УДК 677.017

ИССЛЕДОВАНИЕ И ВЫБОР СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВОДОУПОРНОСТИ ПЛАЩЕВЫХ ТКАНЕЙ

RESEARCH AND SELECTION OF A STATISTICAL MODEL OF DISTRIBUTION OF INDICATORS VALUE OF RAINCOAT FABRIC WATER-RESISTING PROPERTY

А.А. МАВРЯШИН, С.М. КИРЮХИН
A.A. MAVRYASHIN, S.M. KIRYUHIN

(Московский государственный университет технологии и управления им. К.Г. Разумовского, Московский государственный университет дизайна и технологии)
(Moscow State University of Technology and Management named after K.G. Razumovsky; Moscow State University of Design and Technology)
E-mail: pr@mgutm.ru; office@msta.ac.ru

В статье на примере плащевой ткани были исследованы и выбраны статистические модели определяющих показателей. Для выбора использовались методы асимметрии и эксцесса, вероятностных бумаг, а также статистические критерии Колмогорова и Шапиро-Уилки. Было установ-

лено, что адекватной статистической моделью ОПК тканей является нормальный закон.

The statistic models of defining indicators have been researched and chosen after the example of a raincoat fabric in the article. The methods of skewness and kurtosis, of probability paper, as well as Kolmogorov and Shapiro-Wilke statistical criteria have been used for a choice. It has been established that a normal law is an adequate statistical model of QC fabrics.

Ключевые слова: статистические модели, эмпирические распределения, плащевые ткани.

Keywords: statistical models, empirical distributions, raincoat fabrics.

Целью работы является исследование и выбор статистических моделей – законов распределения определяющих показателей качества (ОПК) тканей.

В качестве объектов исследования были выбраны (ОПК) плащевых тканей (водоупорность, раздирающая нагрузка, разрывная нагрузка, усадка, поверхностная плотность) [1].

Исследование и выбор статистических моделей осуществлялись путем проведения эксперимента – получения эмпирических распределений, подсчета основных статистик (среднего, среднего квадратического отклонения, коэффициента вариации, асимметрии и эксцесса), оценка соответствия полученного эмпирического распределения теоретическим законам проводилась методом вероятностных бумаг, а также с использованием статистических критериев Колмогорова и Шапиро-Уилки [2].

В качестве теоретических законов, при исследовании ПК текстильных материалов, чаще всего используются нормальное распределение, логарифмически нормальное распределение, распределение экстремальных величин 1-го типа (распределение Гумбеля), распределение экстремальных величин 3-го типа (распределение Вейбулла) [2], [4], [5].

Рассмотрим полученные результаты на примере наиболее значимого ОПК плащевых тканей – водоупорности (коэффициент весомости – 0,25).

Определение водоупорности проводилось по ГОСТ 3816. Ткани текстильные. Методы определения гигроскопических и водоотталкивающих свойств на приборе пенетрометр при увеличенном числе испытаний. Было проведено десять испытаний, получены следующие результаты: 865; 856; 859; 849; 864; 865; 859; 857; 869; 861 мм вод. ст. По первичным данным были найдены: среднее значение $\overline{\mathrm{X}}$ = 860,4 мм вод. ст., среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5{,}7$ мм вод. ст., коэффициент вариации С = 0,66%.

Для подсчета асимметрии и эксцесса использовали формулы:

$$\mathrm{as}=\frac{\sum(\mathrm{x_i}-\bar{\mathrm{x}})^3}{\mathrm{n}\sigma_{\mathrm{x}}^3} \text{ и } \mathrm{ex}=\frac{\sum(\mathrm{x_i}-\bar{\mathrm{x}})^4}{\mathrm{n}\sigma_{\mathrm{x}}^4}-3. \qquad (1)$$

Получили: $\mathrm{as} = -0{,}54$; $\mathrm{ex} = 0{,}54$. Основные ошибки as и ex найдены по формулам:

$$\sigma_{\mathrm{as}}=\sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}},$$
$$\sigma_{\mathrm{ex}}=\sqrt{\frac{24\mathrm{n}(\mathrm{n}-2)(\mathrm{n}-3)}{(\mathrm{n}-1)^2(\mathrm{n}+3)(\mathrm{n}+5)}}. \qquad (2)$$

Для заданного числа в выборке n=10 имеем: σ_{as}=0,61, σ_{ex}= 0,92.

Если выполняется неравенство $|as| \le \sigma_{as}$ и $|ex| \le \sigma_{ex}$, то эмпирическое распределение не противоречит статистической модели нормального закона. Можно видеть, что для водоупорности плащевых тканей эти условия выполняются. Оценка по as и ex носит предварительный характер.

Для визуальной оценки соответствия эмпирического распределения теоретическому закону в настоящее время широко применяется метод вероятностных бумаг [2]. Этот метод основан на построении интегральной функции исследуемого распределения на специальной бумаге соответствующего теоретического закона, на которой строят оси координат, ось абсцисс служит для нанесения значений изучаемой величины, а ось ординат – вероятностей.

Для построения выравнивающей прямой достаточно рассчитать две точки из выборки по формуле:

$$U_p = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}, \qquad (3)$$

где X – значение случайной величины; $\overline{X}$ – среднее значение; σ_X – среднее квадратическое отклонение.

В зависимости от расположения точек на вероятностной бумаге относительно выравнивающей прямой делают вывод о возможности или невозможности применения того или иного закона.

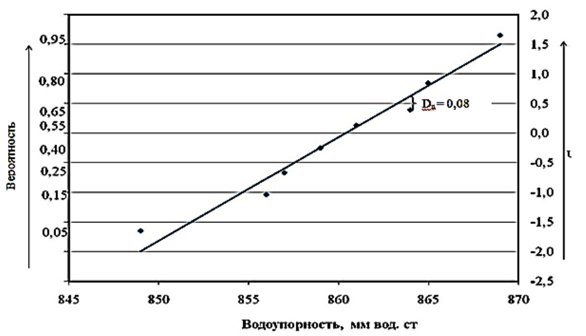

Рис. 1

Результаты определения водоупорности плащевой ткани на вероятностной бумаге нормального закона показаны на рис. 1. Можно видеть, что экспериментальные точки достаточно хорошо группируются около прямой, то есть точки лежат на прямой или находятся на очень незначительном расстоянии от нее. Отсюда можно сделать вывод, что экспериментальное распределение не противоречит теоретическому, поэтому можно использовать нормальный закон распределения результатов испытаний.

Для более точной оценки эмпирического распределения используют статистические критерии. Критерий А.Н. Колмогорова λ определяется следующим образом:

$$\lambda = D_n\sqrt{n}, \qquad (4)$$

где n – число испытаний; D_m – максимальная величина расхождения между накопленными частостями эмпирического и теоретического распределения.

Для распределения на рис. 1 имеем D_n = = 0,08 и $\lambda = 0{,}08\sqrt{10} = 0{,}240$. Если выполняется неравенство $P(\lambda) < q = 0{,}05$ (где $P(\lambda)$ – вероятность того, что критерий достигнет величины λ, q – уровень значимости), то гипотеза о соответствии результатов испытаний нормальному закону распределения отвергается. Из полученных результатов видно, что гипотеза о нормальном распределении результатов испытаний не опровергается.

При малых выборках обычно применяют критерий Шапиро-Уилки:

$$W = b^2/\varphi^2. \qquad (5)$$

Значения φ^2 и b^2 вычисляют по формулам:

$$\varphi^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}, \qquad (6)$$

$$b^2 = \left[\sum_{j=1}^{e} a_{n-j+1}\left(x_{n-j+1} - x_j\right)\right]^2, \qquad (7)$$

где x_i – значение случайной величины; n – объем выборки; a_{n-j+1} – коэффициент, величина которого определяется в зависимости от объема выборки n для каждого обратного порядкового индекса $j \le e$ по специальной таблице, где j = 1,2…, e, при этом e = 0,5n, если n – четное, а если n нечетное, то e = 0,5(n – 1).

В результате вычислений получили: φ^2 = 294,40; b^2 = 283,74; W = 0,964.

Полученные значения W сравнивают с табличным значением $W_{0,05}$. Если $W > W_{0,05}$, то гипотеза о нормальном распределении не отвергается.

При числе испытаний n=10, $W_{0,05}$=0,842. Так как $W = 0{,}964 > W_{0,05} = 0{,}842$, гипотеза о нормальном распределении результатов не опровергается.

В качестве альтернативного закона рассматривалось распределение экстремальных величин I типа для минимальных значений (закон Гумбеля). Можно предположить, что появление первых трех капель происходит в наиболее слабом месте ткани, имеющем минимальную водоупорность.

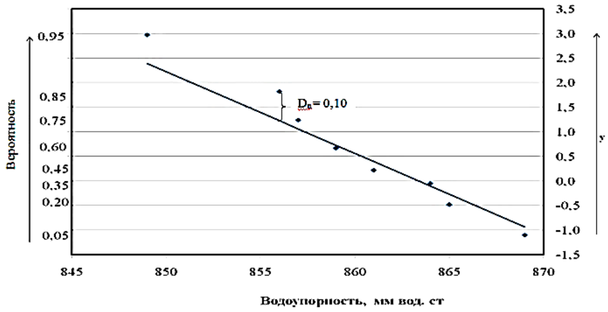

Рис. 2

Расположение точек на вероятностной бумаге закона 1-го типа показано на рис. 2. Там же дана выравнивающая прямая у, рассчитанная по формуле:

$$y = B(X_i - A), \; B = \frac{k_2}{\sigma_x}, \; A = \overline{X} + \frac{k_1}{B}, \quad (8)$$

где А и В – параметры, определяющие соответственно центр и форму распределения; X_i – независимая переменная; σ_x – среднее квадратическое отклонение; $\overline{X}$ – среднее значение выборки n; k_1 и k_2 – коэффициенты, зависящие от числа испытаний в выборке n и находящиеся по специальной таблице [3].

В рассматриваемом примере можно видеть, что экспериментальные точки хуже ложатся на прямую, чем на вероятностной бумаге нормального распределения.

Для более точной оценки использован критерий А.Н. Колмогорова.

Для распределения на рис. 2 (результаты определения водоупорности ткани на вероятностной бумаге распределения экстремальных величин I типа) имеем $D_n = 0{,}10$ и $\lambda = 0{,}10\sqrt{10} = 0{,}316$. Неравенство $P(\lambda) < q = 0{,}05$ не выполняется, следовательно, можно сделать вывод, что гипотеза о соответствии результатов испытаний распределению экстремальных величин I типа (закон Гумбеля) не опровергается.

Исходя из полученных результатов для определяющих показателей плащевых тканей применимы оба распределения. Для удобства расчетов можно выбрать нормальное распределение.

По описанной выше методике были исследованы эмпирические распределения и других определяющих показателей плащевых тканей, к которым относятся: раздирающая нагрузка, разрывная нагрузка, усадка, поверхностная плотность.

В качестве альтернативных моделей рассматривались: логарифмически нормальное распределение, распределение экстремальных величин III типа (закон Вейбулла). Было установлено, что для всех определяющих показателей качества плащевых тканей в качестве статистических моделей можно использовать нормальное распределение.

ВЫВОДЫ

1. Исследованы и выбраны статистические модели определяющих показателей качества плащевых тканей.
2. Установлено, что в качестве статистической модели ОПК плащевых тканей можно использовать нормальное распределение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кирюхин С.М., Мавряшин А.А.* Сравнительная оценка качества и надежности тканей // Текстильная промышленность. – 2011, № 1. С. 62…67.
2. *Кирюхин С.М.* Анализ и использование статистических моделей при нормировании, оценке и исследовании показателей качества текстильных материалов: Дис…. докт. техн. наук. – М., 1977.
3. *Соловьев А.Н., Кирюхин С.М.* Оценка качества и стандартизация текстильных материалов. – М.: Легкая индустрия, 1974
4. *Вейбулл В.* Усталостные испытания и анализ их результатов. – М.: Машиностроение, 1964.
5. *Гумбель Э.* Статистика экстремальных значений. – М., Мир, 1965

Рекомендована кафедрой текстильного материаловедения МГУДТ. Поступила 30.05.13.