

УДК 677.017

**ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАКОПЛЕНИЯ
ОСТАТОЧНОЙ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ
ТЕКСТИЛЬНЫХ НИТЕЙ**

А.А. КУЗНЕЦОВ

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Разрушение текстильной нити при проведении испытания на многократное растяжение происходит при достижении остаточной циклической деформации $\varepsilon_{o.ц}$ некоторого критического значения $\varepsilon_{кр}$. В этом случае интегральную функцию распределения нестационарного процесса Пуассона, характеризующую вероятность того, что одно событие произойдет до времени t , можно записать [1]:

$$\frac{\varepsilon_{o.ц}(t) - \varepsilon_0}{\varepsilon_{кр} - \varepsilon_0} = F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{b}\right)^c\right], \quad (1)$$

где ε_0 – относительное удлинение нити, вызванное действием статической нагрузки, %.

Поскольку время нагружения t пропорционально числу циклов n , то модель (1) можно представить в следующем виде:

$$\frac{\varepsilon_{o.ц}(n) - \varepsilon_0}{\varepsilon_{кр} - \varepsilon_0} = F(n) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{n}{b}\right)^c\right], \quad (2)$$

где $F(n)$ – интегральная функция распределения, характеризующая вероятность того, что усталостное разрушение текстильной нити произойдет до числа циклов n .

Введя обозначение $\frac{1}{b^c} = M^c$, математическую модель (2) можно переписать в виде:

$$\frac{\varepsilon_{o.ц}(n) - \varepsilon_0}{\varepsilon_{кр} - \varepsilon_0} = 1 - \exp\left[-M^c n^c\right],$$

или

$$\varepsilon_{o.ц}(n) = \varepsilon_{кр} - (\varepsilon_{кр} - \varepsilon_0) \exp\left[-M^c n^c\right]. \quad (3)$$

Для определения физического смысла параметра M модели (3) предположим, что существует такое число циклов нагружения n_{cp} , при котором текущее значение остаточной циклической деформации нити численно равно среднему арифметическому значению параметров ε_0 и $\varepsilon_{кр}$ модели (1):

$$\varepsilon_{o.ц}(n_{cp}) = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 + \varepsilon_{кр}). \quad (4)$$

Тогда, подставив соотношение (4) в модель (3), получим

$$\frac{1}{2}(\varepsilon_{кр} + \varepsilon_0) = \varepsilon_{кр} - (\varepsilon_{кр} - \varepsilon_0) \exp\left[-M^c n_{cp}^c\right]. \quad (5)$$

После преобразований модель (5) приводится к виду:

$$\frac{1}{2} = \exp\left[-M^c n_{cp}^c\right] \Rightarrow M^c = \frac{\ln 2}{n_{cp}^c}. \quad (6)$$

Следовательно, параметр модели M в данном случае определяет количество циклов нагружения $n_{ср}$, необходимое для выполнения условия (4).

Подставив соотношение (6) в модель (3) и обозначив $m=n/n_{ср}$, получим

$$\varepsilon_{о.ц}(m) = \varepsilon_{кр} - (\varepsilon_{кр} - \varepsilon_0) \exp[-Gm^c], \quad (7)$$

где m – безразмерное число циклов нагружения текстильной нити при проведении усталостного испытания; G – постоянная модели, имеющая значение $G=\ln 2=0,693$.

Обозначив $Z(m) = \frac{\varepsilon_{о.ц}(m)}{\varepsilon_p}$; $Z_0 = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_p}$,

математическая модель (7) может быть представлена в безразмерной форме:

$$Z(m) = 1 - (1 - Z_0) \exp[-Gm^c], \quad (8)$$

где Z_0 – параметр модели, определяющий долю деформации относительно критической, вызываемой действием статической нагрузки; $Z(m)$ – параметр модели, характеризующий долю накопившейся остаточной циклической деформации после m циклов нагружения относительно критического удлинения.

Представление математической модели

(3) в безразмерной форме (8) позволяет заменить семейство моделей, обладающих различными значениями темпового показателя M .

С целью проверки правомочности предположений, которые были допущены при построении математических моделей, а также проверки их адекватности результатам эксперимента был проведен комплекс экспериментальных исследований процесса накопления остаточной циклической деформации для текстильных нитей различного сырьевого состава при различных значениях заданной циклической деформации $\varepsilon_{з.ц}$. Численные параметры математических моделей оценивались с использованием статистического пакета "Statistika for Windows". Проверка адекватности предложенных математических моделей производилась на основании критерия Фишера (для всех моделей наблюдаемое значение критерия меньше критического), что указывает на адекватность предложенных математических моделей результатам эксперимента с доверительной вероятностью 0,95.

Некоторые результаты математического моделирования процесса накопления остаточной циклической деформации представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Наименование исследуемых образцов нитей	$\varepsilon_{з.ц}$, %	Средние значения параметров математических моделей (3), (8)					
		ε_0 , %	$\varepsilon_{кр}$, %	Z_0	M , цикл ⁻¹	$n_{ср}$, цикл	c
Хлопчатобумажная пряжа 200 текс	1,6	2,85	7,57	0,38	0,0005	1026	0,54
	2,0	2,93	7,25	0,40	0,0032	168	0,59
	2,4	2,92	7,33	0,40	0,0269	26	1,03
Шерстяная пряжа 240 текс	0,8	1,13	7,1	0,16	0,0003	1635	0,55
	1,2	0,97	6,48	0,15	0,0032	197	0,79
	1,6	0,83	7,17	0,12	0,0088	78	0,98
Нитроновая пряжа 100 текс	1,0	1,61	14,68	0,11	0,0003	1674	0,50
	2,0	1,56	14,52	0,11	0,0292	19	0,62
	3,0	1,58	14,89	0,11	0,6375	1	0,81
Смешанная пряжа 52 текс (лен– 50%, полиэфир–50%)	1,0	2,72	15,58	0,17	0,0001	1838	0,23
	2,0	2,74	16,23	0,17	0,0425	16	0,95
	3,0	2,90	17,21	0,17	0,7122	1	1,08

При проведении математического моделирования установлено, что численное зна-

чение параметра $\varepsilon_{кр}$ моделей (3) для всех исследуемых образцов нитей не зависит от ус-

ловий проведения испытания, а определяется их физико-механическими свойствами.

Сравнительный анализ численных значений критической остаточной циклической деформации $\varepsilon_{кр}$ и относительного разрывного удлинения ε_r указывает на то, что для всех исследуемых образцов нитей данные показатели являются соизмеримыми. Следовательно, при проведении дальнейших исследований по разработке экспресс-методов прогнозирования выносливости текстильных нитей при испытании на многократное растяжение правомочно допущение $\varepsilon_{кр} = \varepsilon_r$.

Численное значение параметра ε_0 модели (3) при изменении заданной циклической деформации практически не изменяется, что свидетельствует о том, что данный параметр действительно определяется механическими свойствами исследуемой нити и значением груза статической нагрузки.

Экспериментально установлен закономерный характер изменения параметра $n_{ср}$ и темпа нарастания остаточной циклической деформации M при увеличении заданной циклической деформации.

Несомненный интерес, с точки зрения автора, вызывает диапазон изменения параметра с математических моделей (3) и (8). Для всех исследуемых образцов тек-

стильных нитей при значительных заданных циклических деформациях численные значения параметра с практически одинаковы и стремятся к 1. Данный факт указывает на стационарность рассматриваемого процесса накопления остаточной циклической деформации при значительных заданных циклических деформациях.

ВЫВОДЫ

В результате анализа закономерностей изменения механических свойств текстильных нитей в процессе испытания на многократное растяжение разработаны математические модели взаимосвязи остаточного циклического удлинения нитей и количества циклов нагружения, применение которых позволит осуществить экспресс-прогноз показателей усталостных свойств текстильных нитей с разработкой соответствующей методики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов А.А., Ольшанский В.И. Оценка и прогнозирование механических свойств текстильных нитей. – Витебск: ВГТУ, 2004.

Рекомендована кафедрой текстильного материаловедения. Поступила 31.05.06.