

ВЛИЯНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ВОЛОКОН НА ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ РАЗРЕЖЕННОГО ВОЛОКНИСТОГО СЛОЯ С УЧЕТОМ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА ИЗЛУЧЕНИЕМ

И.П. КОРНЮХИН, И.В. КОЗЫРЕВ, Л.И. ЖМАКИН

(Московский государственный текстильный университет им А.Н. Косыгина)

Ранее в [1] была получена формула для расчета эффективного коэффициента теплопроводности разреженного волокнистого слоя без учета излучения. Эта формула имеет вид

$$\lambda_{\tau} = \lambda_a + \lambda_f \overline{\xi \cos^3 \alpha}, \quad (1)$$

где λ_a и λ_f – коэффициенты теплопроводности воздуха и материала волокон; $\xi = (1 - \psi)$ – объемная доля твердой фазы; ψ – пористость; $\overline{\cos^3 \alpha}$ – среднее значение косинуса угла ориентации (угла наклона к оси деформации волокнистого слоя). Понятие разреженного слоя предполагает пренебрежимо малое влияние контактов между волокнами на эффективную теплопроводность слоя.

В реальных условиях теплота через волокнистый слой может передаваться помимо теплопроводности еще и излучением. Эффективный коэффициент теплопроводности должен учитывать перенос теплоты обоими механизмами.

В работе [2] отмечалось, что в зависимости от эффективной плотности слоя должен наблюдаться минимум эффективной теплопроводности. Наличие минимума качественно объясняется изменением относительной доли вклада обоих механизмов (теплопроводности и лучистого переноса энергии): с ростом эффективной плотности уменьшается величина потока энергии за счет излучения и возрастает величина потока за счет теплопроводности. Указывается и на влияние анизотропии в расположении волокон на величину эффективной теплопроводности. Однако показатель, характеризующий анизотропию в [2] не введен – отсюда и невозможность теоретического описания эффективной теплопроводности.

Заметим, что эффективная теплопроводность композитного материала не относится к числу физпараметров (см. название диссертации [2]), в отличие от коэффициентов теплопроводности, образующих композит материалов. В [3] наличие минимума эффективной теплопроводности волокнистого слоя с хаотической ориентацией волокон установлено экспериментально.

Ниже предлагается модель, позволяющая описать эффективную теплопроводность слоя в зависимости от объемной доли твердой фазы (волокон) и показателей ориентации. В качестве исходной предпосылки принята аддитивность радиационной плотности потока и плотности потока за счет теплопроводности:

$$q = q_p + q_{\tau}. \quad (2)$$

Рассмотрим плоский волокнистый слой толщиной δ . Его можно рассматривать как плоскую стенку, так что плотность потока теплоты за счет теплопроводности можно представить как

$$q_{\tau} = \frac{\lambda_{\tau}}{\delta} \Delta t, \quad (3)$$

где величина λ_{τ} определена уравнением (1).

В [4] приведено решение, полученное в приближении диффузии излучения в плоском слое серого газа

$$\frac{q_p}{\sigma(T_1^4 - T_2^4)} = \frac{1}{\frac{3}{4}a\delta + \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}, \quad (4)$$

где T_1 и T_2 – абсолютные температуры на границах слоя; ε_1 и ε_2 – значения степени

черноты поверхностей, ограничивающих волокнистый слой; σ – постоянная Стефана – Больцмана; δ – толщина слоя; a – коэффициент ослабления излучения.

Приближенное решение (4) хорошо согласуется с точным решением, полученным численными методами, что отмечено в [4]. Заметим, что серый газ, для которого получено решение (4), является некоторой абстракцией, потому что спектры реальных атомных или молекулярных газов являются соответственно линейчатыми или полосатыми.

Отметим также, что серые тела имеют сплошной спектр, подобный спектру абсолютно черного тела. По своим свойствам волокна близки к свойствам серого тела. Это дает основание рассматривать волокнистый слой как серый газ, что, в свою очередь, позволяет использовать для расчета q_p в слое формулу (4).

Оценим величину коэффициента ослабления излучения a . Известно [5], что для больших по сравнению с длиной волны препятствий, к которым можно отнести волокна – сечение взаимодействия (рассеяния и поглощения) пропорционально величине геометрического сечения.

С учетом этого коэффициент ослабления в слое волокон можно представить как

$$a_\alpha = knS_\alpha, \quad (5)$$

где n – концентрация волокон, число волокон в единице объема слоя; S_α – сечение волокна, наклоненного к оси (направленного потока теплоты под углом α ; k – коэффициент пропорциональности, по порядку величины близкий к 1.

Величину n можно найти из формулы, определяющей эффективную плотность:

$$\rho_s = \frac{M_f}{V}, \quad (6)$$

где M_f – масса волокон в объеме V .

Рассматривая волокно как цилиндр с диаметром d и длиной ℓ_1 , преобразуем выражение (6) к виду

$$\rho_s = \frac{\rho_f \pi d^2 \ell_1 Z}{4V} \equiv \rho_f \frac{\pi d^2}{4} \ell_1 n. \quad (7)$$

Сечение волокна, наклоненного под углом α к оси, равно

$$S_\alpha = \pi d \ell_1 \sin \alpha. \quad (8)$$

Используя найденное значение S_α и определяя величину n из формулы (7), представим коэффициент ослабления (5) волокнами, наклоненными под углом α , в виде

$$a_\alpha = k\xi \frac{4}{d} \sin \alpha, \quad (9)$$

где учтено, что объемная доля твердой фазы равна

$$\xi = \frac{\rho_s}{\rho_f}.$$

Проведем осреднение формулы (9) по всем возможным ориентациям. Тогда

$$a = 4k\xi \overline{\frac{\sin \alpha}{d}}. \quad (10)$$

Для получения среднего значения функции от угла ориентации α использовалась плотность углового распределения волокон по длинам $\ell(\alpha)$, более подробно описанная в [1] и полученная теоретически в [6]. При этом

$$\overline{\sin \alpha} = 2 \int_0^{\pi/2} \sin \alpha \ell(\alpha) d\alpha. \quad (11)$$

Вычисление интеграла в соответствии с формулой (11) приведет к эллиптическим интегралам 1, 2, и 3-го рода. Последние, насколько известно, не табулированы, в связи с чем значение $\overline{\sin \alpha}$ определялось численным интегрированием.

Преобразуем формулу (4), представив разность четырех степеней температуры как

$$T_1^4 - T_2^4 \approx \Delta t 4\bar{T}^3, \quad (12)$$

где \bar{T} – среднее арифметическое значение абсолютной температуры.

Формула (4) после подстановки в нее уравнений (10) и (12) преобразуется к виду

$$q_p = \frac{\Delta t 4\sigma \bar{T}^3}{3k\xi \frac{\sin \alpha}{d} \delta + \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \quad (13)$$

В соответствии с формулой (3) величина эффективного коэффициента теплопроводности λ_T равна

$$\lambda_T = \frac{q_p \delta}{\Delta t}.$$

Аналогичным образом можно определить и радиационную составляющую коэффициента теплопроводности, что на основании формулы (13) дает

$$\lambda_p = \frac{q_p \delta}{\Delta t} \equiv \frac{4\sigma \bar{T}^3 \delta}{3k\xi \delta \frac{\sin \alpha}{d} + \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \quad (14)$$

Умножая левую и правую части уравнения (2) на $\frac{\delta}{\Delta t}$, найдем эффективную теплопроводность волокнистого слоя с учетом излучения:

$$\lambda = \lambda_T + \lambda_p. \quad (15)$$

Подставив (1) и (14) в формулу (15), получим

$$\lambda = \lambda_a + \Lambda \xi + \frac{\Gamma}{3N\xi + E}, \quad (16)$$

где обозначено

$$\Lambda = \lambda_f \cos^3 \alpha; \quad (17)$$

$$\Gamma = 4\delta\sigma \bar{T}^3; \quad (18)$$

$$E = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1; \quad (19)$$

$$H = k \frac{\delta \sin \alpha}{d}. \quad (20)$$

Для определения коэффициента пропорциональности k в формуле (20) можно использовать точку положения минимума ξ_0 экспериментальной зависимости $\lambda(\xi)$. Для этого привлекались результаты экспериментов [3] для хаотических слоев асбестового волокна, волокон капока (растительного пуха) и джута.

Используя условие минимума $d\lambda/d\xi = 0$ функции $\lambda(\xi)$, определяемой уравнением (16), найдем

$$H = \frac{\frac{\Gamma}{\Lambda} - 2\xi_0 E + \sqrt{\left(\frac{\Gamma}{\Lambda}\right)^2 - 4\frac{\Gamma}{\Lambda}\xi_0 E}}{6\xi_0^2}.$$

После расчета значения H при известном положении минимума ξ_0 найдем по уравнению (20) значение коэффициента пропорциональности k .

Как и ожидалось, значения коэффициента пропорциональности k по порядку величины близки к 1 – для джутовых волокон оно меньше 1, а для асбеста и капока – несколько больше 1.

Для сопоставления с экспериментом необходимо знать величину коэффициента теплопроводности волокон λ_f . Однако в литературе таких данных нет. Поэтому величина коэффициента теплопроводности λ_f уточнялась по величине функции $\lambda(\xi_0)$ в точке минимума. При этом для асбеста, в состав которого входят окислы кремния и магния, получено значение $\lambda_f = 1,4 \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$. Это значение по порядку величины близко к коэффициенту теплопроводности стекла, основой которого является окись кремния.

Для джута и капока получены значения $\lambda_f = 0,15 \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$ и $\lambda_f = 0,42 \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$, которые близки по порядку величины к коэффициенту теплопроводности сосны.

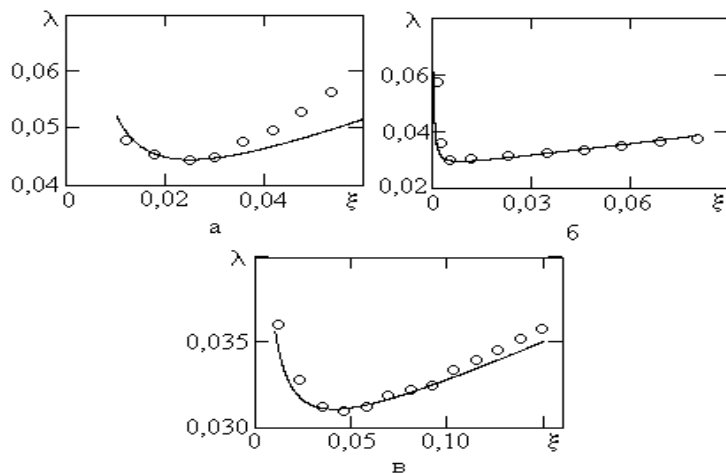


Рис. 1

Результаты сопоставления полученной зависимости, представленной уравнениями (16)...(20) для слоев из трех указанных типов волокон, изображены на рис. 1-а и в (соответственно для асбеста, капока и джута; величина λ представлена в единицах СИ).

Точки на графиках снимались по кривым, представленным в [3], сплошная линия на этих графиках построена по уравнениям (16)...(20).

Для всех трех графиков характерно хорошее согласование теоретических и экспериментальных значений при относительно малых значениях доли твердой фазы ξ . При этом для асбеста отклонения расчета от эксперимента начинаются при $\xi > 0,03$, а для джута – при $\xi > 0,08$. При таких значениях ξ теория дает заниженные значения.

Напомним, что подход к расчету эффективной теплопроводности слоя волокон в [1] строился в предположении, что слой разрежен и контактами между волокнами, обуславливающими проявление "тепловых мостиков", можно пренебречь.

Более высокие экспериментальные значения по сравнению с теоретическими и обусловлены, по-видимому, тем, что в рассматриваемой области значений ξ влияние "тепловых мостиков" становится существенным. Кроме того, у асбеста в местах контакта волокон могут содержаться мелкие включения, которые увеличивают эффективную проводимость слоя.

Таким образом, в той области, где выполняются предпосылки, положенные в основу рассматриваемого подхода, расчет удовлетворительно согласуется с экспериментом. Ход кривых на графиках рис. 1 объясняется влиянием двух конкурирующих механизмов – переноса теплоты излучением и собственно теплопроводностью.

В области малых значений ξ преобладает перенос теплоты излучением, причем, по-видимому, существенный вклад дает сквозное, нерассеянное и непоглощенное (с последующим испусканием) излучение. В области больших значений ξ с ростом концентрации твердой фазы большой вклад в эффективную теплопроводность вносит непосредственно составляющая, обусловленная теплопроводностью твердой фазы.

С ростом величины ξ влияние вклада первого из перечисленных механизмов убывает, а второго – растет. Этим наложением двух конкурирующих механизмов и объясняется наличие минимума на кривой $\lambda(\xi)$.

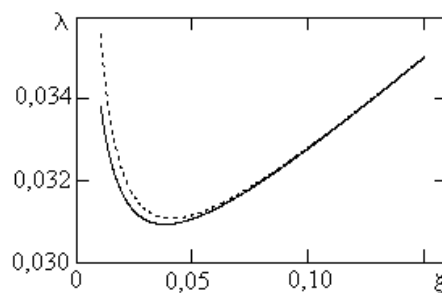


Рис. 2

Полученная зависимость использована для анализа влияния параметров системы на величину эффективного коэффициента теплопроводности. Графики рис. 2 иллюстрируют зависимость λ от величины объемной доли твердой фазы при двух значениях толщины образца (пунктирная линия относится к толщине $\delta = 5$ мм, а сплошная построена при $\delta = 200$ мм). Обе кривые отличаются незначительно, несмотря на существенное изменение величины δ .

На первый взгляд, этот результат представляется парадоксальным, если, в частности, воспользоваться аналогией со световым моделированием: чем толще волокнистый образец, тем меньше его прозрачность. Но возможность использования такой аналогии кажущаяся: волокна, поглощая свет, не излучают его. В то же время волокна, поглощая тепловое инфракрасное излучение, и сами излучают в том же диапазоне длин волн. Так что слабая зависимость эффективной теплопроводности от толщины слоя объясняется переизлучением волокон.

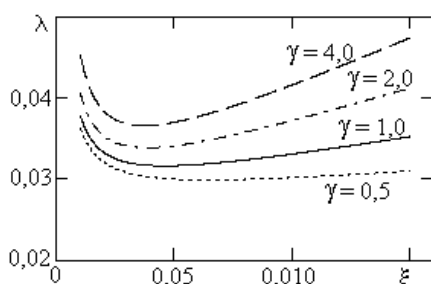


Рис. 3

Все предыдущие графики построены при значении параметра ориентации $\gamma = 1$, что характерно для полностью хаотического состояния. На рис. 3 представлены графики зависимости эффективного коэффициента теплопроводности от доли твердой фазы при различных значениях параметра ориентации. Графики показывают, что с ростом параметра ориентации γ эффективный коэффициент теплопроводности растет во всем диапазоне изменения ξ и γ .

Такой характер влияния параметра ориентации связан с тем, что при увеличении γ все больше участков волокон выстраивается в направлении, параллельном

направлению вектора плотности потока теплоты. При этом увеличивается просветность волокнистого слоя и растет доля сквозного излучения.

В то же время влияние роста γ приводит к тому, что благодаря такой переориентации растет кондуктивная составляющая. Таким образом, обе составляющие потока теплоты, определяющие величину эффективного коэффициента теплопроводности, растут с увеличением γ , что и отражается на графиках рис. 3.

ВЫВОДЫ

Итак, в работе теоретически получено согласующееся с опытными данными выражение для эффективной (с учетом переноса теплоты излучением) теплопроводности разреженного волокнистого слоя.

Предложенная расчетная формула учитывает влияние ориентации волокон в разреженном волокнистом слое на величину эффективной теплопроводности. Учет двух конкурирующих механизмов переноса теплоты объясняет существование минимума эффективной теплопроводности как функции эффективной плотности слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корнюхин И.П., Козырев И.В., Жмакин Л.И. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, №6. С.114...117.
2. Божков Н.А. Разработка методов расчета теплофизических и оптических свойств и тепловых режимов волокнистых материалов тепловой защиты летательных аппаратов: Дис...канд. техн. наук. – МАИ, 1990.
3. Fink J.L. // Chem. Engineering. v.31, №7, 1939.
4. Зигель Р., Хауелл Дж. Теплопроводность излучением. – М.: Мир, 1975.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973.
6. Kornnoohin I.P., Kornnoohina T.A. Fibers configuration and orientation measured by light scattering method. Theoretical treatment. // Research Journal of Textile and Apparel (Hong Kong). – V.6, №2, 2002.

Рекомендована кафедрой промышленной теплоэнергетики. Поступила 10.08.06.