УДК 677.024

О ДЕФОРМАЦИИ ОСНОВНЫХ НИТЕЙ НА СКАЛЕ И ДУГЕ ЕЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

О.А. САВВИН

(Костромской государственный технологический университет)

При изменении натяжения нитей основы в заправке ткацкого станка меняет свою деформацию и часть их, расположенная на скале, что вызывает изменение коэффициентов жесткости ветвей основы, расположенных вблизи скала.

Покажем, что учесть аналитическим способом влияние нитей основы на скале на натяжение отдельных ее участков практически невозможно. Для этого подробно рассмотрим процессы, происходящие в нитях основы на скале, и укажем приемлемый способ оценки их влияния на натяжение основы до скала и после него.

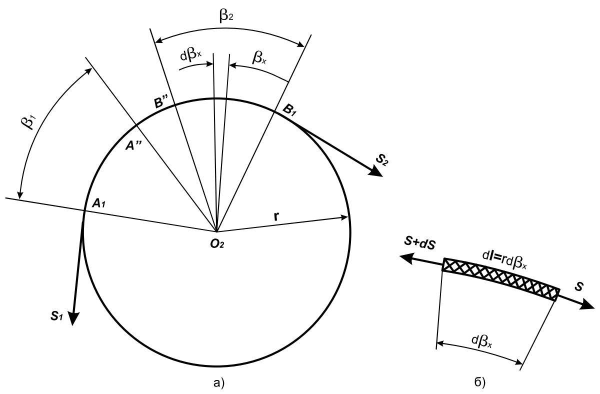

Рис. 1

Пусть в начальный момент натяжение основы на всей дуге охвата ею скала одинаково и равно S_0. Таким образом, $S_1=S_2=S_0$. Предположим, что натяжение S_2 начинает увеличиваться. В этом случае на скале появится дуга распространения деформации B_1B'', величина которой определится переменным углом β_2 (рис. 1-а). Выделим на этой дуге элементарный участок основы длиной $d\ell$ (рис. 1-б), положение и величина которого определяются соответственно углами β_x и $d\beta_x$.

Деформация выделенного элемента будет:

$$d\delta=S/(K_0/rd\beta_x), \qquad (1)$$

где S – натяжение основы в сечении, определяемом углом β_x; K_0 – коэффициент жесткости одного метра основы; $rd\beta_x=d\ell$ – длина выделенного элемента основы; r – радиус скала в метрах.

Поскольку натяжение S_2 возрастает, то

$$S=S_2\exp(-f\beta_x), \qquad (2)$$

где f – коэффициент трения нитей основы о скало.

Подставляя зависимость (2) в формулу (1) и интегрируя при изменении β_x от нуля до β_2, получим для случая, когда K_0=const:

$$\delta=S_2r[\,1-\exp(-f\beta_2)]/fK_0. \qquad (3)$$

Эта зависимость впервые была получена В.А. Гордеевым [1].

Если S_2 уменьшается, то вместо зависимости (3) получим

$$\delta=S_2r[\,\exp(f\beta_2)-1]/fK_0. \qquad (4)$$

Дуга распространения деформации является переменной. Угол β_2 определяется ближайшей к точке B_1 неподвижной относительно скала точкой B" или положением элемента $d\beta_x$, для которого натяжение справа и слева от него равны с точностью до бесконечно малых второго порядка.

В нашем частном случае угол β_2 находится из соотношения

$$S_2\exp(-f\beta_2)=S_0,$$

откуда

$$\beta_2=(1/f)\ln(S_2/S_0). \qquad (5)$$

Если S_2 убывает, то

$$\beta_2=(1/f)\ln(S_0/S_2). \qquad (6)$$

Все вышеизложенное относится и ко второй ветви основы, огибающей скало. Для нее на рис. 1 приняты следующие обозначения: S_1 – ее натяжение; A_1 – точка касания ветвью поверхности скала; A" – точка, определяющая дугу скольжения; β_1 – угол распространения деформации.

На основании выражения (3) находим приращение деформации при изменении натяжения S_2 на величину dS_2, учитывая, что изменился и угол β_2:

$$d\delta=dS_2r[1-\exp(-f\beta_2)]/fK_0+ \\ +S_2rd\beta_2\exp(-f\beta_2)/K_0. \qquad (7)$$

Рассмотрим второе слагаемое правой части формулы (7). Оно представляет собой деформацию той части основы, которая в предыдущий момент находилась на дуге покоя и перешла, не деформируясь, на дугу скольжения. На основании этого заключаем, что $d\delta_s$ – изменение деформации за счет приращения натяжения S_2 на dS_2 – определяется только первым слагаемым формулы (7).

Таким образом:

$$d\delta_x=(\partial\delta/\partial S_2)dS_2, \qquad (8)$$

где δ определяется соотношением (3) или (4), в зависимости от характера изменения натяжения S_2.

Изменение углов распространения деформации β_1 и β_2, в зависимости от натяжений S_1 и S_2, хорошо изложено в статье Е.Д. Ефремова [2]. Основываясь на этой работе, мы остановимся на некоторых особенностях рассматриваемой системы, не акцентированных у Е.Д. Ефремова, и покажем, что задача об определении углов β_1 и β_2 в общем случае не может быть решена чисто аналитическим методом, поскольку решение не является однозначным, то есть одному значению натяжения S_2 может соответствовать несколько значений β_2. Поясним это на примере.

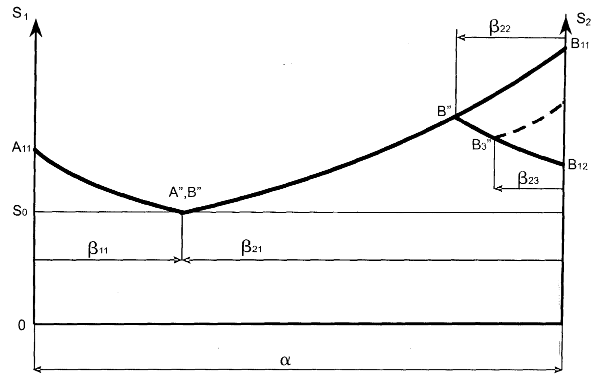

Рис. 2

Рассмотрим зависимость S-натяжения основы на скале от β_x – угла, отсчитываемого от прямой O_2B_1 на рисунке 1-а. Пусть в начальный момент натяжение на всем угле α – охвата нитями основы скала было, как мы и считали, одинаковым (тонкая горизонтальная линия на рис. 2).

Будем считать, что затем натяжения S_1 и S_2 начинают расти (первый период нагружения). В этот период углы распространения деформации β_{11} и β_{21} плавно увеличиваются, а дуга покоя A"B" уменьшается и может перейти в точку покоя (точки A" и B" на рис. 2 совпадают). Второй индекс у какой-либо величины показывает, к какому периоду нагружения она относится.

Укажем, что при дальнейшем увеличении натяжений ветвей основы точка покоя может изменять свое положение относительно скала, что зависит от соотношения между этими натяжениями.

Пусть с момента возникновения точки покоя начинается второй этап нагружения. Рассмотрим случай, когда натяжение S_1 остается постоянным, а натяжение S_2 уменьшается. В первый момент этого этапа угол распространения деформации β_2 мгновенно уменьшается от значения β_{21} (см. рис. 2) – до нуля, затем начинает увеличиваться.

На рис. 2 углы распространения деформации, кроме β_{23}, показаны в момент окончания соответствующего этапа нагружения.

Пусть в момент, когда угол распространения деформации β_2 достигает значения β_{22}, показанного на рис. 2, натяжение

S_2 достигает минимума и начинает увеличиваться (третий этап нагружения).

В момент начала третьего этапа угол β_2 скачкообразно уменьшается до нуля, а затем начинает увеличиваться. В некоторый момент угол β_{23} становится равным углу β_{22}, показанному на рис. 2. Если натяжение S_2 продолжает увеличиваться, то в этот момент угол распространения деформации скачкообразно увеличивается до значения β_{21} (рис.2) и при дальнейшем росте S_2 продолжает увеличиваться. Напомним: мы считали, что во все периоды нагружения, кроме первого, натяжение S_1 не меняется.

Из рассмотренного примера видно, что дуга распространения деформации зависит от характера распределения натяжения основных нитей на дуге охвата ими скала. Это распределение определяется натяжением нитей, которое они испытывали в предыдущие моменты времени.

При некоторых значениях натяжения S_2 угол распространения деформации может мгновенно меняться на конечную величину. Об этом явлении указывалось в [3]. Установить при помощи аналитических методов моменты, когда происходит скачкообразное увеличение дуги скольжения практически невозможно. Однако в моменты, когда скорость изменения натяжения (dS_i/dt, где $i=1,2$) меняет знак, соответствующий угол распространения деформации мгновенно уменьшается от некоторого значения до нуля.

Упрощающим фактором является то, что на дуге скольжения натяжение нитей меняется по экспоненциальной зависимости. В этом случае при постоянном K_0 деформация на данной дуге определяется формулами (3) или (4), в зависимости от знака dS/dt.

Из приведенного примера видно, что величина дуги распространения деформации на скале зависит не только от величин натяжения ветвей основы, огибающих скало, но также и от закона распределения натяжения нитей основы на скале, то есть зависит от того, какие воздействия испытывали нити в предыдущие моменты.

Кроме того, если учесть, как предлагает В.А. Гордеев, что коэффициент жесткости основных нитей является переменной величиной, зависящей от натяжения, то величина деформации нитей основы на дуге скольжения не будет подчиняться зависимостям (3) и (4).

Конечный вид формул для определения величины деформации основных нитей на скале и сложности при их получении будут зависеть от выражений, при помощи которых будет описываться коэффициент жесткости.

Учитывая все вышеизложенное, можно видеть, что вопрос о распределении деформаций и натяжений нитей основы на скале представляет собой задачу, решение которой аналитическими методами сопряжено с огромными сложностями.

При исследовании движения скальной системы мы имеем дело с нелинейными дифференциальными уравнениями, общих аналитических методов решения которых не существует. Поэтому для их решения целесообразно использовать численные методы, при которых определяют изменение параметров движения системы в течение малого промежутка времени. Оценить влияние скала на натяжение ветвей основы, его огибающих, можно двумя способами.

1. Создав и описав математически схему, позволяющую решить задачу численными методами. Подобная модель предложена в работе [3]. Этот метод позволит получить сколь угодно точное решение задачи.

2. Вводя упрощающие допущения, позволяющие решить задачу приближенно. В этом случае необходим анализ получаемых погрешностей. Второй метод, на наш взгляд, является более целесообразным.

В Ы В О Д Ы

1. В том случае, когда отсутствует скольжение нитей по всей поверхности скала при изменении натяжения ветвей основы, его огибающих, возникают дуги скольжения или дуги распространения деформации, на которых нити основы движутся относительно скала.

2.Дуги распространения деформаций нитей основы на скале зависят от натяжения ветвей основы, огибающих скало, и от того, какие натяжения испытывали нити на скале в предыдущие моменты времени.

3. При определенных условиях угол распространения деформации может мгновенно изменяться на конечную величину.

4. Изменение натяжения нитей основы вызывает изменение дуги распространения деформации, однако натяжения какой-либо ветви основы определяются так же, как и при неизменном угле распространения деформации.

5. Решить аналитически задачу о влиянии нитей основы на скале на натяжение ветвей основы, его огибающих, практически невозможно. Решение возможно только численным методом с использованием модели, имитирующей поведение нитей основы на скале.

Для приближенного решения этой задачи целесообразно использовать упрощающие допущения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гордеев В.А.* Динамика механизмов отпуска и натяжения основы. –М.: Легкая индустрия, 1965.
2. *Ефремов Е.Д.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1985, №1. С.46…48.
3. *Саввин О.А.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1988, №6. С.52…55.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин. Поступила 28.01.07.