УДК 677.025

РАСЧЕТ ДЛИНЫ НИТИ В ПЕТЛЕ КУЛИРНОГО ТРИКОТАЖА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ ГЕОМЕТРИИ

CALCULATION OF THE THREAD LENGTH IN JERSEY LOOPS BY THE GEOMETRY METHODS

В.В. КАПРАЛОВ, Е.Н. НИКИФОРОВА, Г.И. ЧИСТОБОРОДОВ, Т.Н. ФОМИЧЕВА
V.V. KAPRALOV, E.N. NIKIFOROVA, G.I. CHISTOBORODOV, T.N. FOMICHEVA

(Ивановский государственный политехнический университет. Текстильный институт)
(Ivanovo State Polytechnic University. Textile Institute)
E-mail: kapralow@mail.ru

Для трикотажных структур из нитей, жестких на изгиб, предложена геометрическая модель петли кулирного трикотажа в форме алгебраической плоской кривой. Модель упрощает расчет таких параметров петли как длина нити, площадь, кривизна.

The geometric model of a jersey loop in the form of an algebraic plane curve has been offered for knitted structures from yarns hard to bend. The model simplifies calculation of the loop parameters such as length, area and curvature.

Ключевые слова: кулирный трикотаж, жесткая нить, геометрическая модель петли, лемниската Бернулли, длина нити.

Keywords: knitted fabric, a hard thread, a loop geometric model, the lemniscate of Bernoulli, thread length.

Длина нити в петле трикотажа является важнейшим параметром при проектировании трикотажных полотен и изделий. Для заданной формы трикотажной петли, принимаемой за пространственную кривую, а в частных случаях – за плоскую, длина нити в петле прежде всего зависит от толщины нити, высоты петельного ряда и ширины петельного шага [1]. Для определения более точной взаимосвязи используются различные геометрические модели петли трикотажа, при выборе которых руководствуются переплетением трикотажа, вышеназванными количественными параметрами, деформационными свойствами применяемых нитей [2…4]. Однако до настоящего времени не найдено единых зависимостей, описывающих функцию длины нити в петле трикотажа от влияющих на нее факторов с учетом возможных форм петель и переплетений. С достаточной степенью точности для определения длины нити в петле широко используют формулы проф. А.С. Далидовича, применимые для равновесного состояния трикотажа, и расчетно-экспериментальную формулу проф. И.И. Шалова [1]. Расчетный метод А.С. Далидовича также основывается на принятии модели петли для данного конкретного переплетения.

Участок кулируемой нити в процессе петлеобразования вытягивается в некоторую петлю, после чего нить фиксируется со стороны уже образовавшихся ранее петель и после релаксации становится полноценным элементом петельной структуры – петлей. При этом петля принимает форму сложной кривой, отличной от линий окружности и эллипса. На форму этой кривой существенное влияние могут оказать свойства перерабатываемых нитей. Прежде всего это касается современных нетекстильных, жестких материалов, используемых для изготовления технического трикотажа, таких как металлические, стеклянные, углеродные и другие нити.

Трикотаж из таких нитей стремится к фиксированному состоянию.

Для трикотажных структур из малорастяжимых, жестких на изгиб нитей рассмотрим возможность аппроксимации действительной формы петли кулирного трикотажа в момент кулирования моделью петли, описываемой кривой из специальных классов линий на плоскости, наиболее близкой по геометрии [5]. Использование методов дифференциальной геометрии позволит упростить расчет длины нити в петле кулирного трикотажа.

Предполагаем, что участок жесткой нити при деформации изгиба приобретает форму, близкую к форме алгебраической кривой 4-го порядка – лемнискаты Бернулли, а точнее, одной из двух ее симметричных полупетель (лепестков) – рис.1.

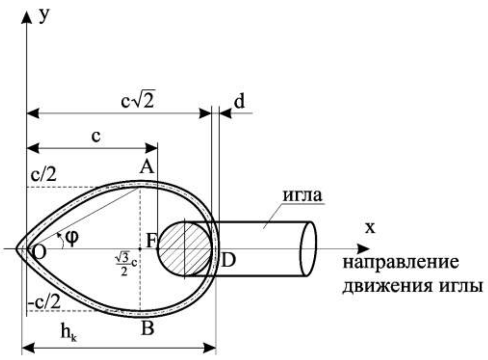

Рис. 1

За счет математических параметров предложенной кривой данная модель петли кулирного трикотажа пригодна для расчета длины нити в нормальной, вытянутой и сжатой петлях. Принимаем, что толщина нити одинакова на всех участках петли, а сечение нити является круглым.

Правый лепесток лемнискаты Бернулли в полярной системе координат описывается уравнением [6]:

$$\rho^2 = 2c^2 \cos 2\phi, \quad \phi \in \left[-\pi/4, \pi/4\right], \qquad (1)$$

где *c* – некоторый исходный параметр для построения кривой, называемый фокусным расстоянием кривой лемнискаты (отрезок OF на рис. 1). В модели петли параметр *c* соответствует ширине остова петли.

Для дальнейших расчетов принимаем ось Oy за отбойную плоскость, уровень расположения кулирующих кромок платин.

Глубина кулирования h_k, рассчитываемая от кулирующих кромок платин (т. O) до вершины игольной дуги петли (т. D), для рассматриваемой модели петли трикотажа составит:

$$h_k = c\sqrt{2} + d,$$

откуда

$$c = \frac{h_k - d}{\sqrt{2}}, \qquad (2)$$

d – средний диаметр нити.

Определим важнейшие геометрические параметры трикотажной петли в форме лемнискаты.

1. Найдем полную длину нити в петле, равную длине нити в остове и протяжке, рассчитав для этого длину дуг, из которых составлена фигура $A_1OADBOB_1$ на рис. 2.

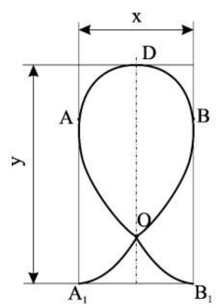

Рис. 2

В фигуру входит лепесток лемнискаты – остов петли с игольной дугой и две симметрично расположенные дуги A_1O и B_1O – протяжки. Считаем, что длины протяжек A_1O и B_1O соответствуют длинам дуг AD и BD.

Вычисления проводим в полярной системе координат, для чего используем формулу для дифференциала дуги:

$$d\ell = d\varphi\sqrt{\rho^2 + (\rho')^2}\,. \qquad (3)$$

Из уравнения (1) находим:

$$\rho^2 + (\rho')^2 = \frac{4c^4}{\rho^2},$$

отсюда

$$d\ell = d\varphi \frac{2c^2}{\rho} = c\sqrt{2}\frac{d\varphi}{\sqrt{\cos 2\varphi}}. \qquad (4)$$

Длина дуги ℓ лемнискаты:

$$\ell = c\sqrt{2}\int_{\varphi 1}^{\varphi 2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\cos 2\varphi}}. \qquad (5)$$

Учитывая, что в таблицах [6] указан неполный эллиптический интеграл 1-го рода в нормальной форме Лежандра:

$$F(\phi, K) = \int_0^{\phi} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - K^2\sin^2\psi}}, \ |K|^2 < 1, \qquad (6)$$

преобразуем формулу длины дуги лемнискаты (5) к виду (6):

$$l = c\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - 0{,}5\sin^2\theta}}, \qquad (7)$$

где $\sin^2\theta = 2\sin^2\varphi$; K – модуль интеграла.

Вычислим последовательно длины дуг модели петли (рис.2). Лемниската симметрична как по отношению к оси Ох, так и к оси Оу. Тем же свойством симметрии обладает и подынтегральная функция. Поэтому достаточно вычислить интеграл по куску лемнискаты. Отвечающие пределы интегрирования для т. А: $\varphi = \pi/6$; $\theta = \pi/4$.

Тогда:

$$\ell_{AD} = c\int_0^{\pi/4} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - 0{,}5\sin^2\theta}} = c\,F\left(\frac{\pi}{4}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cong c \cdot 0{,}826, \qquad (8)$$

$$\ell_{DAO} = c\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - 0{,}5\sin^2\theta}} = c\,F\left(\frac{\pi}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cong c \cdot 1{,}854. \qquad (9)$$

Таким образом, полная длина нити в петле, заданной фигурой $A_1OADBOB_1$, равна:

$$L = 2\ell_{DAO} + 2\ell_{AD} = 5{,}36\ c \approx 3{,}80\,(h_k - d). \qquad (10)$$

Для осуществления сравнительного расчета длины нити в петле по полученной и известной формулам будем рассматривать трикотаж одинакового переплетения, назначения, из конкретного сырья, для которого известно табличное значение модуля петли σ. Используем трикотажное полотно ластик 1+1, выработанное из хлопчатобумажной пряжи на плосковязальном автомате Stoll CMS 8 класса. Заправочные параметры: линейная плотность пряжи Т=170 текс; средний диаметр пряжи d=0,67 мм; глубина кулирования h_k =3 мм; модуль петли для выбранного переплетения и сырья σ=21.

Длина L нити в петле, рассчитанная по новой формуле (10), составляет 8,85 мм.

Заправочная длина ℓ нити в петле, определяемая по формуле И.И. Шалова с использованием модуля петли, равна:

$$\ell = \frac{\sigma\sqrt{T}}{31{,}6}\ [\text{мм}];\ l = 8{,}66\ \text{мм}.$$

Разница в вычислениях по двум сравниваемым формулам составила 2,2%, что позволяет судить о высокой достоверности представленного метода.

2. Найдем параметры, определяющие площадь петли (рис. 2).

Запишем параметры x и y – ширину остова петли и высоту петли соответственно:

$$x = \frac{c}{2}\cdot 2 = c;$$

$$y = c\sqrt{2} + \left(c\sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}c\right) = \frac{c}{2}\left(4\sqrt{2} - \sqrt{3}\right). \qquad (11)$$

Вычислим площадь S_1, заключенную внутри полупетли лемнискаты (фигуры OADBO на рис. 2). В силу симметрии кривой определяем сначала одну вторую искомой площади:

$$\frac{1}{2}S_1 = \frac{c^2}{2}\sin 2\varphi.$$

При $\varphi = \frac{\pi}{4}$:

$$S_1 = c^2. \qquad (12)$$

Получим зависимость, позволяющую судить о площади занимаемой трикотажной петлей (фигуры A_1ADBB_1 на рис. 2):

$$S_2 = x\,y - 2\left(\frac{\left(c\sqrt{2} - c\frac{\sqrt{3}}{2} + n\sqrt{2}\right)}{2}\frac{c}{2} - \iint\limits_{OADO} dxdy\right) = \frac{c^2}{4}\left(4\sqrt{2} + \sqrt{3}\right) \cong c^2 \cdot 1{,}847 \cong 0{,}92\,(h_k - d)^2. \qquad (13)$$

3. Для оценки степени выпуклости формы петли определим радиусы кривизны петли в ключевых точках A, B, C, D. Используем формулу для кривизны в полярной системе координат. Найдем кривизну петли в точках A и D:

$$\chi = \frac{2\left(\rho^{/}\right)^2 - \rho\rho^{//} + \rho^2}{\left(\left(\rho^{/}\right)^2 + \rho^2\right)^{3/2}}. \qquad (14)$$

Для лемнискаты Бернулли кривизна χ равна:

$$\chi = \frac{3}{2}\frac{\rho}{c^2}. \qquad (15)$$

Радиус кривизны:

$$R = \frac{1}{\chi} = \frac{2}{3}\frac{c^2}{\rho}. \qquad (16)$$

Радиус кривизны для искомых точек кривой равен:

$$R_D = c\frac{\sqrt{2}}{3} \cong 0{,}47c \cong 0{,}33\,(h_k - d), \qquad (17)$$

$$R_A = R_B = c\frac{2}{3} \cong 0{,}67c \cong 0{,}47\,(h_k - d), \qquad (18)$$

$$R_O = \lim_{\rho \to 0} \frac{2c^2}{3\rho} = \infty \quad (\chi > 0) \qquad (19)$$

– внутри лемнискаты,

$$R_O = R_D = 0{,}47 \cdot c \cong 0{,}33\,(h_k - d) \qquad (20)$$

– вне лемнискаты.

Предложенная модель петли трикотажа в форме полупетли лемнискаты Бернулли может уточняться для каждого конкретного случая, учитывать и другие факторы, влияющие на формы петель.

ВЫВОДЫ

1. Для трикотажных структур из нитей, жестко деформируемых при изгибе, предложена новая геометрическая модель петли кулирного трикотажа в форме плоской алгебраической кривой – полупетли лемнискаты Бернулли. Для данной модели получена формула длины нити в петле, выраженная через ширину остова петли или глубину кулирования и толщину нити.

2. Получены зависимости, позволяющие судить о площади петли и кривизне нити в ключевых точках, что необходимо для прогнозирования ее состояния и изменения геометрических размеров под влиянием различных факторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кудрявин Л.А., Шалов И.И.* Основы технологии трикотажного производства: Учебное пособие для вузов. – М.: Легпромиздат, 1991.
2. *Щербаков В.П.* Прикладная механика нити. – М.: МГТУ им. А. Н. Косыгина, 2001.
3. *Труевцев А.В.* Прикладная механика трикотажа. – С.-Пб, 2007.
4. *Цитович И.Г.* Теоретические основы стабилизации процесса вязания. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.
5. *Савелов А.А.* Плоские кривые / Под ред. А.П. Нордена. – М.: Физматгиз, 1960. С. 155…162.
6. *Погорелов А.И.* Дифференциальная геометрия. – 6-е издание. – М.: Наука, 1974.

Рекомендована кафедрой инженерной графики. Поступила 28.11.13.