качественными характеристиками. Например, шерсть, которая используется в тканях, соответствующих международным спецификациям Super, имеет средний диаметр волокна не более 18,5 микрометров и среднюю длину не менее 70 мм.

Брянский камвольный комбинат является основным инвестором проекта, в рамках которого предусмотрен выпуск легких камвольных чистошерстяных и полушерстяных тканей, включая Super 100 и Super 120. Одной из основных при разработке технологий прядильного производства является задача проектирования пряжи. Известные формулы А.Н. Соловьева в хлопкопрядении, В.А. Усенко в прядении химических волокон, В.Г. Комарова в льнопрядении и др. основываются на эмпирических данных, поэтому применимы исключительно для конкретного вида сырья и не могут распространяться на современные волокна и пряжу. Подобный метод проектирования наиболее приближен к реальным условиям прядильного производства и принят как эталонный в хлопкопрядении большей части стран мира. Качество пряжи и полуфабрикатов характеризуется рядом показателей – квадратическая неровнота, разрывная (или относительная разрывная) нагрузка, неровнота по разрывной нагрузке и др. Следует учесть, что невозможно однозначно оценить качество пряжи без учета его назначения. Нельзя требовать высокого уровня качества по всем характеристикам пряжи, если это не требуется для последующей обработки и использования. В международной практике качественные характеристики хлопковых волокон, полуфабрикатов и пряжи оцениваются по статистике фирмы Цельвегер Устер. Статистика Цельвегер Устер представляет собой ранжированные по

значениям показателей данные о качественных показателях волокон, пряжи и полуфабрикатов прядильного производства, собранные по всему миру от текстильных предприятий. Условия применения уравнений регрессии включают ряд ограничений, наиболее существенное среди них состоит в обновлении статистических данных хлопка, выращиваемого в странах-производителях. Традиционно, раз в 4 года, статистика Устер обновляется. Она пополняется новыми показателями; пересматриваются и уточняются качественные характеристики. Тогда можно проследить за динамикой развития качественных характеристик пряжи и полуфабрикатов. Эта динамика отражает по существу изменения технического и технологического уровней прядильных фабрик. Так, например, в 1949 году для кардной пряжи линейной плотности 29,6 текс и гребенной пряжи линейной плотности 9,9 текс уровень 50 % US (среднемировой уровень) по линейной неровноте пряжи составлял 16% по Устеру, а за 2007 год этот показатель составляет 11% по Устеру. Видно, что развитие техники и технологии позволило значительно повысить равномерность пряжи. Этому безусловно способствовала и статистика фирмы Устер. Линейная неровнота приблизилась вплотную к неровноте идеального продукта, поэтому можно ожидать, что дальнейшее снижение этого показателя будет происходить очень медленно.

В 2007 году фирмой издано последнее, юбилейное (50 лет статистики Устер), издание – USTER® STATISTICS 2007. В соответствии с характеристиками волокон изменяется и вид того или иного уравнения регрессии. Формула же, например, А.Н. Соловьева, полученная в пятидесятых годах прошлого столетия, с тех пор не корректировалась и применяется в прежнем виде.

Проф. J.W.S. Hearle [1] и проф. В.П. Щербаков [2] разработали аналитические методы проектирования нити и пряжи, которые могут быть применены для любого вида волокон. Здесь этот метод проектирования по заданным характеристикам во-

локон и структуре пряжи рассматривается применительно к чистошерстяной пряже малой линейной плотности, конкретно 15,6 текс. Пряжа вырабатывается из австралийской мериносовой шерсти PLCB/LANDS-BOROUGH толщиной 18,5 мкм. Число волокон в поперечном сечении пряжи определяется как отношение линейных плотностей пряжи и волокна. При известном диаметре волокна $d_f = 18$ мкм и плотности шерстяного волокна $\rho = 1,33$ г/см³ вычисляется линейная плотность волокна $T_f = \frac{d_f^2 \cdot 1,33}{0,0357^2} = 0,357$. Тогда число волокон $m = 44$. Экспериментально определенная средняя прочность волокна равна $\bar{p}_f = 6,2$ сН. Внешнюю нагрузку на пряжу воспринимают все волокна. В геометрической модели нити [1] волокна располагаются по винтовым линиям с постоянным шагом h (рис. 1).

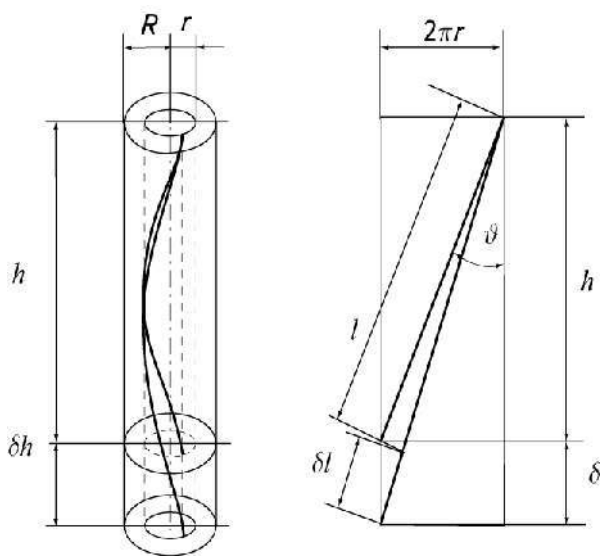


Рис. 1

Тогда шаг винтовой линии p не зависит от текущего радиуса нити r , а угол ориентации отдельного волокна ϑ , равный углу подъема винтовой линии, изменяется вдоль радиуса, достигая на поверхности нити радиуса R значения β . В индивидуальном волокне при нагружении пряжи возникают напряжения и деформации, зависящие от угла ориентации отдельного волокна ϑ . Проведем усреднение $\overline{\cos \vartheta}$.

Разделим нить на цилиндрические элементы радиальной толщины dr и площадью $2\pi r dr$ с углом винтовой линии ϑ . Тогда среднее значение $\overline{\cos^4 \vartheta}$ получим в результате интегрирования:

$$\overline{\cos \vartheta} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r \cos \vartheta dr.$$

Интеграл можно упростить, введя вместо r новую переменную ϑ и положив $r = h \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{2\pi}$. Имеем

$$dr = \frac{1}{2\pi} \frac{h}{\cos^2 \vartheta} d\vartheta.$$

Кроме того, примем во внимание соотношения: $2\pi R = h \operatorname{tg} \beta$ и $2\pi r = h \operatorname{tg} \vartheta$. После преобразования подынтегрального выражения с учетом новой переменной и замены пределов получим

$$\overline{\cos \vartheta} = \frac{2 \cos \beta (1 - \cos \beta)}{\sin^2 \beta}.$$

При коэффициенте крутки $\alpha = 30$ величина крутки

$$K = \frac{\alpha \cdot 100}{\sqrt{T}} = 760 \text{ кр/м},$$

и тогда шаг витка $h = \frac{1000}{K} = \frac{1000}{760} = 1,317$ мм. Диаметр пряжи

$$d_y = 0,0357 \sqrt{\frac{T_y}{0,8}} = 0,158 \text{ мм}$$

и угол кручения $\beta = \operatorname{arctg} \frac{\pi d_y}{h} = 0,36$ рад. Усредненный косинус угла кручения принимает значение $\overline{\cos \vartheta} = 0,967$.

Без учета статистической природы прочности волокон и механизма разрушения пряжи ее прочность можно было бы найти, как это обычно и делается, по формуле:

Без учета статистической природы прочности волокон и механизма разрушения пряжи ее прочность можно было бы найти, как это обычно и делается, по формуле:

$$P_y = m \bar{p}_f \overline{\cos \vartheta}. \quad (1)$$

Но механизм разрушения нити представляет собой последовательный разрыв волокон, сначала наиболее слабых, а затем, после обрыва одного волокна, перераспределение нагрузки на остальные $(m-1)$ волокон. Напряжение в волокнах увеличивается, и далее разрушение будет происходить по описанной схеме. Основываясь на

классической работе Даниэлса, найдем прочность центральных волокон нити.

Пусть n волокон из m исходных разрушилось, когда нагрузка достигла P . Тогда число неразорванных волокон $(m-n)$. Связь общей нагрузки на пучок P и нагрузки на отдельное волокно p выражается соотношением:

$$P = mp \left(1 - \frac{n}{m}\right). \quad (2)$$

Отношение $\frac{n}{m} = \Phi(\sigma)$ является интегральной функцией распределения вероятности того, что волокно разрушится при напряжении, меньшем p . Значение P достигает максимума, если $\frac{dP}{dp} = 0$. Дифференцируя выражение (2) по p и приравнявая результат нулю, получим:

$$1 - \left\{1 - \exp\left[\frac{\ell}{\ell_0} \left(\frac{P_{\max}}{p_w}\right)^\alpha\right]\right\} - P_{\max} \frac{\ell}{\ell_0} \frac{\alpha}{p_w} \left(\frac{P_{\max}}{p_w}\right)^{\alpha-1} \exp\left[\frac{\ell}{\ell_0} \left(\frac{P_{\max}}{p_w}\right)^\alpha\right] = 0.$$

Откуда

$$\frac{\ell}{\ell_0} \left(\frac{P_{\max}}{p_w}\right)^\alpha = \frac{1}{\alpha}.$$

Воспользовавшись формулой (2), найдем максимальную прочность всех волокон, участвующих в нагружении:

$$P_{\max} = p_w m \left(\frac{\ell_0}{\ell}\right)^{1/\alpha} (e\alpha)^{-1/\alpha}, \quad (4)$$

где e – основание натурального логарифма.

Средняя прочность, определяемая формулой [2]:

$$\bar{P} = p_w m \left(\frac{\ell_0}{\ell}\right)^{1/\alpha} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right).$$

$$\bar{p}_f = p_w \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \text{ и } D = p_f^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right]. \quad (7)$$

Испытания одиночных волокон длиной 50 мм дают $\bar{p}_f = 2,403$ сН.

ренцируя выражение (2) по p и приравнявая результат нулю, получим:

$$1 - \Phi(p) - p_{\max} \phi(p) = 0, \quad (3)$$

где $\phi(p)$ – плотность распределения прочности волокон (дифференциальный закон распределения). Из условия экстремума (3) находим p_{\max} и в результате подстановки в исходное уравнение (2) получаем максимальное значение прочности пучка.

Максимальная прочность p_{\max} всегда меньше средней прочности.

Если принять распределение Вейбулла [2], то после подстановки в выражение (3) получим:

Сравнивая эту формулу с формулой максимальной прочности, запишем

$$P_{\max} = k\bar{P}, \quad (5)$$

где коэффициент

$$k = \frac{(\alpha e)^{-1/\alpha}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \quad (6)$$

является коэффициентом реализации средней прочности волокон в нити.

Параметры α и p_w распределения Вейбулла находятся из системы уравнений, выражающих среднюю прочность волокон \bar{p}_f и дисперсию их прочности D :

При $p_f = 2,403$ сН, $D = 0,82$ сН² решение дает $p_w = 2,695$, $\alpha = 2,88$. Тогда чис-

ленное значение коэффициента реализации прочности волокон в пряже, характеризующего значительное уменьшение реальной прочности пряжи по сравнению с вычисленным по формуле (1), равно $k=0,55$. Заметим, что этот важнейший показатель, определяемый обычно экспериментально, получен исключительно аналитически на стадии проектирования пряжи. Кроме того, в австралийских справочниках приведены данные прочности волокон, полученные в условиях разрыва штапеля, то есть пучка волокон. Уже было отмечено, что максимальная прочность P_{max} пучка волокон всегда меньше средней прочности (см. формулу(5)). Поэтому, если перейти от средней прочности индивидуальных волокон к прочности одного волокна, полученной на испытательной машине при разрыве штапелем, то получим P_{ys} , сН. Отнеся это значение прочности к линейной плотности волокна $T_f = 0,357$ текс, найдем удельную разрывную нагрузку волокна, равную 37 Н/ктекс, что полностью совпадает с данными, приведенными в австралийской литературе.

В пряже, образованной волокнами конечной длины l (будем их называть короткими волокнами, в отличие от бесконечных волокон), возникает скольжение волокон. Концы волокон не закреплены, и натяжение на концах должно равняться нулю. Благодаря взаимодействию с соседними волокнами натяжение возрастает от нуля до уровня, при котором проскальзыва-

ния нет, то есть до максимального напряжения σ_f в непрерывном волокне.

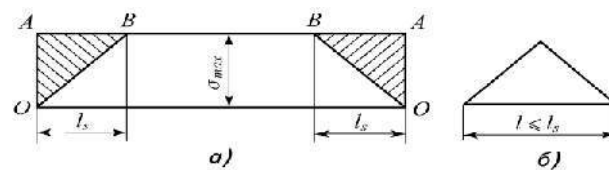


Рис. 2

Распределение растягивающего усилия в волокне длины l будет таким, как это показано на рис. 2-а. При дальнейшем нагружении возможен разрыв в той средней части, где напряжение максимально. В пряже, образованной короткими волокнами, возникает скольжение, начинающееся от концов волокон. В механике волокнистых композитов длина l_s концевой части волокна, на которой напряжение уменьшается от σ_f до нуля, называется неэффективной длиной. Длина $l_{кр} = 2l_s$, передающая усилие соседним волокнам, является критической длиной, к которой может быть применена изложенная выше теория. Если $l \leq l_s$, график распределения усилия будет соответствовать рис. 2-б. Для $l \geq l_s$ система волокон является самоуплотняющейся, то есть чем сильнее натяжение, тем сильнее поперечное обжатие. Если же $l < 2l_s$ то защемление волокон отсутствует и волокна скользят одно относительно другого. Влияние проскальзывания определится из соотношения:

$$КП = \frac{\text{среднее натяжение с проскальзыванием}}{\text{среднее натяжение без проскальзывания}} = \frac{\text{площадь } OBBO}{\text{площадь } OAAO}.$$

Соотношение, определяющее длину участка скольжения:

$$l_s = \sqrt{\frac{aQ}{2\mu(1 - \cos^2 \beta)}}, \quad (8)$$

где a – радиус волокна; Q – период миграции, принимаемый $Q = 4h$ [1]; μ – коэффи-

циент трения между волокнами. В нашем случае, принимая $\mu = 0,23$, получаем:

$$l_s = 0,924 \text{ мм.}$$

Коэффициент

$$k_s = 1 - \frac{2}{3l} \left[\frac{aQ}{2\mu(1 - \cos^2 \beta)} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

является коэффициентом скольжения и характеризует уменьшение напряжения в нити из коротких волокон. Вычисленный в соответствии с (9) $k_s = 0,992$.

$$P_y = m p_f k k_c \overline{\cos \vartheta} = 44 \cdot 2,403 \cdot 0,55 \cdot 0,992 \cdot 0,967 = 55,744 \text{ сН}. \quad (10)$$

Удельная прочность принимает значение:

$$P_{ys} = \frac{P_y}{T_y} = 3,573 \frac{\text{сН}}{\text{текс}}. \quad (11)$$

Эта величина меньше по сравнению с приведенными в USTER® STATISTICS данными, в соответствии с которыми P_{ys} чистошерстяной пряжи линейной плотности 15,6 составляет 4,1 сН/текс. Объяснение отклонения расчетных величин от действительных надо искать в рабочих гипотезах, принятых при построении модели пряжи. В первую очередь это относится к описанию напряженно-деформированного состояния волокон в пряже и самой пряжи при ее растяжении. Приведенный вывод и расчет не учитывают ни изменения толщины нити при деформировании, ни действия поперечных сил, возникающих из-за

Окончательно вычисляем прочность пряжи:

пространственного расположения волокон в нити. В дальнейшем предполагается более полное исследование напряжений и деформаций волокон и нити, приближающее прочностные расчеты нити к действительному состоянию нити при ее нагружении.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hearle J.W.S., Grosberg P., Backer S.* Structural Mechanics of Fibers, Yarns and Fabrics. – New York, 1969.
2. *Щербаков В.П.* Прикладная механика нити. – М.: МГТУ им. А.Н. Косыгина, 2001.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 06.10.11.