УДК 677.31.08.021.16/022

# ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ СОРНЫХ ПРИМЕСЕЙ И ПЫЛИ С УЧЕТОМ ИХ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

*С.Ю. КАПУСТИН, В.Д. ФРОЛОВ, Ф.Р. КАХРАМАНОВ*

**(Ивановская государственная текстильная академия)**

В связи с тем, что взаимодействие сорных примесей и пыли сред существенно влияет на технологические процессы, для анализа течения смесей в технологических установках недостаточно ограничиваться моделями двух-, трехкомпонентных сред, а необходимо рассматривать модель среды, состоящую из большого количества компонент сорных примесей.

Нами исследовалось взаимодействие сорных примесей и пыли для любого количества компонент $N$ мелкодисперсной среды при ее истечении из эллипсовидного отверстия нового устройства [1].

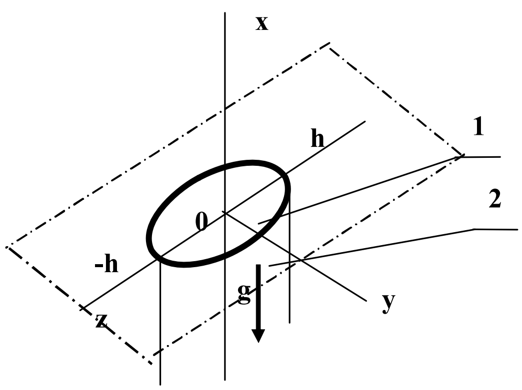


Рис. 1

Пусть течение осуществляется из отверстия устройства 1 (рис.1). Рассмотрим канал, выходящий из отверстия устройства 2 шириной 2h, границы которого перпендикулярны вертикальной плоскости $xy$ декартовой системы координат $xyz$, плоскость $xz$ которой параллельна границам канала и проходит от нее на расстоянии h.

В соответствии с [2], [3] и принципами анализа многокомпонентных мелкодисперсных сред исходными уравнениями для описания одномерного установившегося вязкого несжимаемого течения являются

$$\frac{\partial \upsilon_i}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\mu_i \partial^2 \upsilon_i}{\partial y^2} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} K_{ji}\left(\upsilon_j - \upsilon_i\right) = \Phi_i\,, \tag{2}$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial y} = \frac{\partial p_i}{\partial z} = 0\,, \tag{3}$$

$$\Phi_i = \frac{\partial p_i}{\partial x} + \rho_i g, \tag{4}$$

где $K_{ji}$ – коэффициент взаимодействия между сорными частицами; $i, j$ – номера составляющих частиц, $i, j = 1, 2, ..., N$; $p_i, M_i, \rho_i, \upsilon_i$ – давление, масса, плотность и скорость i-й составляющих; $\mu_i$ – коэффициент динамической вязкости для i-й составляющей; g – ускорение свободного падения.

Итак, система уравнений (1)…(3) дополняется условием симметричности потока относительно плоскости $xz$ канала:

$$\upsilon_i\left(y\right) = \upsilon_i\left(-y\right), \tag{5}$$

а также граничным условием

$$\upsilon_i\left(h\right) = 0\,. \tag{6}$$

Суммируя уравнение (2) по $i$ от 1 до $N$, имеем

$$\frac{\mu_i d^2 \upsilon_i}{dy^2} = \Phi\,, \tag{7}$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N} \Phi_i\,. \tag{8}$$

Интегрируя (7) дважды по y, с учетом (5) и (6), получаем

$$\sum_{i=1}^{N}\mu_i\upsilon_i = \frac{\Phi}{2}\left(y^2 - h^2\right),$$

откуда

$$\upsilon_N = \frac{1}{\mu_N}\left[\frac{\Phi}{2}\left(y^2 - h^2\right) - \sum_{i=1}^{N-1}\mu_i\upsilon_i\right]. \qquad (9)$$

Разделив каждое из уравнений (2) для $i = 1, 2, ..., N-1$ на $\mu_i$, получим

$$\frac{d^2\upsilon_i}{dy^2} + \sum_{i=1}^{N-1} b_{ji}\upsilon_j = \Pi_i\ , \qquad (10)$$

где

$$b_{ji} = \begin{cases} \dfrac{1}{\mu_i}\left(K_{ji} - K_{Ni}\dfrac{\mu_j}{\mu_N}\right),\ i \ne j, \\ -\dfrac{1}{\mu_i}\left[\sum_{k=1}^{N-1}K_{ki} + K_{Ni}\left(\dfrac{\mu_j}{\mu_N} + 1\right)\right],\ i = j \end{cases},$$

$$\Pi_i = \frac{1}{\mu_i}\left[\Phi_i - \frac{\Phi K_{Ni}}{2\mu_N}\left(y^2 - h^2\right)\right].$$

Решаем систему (10) методом Даламбера.

Умножая каждое из уравнений (10) на $\lambda_i$ (причем можно считать $\lambda_1 = 1$) и суммируя полученные соотношения, получаем

$$\frac{d^2\Psi}{dy^2} + \sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=1}^{N-1}\lambda_i b_{ji}\upsilon_j = \Pi, \qquad (11)$$

$$\Psi = \sum_{j=1}^{N-1}\lambda_j\upsilon_j, \quad \Pi = \sum_{j=1}^{N-1}\lambda_j\Pi_j.$$

Учитывая, что постоянные $\lambda_i = (2, ..., N-1)$, уравнение (11) приводится к виду

$$\frac{d^2\Psi}{dy^2} - m^2\Psi = \Pi,$$

где $m^2 = -\sum_{j=1}^{N-1}\lambda_j b_{1j}$ при выполнении условия

$$b_{1j}\lambda_i = b \quad (i = 2, ..., N-1). \qquad (12)$$

Пусть $\lambda_{ni}$, где $(n = 2, ..., N-1)$, – корни алгебраической системы уравнений (12).

Тогда с учетом зависимости соответствующих величин от n имеем

$$\frac{d^2\Psi_n}{dy^2} - m_n^2\Psi_n = \Pi_{cn} + \Pi_{yn}\left(y^2 - h^2\right), \ (13)$$

где $\Psi_n = \sum_{j=1}^{N-1}\lambda_{nj}\upsilon_j$;

$$m_n^2 = -\sum_{j=1}^{N-1}\lambda_{nj}b_{1j}\ ;$$

$$\Pi_{cn} = \sum_{i=1}^{N-1}\frac{\lambda_{nj}}{\mu_j}\Phi_j\ ;$$

$$\Pi_{yn} = -\frac{\Phi}{2\mu_N}\sum_{j=1}^{N-1}\frac{\lambda_{nj}K_{Nj}}{\mu_j},$$

причем $\lambda_{n1} = 1$ для всех $n$.

Решение системы уравнений (13) будет следующим:

$$\Psi_n\left(y\right) = C_{1n}\mathrm{ch}\left(m_n y\right) + C_{2n}\mathrm{sh}\left(m_n y\right) - $$
$$-m_n^{-2}\left[\Pi_{cn} + \frac{2\Pi_{yn}}{m_n^2} + \Pi_{yn}\left(y^2 - h^2\right)\right].$$

Из (5) следует $C_{2n} = 0$, а для выполнения (6) необходимо, чтобы $\Psi_n\left(h\right) = 0$ для всех $n$, откуда

$$C_{1n} = \frac{\Pi_n m_n^{-2}}{\mathrm{ch}\left(m_n h\right)},$$

где

$$\Pi_n = \frac{2\Pi_{yn}}{m_n^2} + \Pi_{cn}\ .$$

Таким образом,

$$\Psi_n(y) = \frac{\Pi_n \mathrm{ch}(m_n y)}{m_n^2 \mathrm{ch}(m_n h)} - \frac{1}{m_n^2}\left[\Pi_n + \Pi_{yn}\left(y^2 - h^2\right)\right]. \quad (14)$$

Выражение для $\upsilon_i\ (i = 2,...,N-1)$ получается из системы алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=1}^{N-1} \lambda_{ni}\upsilon_i = \Psi_n, \quad n = 1,...,N-1,$$

решение которой имеет вид:

$$\upsilon_i = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{W_{ni}\Psi_n}{W}, \quad n = 1,...,N-1, \quad (15)$$

где $W$ – определитель системы (14); $W_{ni}$ – алгебраическое дополнение к элементу $\lambda_{ni}$ в определителе W.

Тогда скорость $\upsilon_N$ определяется по (9).

Выражение для объемного расхода составляющих $i$ имеет вид:

$$Q_i = 2\rho_i \int_0^h \upsilon_i dy, \quad (16)$$

откуда, подставляя $\upsilon_i$, получаем

$$Q_i = \frac{2\rho_i}{W} \sum_{i=1}^{N-1} W_{ni} T_n, \quad (17)$$

где

$$T_n = \Pi_n \frac{\mathrm{th}(m_n h)}{m_n^3} - \frac{h}{m_n^2}\left(\Pi_n - \frac{2}{3}h^2\Pi_{yn}\right). \quad (18)$$

Средние величины плотности, скорости и расхода среды в целом определяются соотношениями

$$\rho = \sum_{i=1}^{N} \rho, \ \upsilon = \sum_{i=1}^{N} \frac{\rho_i \upsilon_i}{\rho}, \ Q = \sum_{i=1}^{N} Q_i. \quad (19)$$

Распределение скоростей составляющих зависит от параметра mh. При небольших значениях mh распределение скоростей будет иметь следующий вид:

$$\upsilon_i = \frac{1}{2\mu_i}\left(\frac{\partial p_i}{\partial x} + \rho_i g\right)\left(y^2 - h^2\right). \quad (20)$$

Теперь проанализируем движение сорной частицы сквозь слой мелкодисперсной пыли высотой H. Движение частицы можно рассматривать как процесс случайных столкновений, состоящий из неслучайного движения на параметр $h_Z$ и случайного движения в поперечной плоскости с шагами $h_R$. Если сделать допущение, что $h_Z$ и $h_R$ – константы, то такой процесс описывается уравнением диффузии:

$$h_z \frac{\partial c}{\partial z} - h_R^2 \frac{1}{R}\frac{\partial c}{\partial R} + pc = 0, \quad (21)$$

где p – вероятность столкновения сорной частицы с мелкодисперсным слоем пыли; c – концентрация.

Рассмотрим задачу , в которой находится рассматриваемый пылевой слой.

В этом случае граничными условиями к (21) будут:

$$\begin{aligned} &z = \infty;\ c - \text{ограничено},\\ &z = 0;\quad c = \delta(R), \qquad (22)\\ &R = 0;\quad \frac{\partial c}{\partial R} = 0, \end{aligned}$$

где $\delta(R)$ – функция Дирака.

Решение (21) при условии (22):

$$c(R,z) = \frac{2}{z}c - \left(\frac{h_z R^2}{h_R^2 4z} + pz\right). \quad (23)$$

При $p = 0$ сорные частицы, прошедшие и взаимодействующие с пылевым слоем $(z = H)$, сосредоточены в пространстве, определяемом неравенством

$$\frac{h_z R^2}{h_R^2 4H} \le 1. \qquad (24)$$

Следовательно, сорные частицы распределены в малом пространстве, определяемом конструкцией эллипсовидного отверстия нового устройства

## ВЫВОДЫ

Уравнения, представленные в настоящей работе, дают возможность прогнозировать поведение сорных частиц, движущихся в воздушно-пылевом слое, для устройства нового типа.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Капустин С.Ю.* Усовершенствование технологии в процессе очистки длинноволокнистых материалов на лентоформирующей машине в составе поточной линии ПЛ-1-КЛ: Дис….канд. техн. наук. – Иваново, ИвТИ. 1992.
2. *Струминский В.В.* Общая теория мелкодисперсных сред. – В.кн.: Механика межкомпонентных сред в технологических процессах. – М.: Наука, 1978.
3. *Струминский В.В.* О ламинарном установившемся движении газовых смесей в трубах и каналах // Прикладная математика и механика. – 1975, т. 39, вып.1.



Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 02.10.06.