

УДК 621.87.068

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫГРУЗКИ
ПЛОСКИХ ЖЕСТКИХ МАТЕРИАЛОВ
ДУГОВЫМ ЛЕНТОЧНЫМ ТРАНСПОРТЕРОМ**

**THE MATHEMATICAL MODEL
OF UNLOADING PLANE HARD MATERIALS
WITH A CONCAVE BELT CONVEYOR**

С.Б. БАЙЖАНОВА, М.Ш. ШАРДАРБЕК, М.Ш. ДЖУНИСБЕКОВ
S.B. BAYZHANOVA, M.SH. SHARDARBEK, M.SH. DZHUNISBEKOV

(Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауэзова, Казахстан)
(South-Kazakhstan State University named after M. Auezov, Kazakhstan)
Email: baizhanova_75@mail.ru

Представлена разработка математической модели выгрузки плоских жестких материалов вогнутой несущей поверхностью беззахватным способом для проектирования перегрузочных устройств (ленточных транспортеров) с инерционной выгрузкой материалов.

The mathematical model of unloading the plane hard materials with a concave carrying surface by the ungripping method for designing reloading equipment (belt conveyors) with materials inertial unloading has been developed.

Ключевые слова: математическая модель, плоские жесткие материалы, ленточный транспортер.

Keywords: a mathematical model, plane hard materials, a belt conveyor.

Сектор β_2 дугового ленточного транспортера направляет материал на разгрузку с определенной скоростью и под углом θ [1], [2].

Скорость отрыва V_p материала на разгрузку можно найти, зная его закон движения на секторе β_2 дугового ленточного транспортера.

Расчетная схема процесса перемещения плоского жесткого материала на секторе β_2 дугового ленточного транспортера представлена на рис. 1.

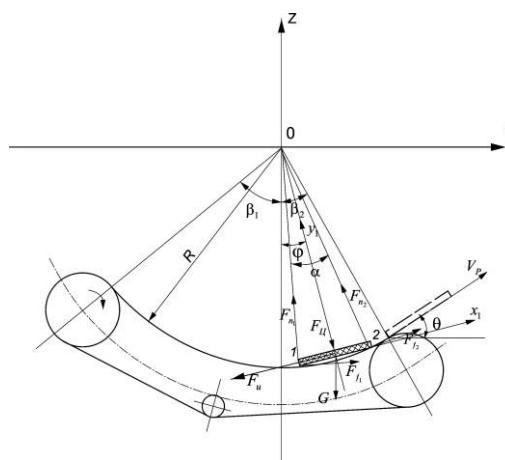


Рис. 1

Материал соприкасается с лентой в точках 1, 2 и занимает сектор с углом:

$$\alpha = 2\arcsin(\ell/2R), \quad (1)$$

где ℓ – длина плоского жесткого материала; R – радиус несущей поверхности транспортера.

Продольное и поперечное сечения плоского жесткого материала имеют прямоугольную форму. В процессе перемещения на плоский жесткий материал действуют следующие силы: $G = mg$ – сила тяжести материала; F_{n1}, F_{n2} – силы нормального давления; $F_{f1} = fF_{n1}, F_{f2} = fF_{n2}$ – силы трения между материалом и лентой

транспортера; $F_{ц} = mH\dot{\varphi}^2$ – центробежная сила материала; $F_{\tau} = mH\ddot{\varphi}$ – касательная сила инерции материала.

Центр тяжести материала совпадает с геометрическим центром продольного сечения материала. При этом радиус вращения центра тяжести материала относительно оси Ox определяется формулой:

$$H = R \cos \frac{\alpha}{2} - 0,5\delta, \quad (2)$$

где δ – толщина материала.

Составляем уравнения кинестатики для транспортируемого материала:

$$\begin{aligned} \sum F_{y1} = F_{n1} \cos \frac{\alpha}{2} + F_{n2} \cos \frac{\alpha}{2} - F_{ц} - G \cos \varphi - F_{f1} \sin \frac{\alpha}{2} + F_{f2} \sin \frac{\alpha}{2} = 0, \\ \sum F_{x1} = F_{n1} \sin \frac{\alpha}{2} - F_{n2} \sin \frac{\alpha}{2} - G \sin \varphi + F_{f1} \cos \frac{\alpha}{2} + F_{f2} \cos \frac{\alpha}{2} - mH\ddot{\varphi} = 0. \end{aligned}$$

Подставив $F_{f1}, F_{f2}, F_{ц}, G, F_{\tau}$, имеем:

$$F_{n1} \left(\cos \frac{\alpha}{2} - f \sin \frac{\alpha}{2} \right) + F_{n2} \left(\cos \frac{\alpha}{2} + f \sin \frac{\alpha}{2} \right) - m(H\dot{\varphi}^2 + g \cos \varphi) = 0, \quad (3)$$

$$F_{n1} \left(\sin \frac{\alpha}{2} + f \cos \frac{\alpha}{2} \right) - F_{n2} \left(\sin \frac{\alpha}{2} - f \cos \frac{\alpha}{2} \right) - m(H\ddot{\varphi} + g \sin \varphi) = 0, \quad (4)$$

где $\dot{\varphi}$ и $\ddot{\varphi}$ – угловые скорость и ускорение материала относительно оси Ox , перпендикулярной плоскости рисунка.

Из уравнений (3) и (4) определяем:

$$F_{n1} = (H\dot{\varphi}^2 + g \cos \varphi) \left(N - \frac{MA}{B} \right) m + \frac{M}{B} (H\ddot{\varphi} + g \sin \varphi) m, \quad (5)$$

$$F_{n2} = \frac{Am}{B} (H\dot{\varphi}^2 + g \cos \varphi) - \frac{m}{B} (H\ddot{\varphi} + g \sin \varphi), \quad (6)$$

где

$$A = \frac{\sin \frac{\alpha}{2} + f \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} - f \sin \frac{\alpha}{2}}; \quad (7)$$

$$B = \left(\sin \frac{\alpha}{2} - f \cos \frac{\alpha}{2} \right) + A \left(\cos \frac{\alpha}{2} + f \sin \frac{\alpha}{2} \right); \quad (8)$$

$$N = \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2} - f \sin \frac{\alpha}{2}}; \quad (9)$$

$$M = \frac{\cos \frac{\alpha}{2} + f \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} - f \sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (10)$$

Уравнения равновесия материала (4) приведем к виду:

$$F_{n1} - F_{n2} \frac{\sin \frac{\alpha}{2} - f \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} + f \cos \frac{\alpha}{2}} - \frac{m(H\ddot{\phi} + g \sin \varphi)}{\sin \frac{\alpha}{2} + f \cos \frac{\alpha}{2}} = 0.$$

Принимаем следующие обозначения:

$$C = \frac{\sin \frac{\alpha}{2} - f \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} + f \cos \frac{\alpha}{2}}; \quad (11)$$

$$D = \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2} + f \cos \frac{\alpha}{2}}. \quad (12)$$

При этом

$$F_{n1} - CF_{n2} - Dm(H\ddot{\phi} + g \sin \varphi) = 0.$$

В это уравнение подставляем формулы (5) и (6):

$$H\ddot{\phi} + g \sin \varphi = (H\dot{\phi}^2 + g \cos \varphi) \left(\frac{A(C+M) - NB}{M+C-DB} \right).$$

Принимаем обозначение:

$$L = \frac{A(M+C) - NB}{M+C-DB}. \quad (13)$$

Тогда

$$H\ddot{\phi} + g \sin \varphi = LH\dot{\phi}^2 + Lg \cos \varphi.$$

Обе части последнего уравнения делим на H и получаем дифференциальное уравнение движения плоского жесткого материала на секторе β_2 транспортера:

$$\ddot{\phi} - L\dot{\phi}^2 + k \sin \varphi - Lk \cos \varphi = 0, \quad (14)$$

$$\text{где } k = \frac{g}{H}. \quad (15)$$

Функции $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ разложим на следующие ряды:

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= 1 - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \dots; \\ \cos \varphi &= 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \dots \end{aligned} \quad (16)$$

Достаточно взять первые два члена рядов (16).

Тогда уравнение (14) примет вид:

$$\ddot{\phi} - L\dot{\phi}^2 - k(1 - \frac{\varphi^3}{6}) - kL(1 - \frac{\varphi^2}{2}) = 0.$$

Откуда

$$\ddot{\phi} - L\dot{\phi}^2 - \frac{k}{6}\varphi^3 + \frac{kL}{2}\varphi^2 + k(1-L) = 0. \quad (17)$$

Посредством подстановки уравнение (17) преобразуется в уравнение 1-го порядка:

$$\dot{\phi} = p; \quad \ddot{\phi} = p \frac{dp}{d\phi}.$$

При этом уравнение (17) примет вид:

$$p \frac{dp}{d\phi} - Lp^2 - \frac{k}{6}\varphi^3 + \frac{kL}{2}\varphi^2 + k(1-L) = 0.$$

Делим на p :

$$\frac{dp}{d\phi} - Lp = \frac{1}{p} \left[\frac{k}{6}\varphi^3 - \frac{kL}{2}\varphi^2 - k(1-L) \right].$$

Заменим:

$$p = uv.$$

Тогда:

$$u \frac{dv}{d\phi} + v \frac{du}{d\phi} - Luv = \frac{1}{uv} \xi,$$

$$\text{где } \xi = \frac{k}{6}\varphi^3 - \frac{kL}{2}\varphi^2 - k(1-L).$$

Одну из вспомогательных функций u и v можно взять произвольно. Поэтому в качестве u выбираем какой-либо частный интеграл уравнения:

$$\frac{du}{d\varphi} - Lu = 0; \quad du = Lud\varphi;$$

$$\frac{du}{u} = Ld\varphi; \quad L = \ln u; \quad u = e^L.$$

При этом для отыскания v получим уравнение:

$$u \frac{dv}{d\varphi} = \frac{1}{uv} \xi.$$

Подставляя выражение u в это уравнение, имеем:

$$e^L \frac{dv}{d\varphi} = \frac{\xi}{e^L v}.$$

Разделим переменные:

$$e^{2L} v dv = \xi d\varphi.$$

Подставляем выражение ξ :

$$e^{2L} v dv = \left[\frac{k}{6} \varphi^3 - \frac{kL}{2} \varphi^2 - k(1-L) \varphi \right] d\varphi.$$

Интегрируя, получим:

$$\frac{e^{2L} v^2}{2} = \frac{k}{24} \varphi^4 - \frac{kL}{6} \varphi^3 - k(1-L) \varphi + C_2.$$

Из этого уравнения определяем:

$$v = \sqrt{\frac{2}{e^{2L}} \left[\frac{k}{24} \varphi^4 - \frac{kL}{6} \varphi^3 - k(1-L) \varphi + C_2 \right]}.$$

Подставив выражения u и v , находим p :

$$p = \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{2 \left[\frac{k}{24} \varphi^4 - \frac{kL}{6} \varphi^3 - k(1-L) \varphi + C_2 \right]}. \quad (18)$$

Здесь $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$ – угловая скорость транспортируемого материала относительно оси Ox .

Линейная скорость материала в опорных точках 1 и 2:

$$V = \omega R.$$

Умножая на R обе части уравнения (18), имеем:

$$V = \sqrt{2R^2 \left[\frac{k}{24} \varphi^4 - \frac{kL}{6} \varphi^3 - k(1-L) \varphi + C_2 \right]}. \quad (19)$$

Постоянную интегрирования определяем из начального условия:

$$\text{при } \varphi = 0 \quad V = V_H.$$

Тогда:

$$C_2 = \frac{V_H^2}{2R^2}, \quad (20)$$

где V_H – скорость материала в начале сектора β_2 транспортера.

Уравнение (19) есть закон движения плоского жесткого материала на секторе β_2 дугового ленточного транспортера.

Скорость разгрузки V_p плоского жесткого материала дуговым ленточным транспортером можно найти из формулы (19), подставляя вместо φ секторный угол β_2 :

$$V_p = \sqrt{2R^2 \left[\frac{k}{24} \beta_2^4 - \frac{kL}{6} \beta_2^3 - k(1-L) \beta_2 + C_2 \right]}. \quad (21)$$

Скорость движения V_p плоского жесткого материала на секторе β_2 дугового ленточного транспортера с увеличением радиуса несущей поверхности увеличивается нелинейно, что необходимо учитывать при проектировании таких транспортных устройств.

Анализ уравнения (21) показывает, что существует критический секторный угол β_k дугового ленточного транспортера, где

скорость материала снижается до нуля и прекращается его перемещение. Значение критического секторного угла β_k зависит от относительной длины материала $\frac{l}{R}$ и коэффициента трения f между материалом и лентой.

ВЫВОДЫ

Скорость разгрузки плоских жестких материалов дугвым ленточным транспортом можно регулировать, изменяя секторный угол β_2 относительно критического секторного угла β_k . При приближении β_2 к β_k получится гравитационная разгрузка материала, а при удалении β_2 (в сторону уменьшения) от β_k – инерционная разгрузка. Поэтому при проектирова-

нии таких транспортных устройств необходимо предусмотреть механизм регулировки секторного угла β_2 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Койайдаров Б.А., Усенбеков Ж.У. Межоперационное перемещение детали обуви метанием // Вістник технологічного університету Поділля. – 1998, №4.

2. Койайдаров Б.А. и др. Дифференциальное уравнение движения плоских жестких материалов на вогнутой поверхности быстроходного ленточного транспортера // Мат. научн.-техн. конф.: Стратегия развития пищевой и легкой промышленности. – Алматы, 2004. Ч. 1.

Рекомендована кафедрой технологии текстильных материалов и изделий легкой промышленности. Поступила 28.11.13.