УДК 677.025

СОЗДАНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ПЕТЛИ КУЛИРНОГО ТРИКОТАЖНОГО ПОЛОТНА НА ОСНОВЕ МЕХАНИКИ ГИБКИХ СТЕРЖНЕЙ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ

CREAT THREE-DIMENSIONAL MODEL OF LOOP KNITTED FABRIC BASED MECHANICS FLEXIBLE RODS. DEFIN THE BOUNDARY CONDITIONS

Л.Ф. НЕМИРОВА, Г.И. ДРОЗДОВА
L.F. NEMIROVA, G.I. DROZDOVA

(Омский государственный институт сервиса)
(Omsk State Institute of Service)
E-mail: luba.nemirova@mail.ru: drozdovagi@inbox.ru

Разработан подход к построению трехмерной модели петли трикотажного полотна на основе механики гибких стержней. Его применение позволит повысить точность параметров трикотажного полотна в системах автоматизации проектирования. В данной статье рассмотрена последовательность задания условий для построения модели петли на примере переплетения ластик.

We have developed an approach in which we create a three-dimensional model of knitted fabric loop. It can be applied to improve the accuracy of the parameters of knitted fabric in automation design. We apply the mechanics of flexible rods. In this article we consider the sequence by which we define the conditions for the model hinges on the example knitwear rib.

Ключевые слова: петля, трикотажное полотно, трехмерная модель петли, краевые условия.

Keywords: loop, knitted fabric, three-dimensional model of the loop, the boundary conditions.

В статье [1] описан математический аппарат предложенного нами подхода к построению трехмерной модели петли трикотажного полотна на основе механики гибких стержней. Осевая линия нити, изогнутой в петлю, рассматривается нами как "упругая", находящаяся в петле в состоянии равновесия. Длина нити в петле задана. Модель петли получаем в виде набора координат ее осевой линии.

Задача нахождения пространственной формы петли заключается в определении вектора перемещения u(ℓ) точек осевой линии петли из заданного начального положения, в положение формы петли трикотажа, где ℓ – дуговая координата, то есть длина, отсчитываемая вдоль осевой линии.

В трикотажном полотне осевую линию нити петельного ряда рассматриваем как пространственную кривую, кривизна которой изменяется в характерных точках. Таковыми в данном случае являются точки контакта этой петли со смежными петлями в полотне. Для определения текущих координат точки осевой линии по аналогии с работой [2] вводятся две системы координат: неподвижная декартова и подвижная с единичными векторами, жестко связанная с осевой линией петли.

На основе системы нелинейных уравнений равновесия стержня В. А. Светлицкого [2], записанных в безразмерной форме, была получена система из восьми обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, описывающих равновесное состояние петли. Переменными в уравнения входят кривизны (к), углы поворота связанной системы координат $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ относительно неподвижной.

Система уравнений приводится к краевой задаче, для однозначного решения которой требуется определить независимые краевые условия. Краевыми условиями являются алгебраические уравнения, устанавливающие взаимосвязь координат точек осевой линии и характеристик кривизны.

В данной статье мы рассматриваем последовательность определения краевых условий по геометрической модели трикотажного полотна. Краевые условия получаем в виде системы из 11 независимых алгебраических уравнений.

Рассмотрим трикотажное полотно переплетения ластик (рис.1). Петли у этого полотна симметричны относительно плоскости yOz, вследствие этого рассмотрим половину петли − участок AD.

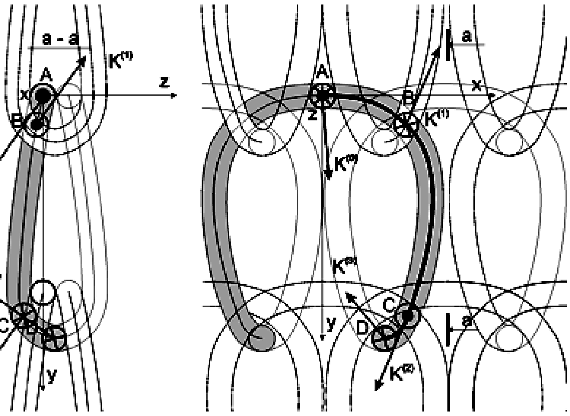

Рис. 1

Точка A располагается посередине игольной дуги, точка D − посередине протяжки, соединяющей остовы соседних петель ряда. Вторая часть петли является отражением этого участка. Изменение кривизны осевой линии происходит в точках контакта B, C и D.

Обозначим длину участка AD =L; ℓi – переменная длина участка осевой линии, $0 \le \ell i \le \ell$. Зададим положение точек по длине:

$$A\ (\ell=0),\ B\ (\ell=\ell_1),\ C\ (\ell=\ell_2),\ D\ (\ell=\ell_3 = \ell).$$

В точках контакта петель в полотне происходит взаимодействие между нитями, которое определяется внешними силами $\vec{K}^{(i)}$.

На модели петли (рис. 1) указаны силы взаимодействия петель в полотне, установленные по аналогии с работой [3]. Сила $\vec{K}$ представляет собой силу нормального давления, которая направлена по нормали к осевой линии нити. На участках петли внутренняя сила различна, причем постоянна на каждом участке. Тогда на осевую линию нити действуют внешние силы $\vec{K}^{(i)}$ с компонентами:

$$\begin{aligned}
&\vec{K}^{(0)}(g_1; g_2; -g_3),\\
&\vec{K}^{(1)}(f_1; -f_2; f_3),\\
&\vec{K}^{(2)}(-f_1; f_2; -f_3),\\
&\vec{K}^{(3)}(-g_1; -g_2; g_3)
\end{aligned}$$

приложенные соответственно в точках A(ℓ=0), B(ℓ=ℓ_1), C(ℓ=ℓ_2), D(ℓ=1). Направления изменения кривизны будем определять по направлению действия этих сил.

По геометрической модели петли, представленной в виде фронтальной и профильной проекций, задаем координаты точек:

– в начальной точке А имеем координаты:

$$x(A)=0,\ y(A)=0,\ z(D)=0);$$

– в конечной точке D рассматриваемой части петли аппликата z больше соответствующей координаты точки А на половину диаметра нити, следовательно:

$$z(D) = d/2\,.$$

Полагаем для нижнего участка петли:

– что абсцисса точки С больше абсциссы точки D на 3/4 диаметра нити:

$$x(C) - x(D) \approx \frac{3}{4}d\,;$$

– ордината точки В больше ординаты точки А на величину диаметра нити:

$$y(B) - y(A) \approx d\,;$$

– минимальная аппликата осевой линии не может превышать диаметра нити:

$$z_{min} = d\,;$$

– максимальная аппликата – полтора диаметра нити:

$$z_{max} = 1{,}5d\,.$$

Из модели полотна следует, что в точке D связанная система координат:

– повернута относительно оси x неподвижной системы на угол π, то есть:

$$\vartheta_1(\ell = 1) = \pi;$$

повернута относительно оси y неподвижной системы на угол $\pi/2$, следовательно:

$$\vartheta_2(\ell = 1) = \pi/2\,;$$

– не имеет поворота относительно оси z неподвижной системы координат, в результате:

$$\vartheta_3(\ell = 1) = 0\,;$$

– по относительному положению точек В и С имеем:

$$x(B) - x(C) = d\,; \qquad z(B) - z(C) = d\,;$$

– по строению нижнего участка петли:

$$x(C) - x(D) \approx \frac{3}{4}d\,.$$

Задаем краевые условия. По модели петли предполагаем, что начальные смещения в петле отсутствуют, как и повороты связанной системы координат относительно осей y и z. В точке А угол поворота ϑ_1 относительно оси x не равен нулю, так как нить отклоняется от плоскости xOy, вектор кривизны не лежит в этой плоскости. Следовательно, имеется пять известных начальных условий

$$u_1(0) = u_2(0) = u_3(0) = 0;$$
$$\vartheta_2(0) = \vartheta_3(0) = 0.$$

Изложенные ранее условия позволяют записать нам алгебраические уравнения, описывающие краевые условия, ϕ_i:

$$\phi_1 = z(\ell = 1) - d/2 = 0\,, \qquad (1)$$

$$\phi_2 = u_1(\ell_2) - u_1(\ell_3) - \frac{3}{4}d = 0\,, \qquad (2)$$

$$\phi_3 = \vartheta_1(\ell = 1) - \pi = 0\,, \qquad (3)$$

$$\phi_4 = \vartheta_2(\ell = 1) - \pi/2 = 0\,, \qquad (4)$$

$$\phi_5 = \vartheta_3(\ell = 1) = 0\,, \qquad (5)$$

$$\phi_6 = x(\ell_1) - x(\ell_2) - d = 0\,, \qquad (6)$$

$$\phi_7 = z(\ell_1) - z(\ell_2) - d = 0\,, \qquad (7)$$

$$\phi_8 = z_{max} - 1{,}5d = 0\,, \qquad (8)$$

$$\phi_9 = z_{min} - d = 0\,, \qquad (9)$$

$$\phi_{10} = u(\ell_1) - d = 0\,. \qquad (10)$$

Учитывая равновесие действующих сил в точке В, имеем:

$$\phi_{11} = \vec{e}'_1(\ell_1)\vec{K}^{(1)} = f_1 u'_1((\ell_1)+1) - \\ -f_2 u'_2(\ell_1) + f_3 u'_3(\ell_1) = 0. \qquad (11)$$

Краевая задача на систему обыкновенных дифференциальных уравнений с определенными выше краевыми условиями ϕ_i решается численным методом стрельбы для каждого набора восьми параметров: g_1, g_2, g_3, f_1, f_2, f_3, ℓ_1, ℓ_2, $\vartheta_1(0)$, $\kappa_2(0)$, $\kappa_3(0)$.

Для вычислений координат точек и построения осевой линии петли разработана программа в среде программирования Visual C++ 6. Осевая линия петли ластика в виде набора точек представлена на рис.2.

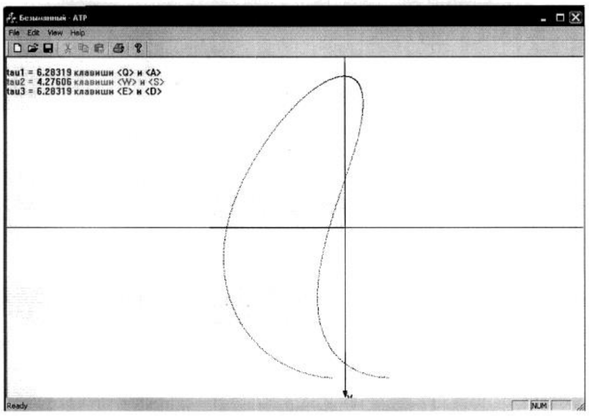

Рис. 2

Осевая линия петли определяется совокупностью точек в пространстве: для петли ластика приходится 250 точек на половину петли, 500 точек на всю длину петли.

В Ы В О Д Ы

Предложенный подход позволяет получить трехмерную модель петли трикотажного полотна. Отличается от известных тем, что исходной для построения модели петли является ее длина, а также примененным физико-математическим аппаратом. Подход универсален и применим для построения моделей различных элементов структуры трикотажного полотна.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Дроздова Г. И., Немирова Л.Ф.* Использование численных методов в расчетах параметров петельной структуры трикотажных полотен // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2008, № 2. С. 3...14.

2. *Светлицкий В.А.* Механика стержней. – В 2-х ч. Ч. 1. Статика. – М.: Высшая школа, 1987.

3. *Труевцев А.В.* Модель петли Далидовича в свете современных теоретических представлений // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2002, № 4 – 5. С. 99….105.

R E F E R E N C E S

1. Drozdova G. I., Nemirova L.F. Ispol'zovanie chislennyh metodov v raschetah parametrov petel'noj struktury trikotazhnyh poloten // Nauchnyj vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. – 2008, № 2. S. 3...14.

2. Svetlickij V.A. Mehanika sterzhnej. – V 2-h ch. Ch. 1. Statika. – M.: Vysshaja shkola, 1987.

3. Truevcev A.V. Model' petli Dalidovicha v svete sovremennyh teoreticheskih predstavlenij // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2002, № 4 – 5. S. 99….105.

Рекомендована кафедрой сервиса и технологий изделий легкой промышленности. Поступила 09.07.15.