

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ, ЦЕНТРА МАССЫ, МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ МАШИН И АППАРАТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

*В.С. НИКОЛАЕВ, В.В. ВОЛКОВ*

(Пензенская государственная технологическая академия)

Теоретическое определение массы изделий (машин и аппаратов технологического оборудования), их центра тяжести – кропотливая и емкая задача. Возможные погрешности при расчетах могут возникать из-за сложности учета ряда факторов и принятия некоторых допущений, а также влияния точности изготовления деталей и элементов конструкции. В силу этого экспериментальное определение названных параметров является уточнением и подтверждением теоретических расчетов.

ГОСТ 12.1.012–72. Вибрация. Общие требования безопасности ставит целью определение параметров вибрации ВХ-2 стационарного оборудования. К таким параметрам относятся:

- масса изделия (машины);
- координаты центра масс изделия;
- моменты инерции относительно центральных осей.

Одним из возможных и простых способов определения названных параметров является метод взвешивания изделия, установленного на силоизмерительные элементы [1] и [2].

Рассмотрим основные требования и правила, необходимые при проведении экспериментальной работы.

1. При условии, что масса изделия состоит из подвижных и неподвижных (несущая конструкция) частей, где масса неподвижных частей в основных случаях велика по сравнению с движущимися массами. Кроме того, по отношению к основанию принимаем изделие как твердое тело.

2. В соответствии с конструкторской схемой установки изделия на фундамент (пол, основание) определяют и назначают

опорные измерительные точки. Желательно принять три опорных места, обеспечивающих устойчивость изделия.

3. Горизонтальные координаты принимать, используя конструктивные особенности изделия. Необходимо, чтобы одна из координатных осей проходила через шарнирные точки двух силоизмерительных элементов, а третья шарнирная точка пересекалась горизонтальной координатной плоскостью. Положение координат должно быть привязано к базовым плоскостям несущей конструкции изделия.

4. Жесткость фундамента должна обеспечивать устойчивость изделия в горизонтальной плоскости, исключать его осадку и прочие сдвиги при проведении эксперимента.

5. Силоизмерительный элемент должен иметь линейную характеристику и при достаточно большой жесткости должен быть чувствительным в диапазоне измеряемых весовых нагрузок. Его жесткость должна обеспечивать устойчивость изделия. Он должен достоверно выделять вертикальную реакцию весовой нагрузки. В целях повышения точности измерения нагрузок допускается использовать трехкомпонентные силоизмерительные элементы [1], [3] регистрирующие горизонтальные составляющие, которые могут возникнуть при неточной установке их на основании.

6. Ввиду относительной малости места крепления изделия с основанием его можно считать точечным. Сопряжение силоизмерительного элемента с фундаментом должно быть достаточно жестким.

7. Сопряжение силоизмерительного элемента с изделием должно быть выпол-

нено в виде сферических шарниров. Данное условие обеспечит устойчивое положение изделия и исключит образование горизонтальных реакций, которые могут возникать в результате деформаций и различных перекосов, а также при подъеме изделия.

8. Принимаем, что элементарные массы испытываемого изделия проецируются на горизонтальный контур координатной плоскости, поскольку рассматриваемая система находится у поверхности земли.

Особое значение при решении задач динамики изделий имеет геометрический центр масс  $C$  системы, положение которого определяется радиус-вектором. Исходя из общепринятой схемы положения координат  $OXYZ$  геометрическую величину радиус-вектора можно выразить формулой

$$r_c = \sqrt{X_c^2 + Y_c^2 + Z_c^2},$$

где  $X_c, Y_c, Z_c$  – координаты центра масс относительно центра (полюса)  $O$ .

Также известно, что величина радиуса вектора имеет вид:

$$r_c = \frac{\sum m_k r_k}{M},$$

где  $M$  – масса изделия;  $M = \sum m_k$  – как сумма масс всех частей;  $m_k$  – масса элементарной части изделия;  $r_k$  – радиус-вектор, характеризующий положение масс элементарных частей относительно центра  $O$ .

Тогда формулы координат центра масс изделия при проектировании  $r_c$  на оси координат будут иметь вид:

$$X_c = \frac{\sum m_k X_k}{\sum m_k}, \quad Y_c = \frac{\sum m_k Y_k}{\sum m_k},$$

$$Z_c = \frac{\sum m_k Z_k}{\sum m_k},$$

где  $\sum m_k X_k; \sum m_k Y_k; \sum m_k Z_k$  – статические моменты масс частей изделия относительно плоскостей  $YOZ, XOZ, XOY$ ;  $X_k, Y_k, Z_k$  – координаты положения частей элементарных масс относительно центра  $O$ .

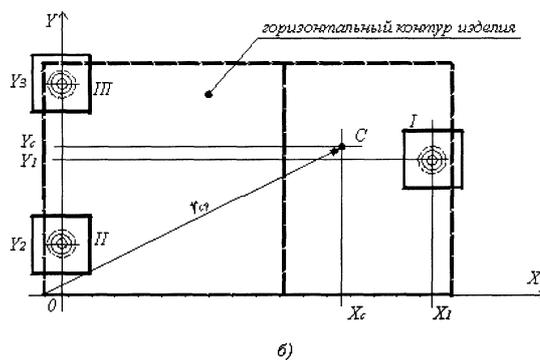
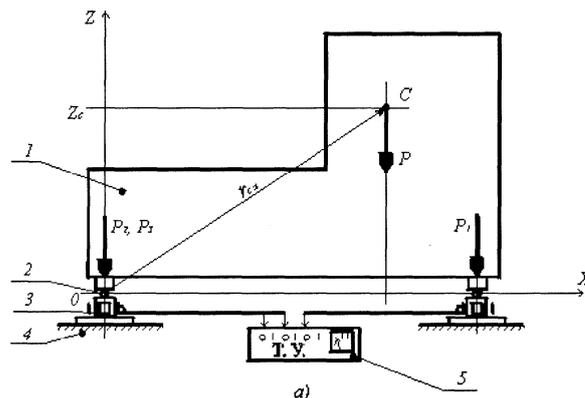


Рис. 1

Рассмотрим экспериментальный метод определения массы и центра масс. Изделие 1 устанавливается на основании 4 через силоизмерительные элементы 3 с шарнирным сопряжением (рис. 1-а – структурная схема сопряжения силоизмерителей с изделием). Электрические тензоизмерительные схемы силоизмерительных элементов подключаются к тензометрическому усилителю 5 (ТУ), который оснащен регистрирующим прибором.

Для упрощения и наглядности в дальнейших рассуждениях рассматриваемого примера нами принята трехопорная схема установки силоизмерительных элементов. Положение пространственной системы координат с привязкой к контуру изделия показано на рис. 1-а и б, где  $r_c^{zx}$  и  $r_c^{xy}$  – соответственно проекции радиус-вектора  $r_c$  на плоскости  $XOZ$ ,  $XOY$ .

Из условия расположения изделия у поверхности земли, а также распределения его массы по точкам опоры 1, 2 и 3 на плоскости  $XOY$  имеем величину проекции  $r_c^{xy}$ :

$$r_c^{xy} = \frac{\sum m_i r_i^{xy}}{M},$$

где  $r_i^{xy}$  – проекция радиус-вектора части массы  $m_i$  изделия, приходящейся на  $i=1, \dots, n$  точку опоры.

Умножим числитель и знаменатель на ускорение силы тяжести  $g$ :

$$r_c^{xy} = \frac{\sum m_i g r_i^{xy}}{Mg},$$

и заменим  $m_i g$  и  $Mg$  на весовые параметры  $P_i$  и  $P$ , тогда:

$$r_c = \frac{\sum P_i r_i}{P},$$

где  $P_i$  – весовой параметр в  $i$ -й точке горизонтального контура изделия;  $P$  – вес изделия:  $P = \sum_{i=1}^n P_i$ .

В этом случае горизонтальные координаты центра тяжести примут вид

$$X_c = \frac{\sum P_i X_i}{P}, \quad Y_c = \frac{\sum P_i Y_i}{P},$$

где  $X_i, Y_i$  – координаты опорных точек изделия относительно выбранной системы координат  $OXYZ$ .

Осуществив измерение опорных реакций в величинах веса, проведем вычисление горизонтальных координат центра тяжести по вышеприведенным формулам.

Из рассмотренного следует, что установка изделия на силоизмерительные элементы позволяет определить как массу (вес), так и положение координаты центра масс (центра тяжести) в горизонтальном контуре изделия. Однако остается нерешенной задача по определению  $r_c^{zx}$  на плоскости  $ZOX$  или вертикальной координаты  $Z_c$ .

Исследуем поведение центра масс изделия в случае изменения его положения относительно поверхности земли. Рассмотрим геометрическую интерпретацию изделия.

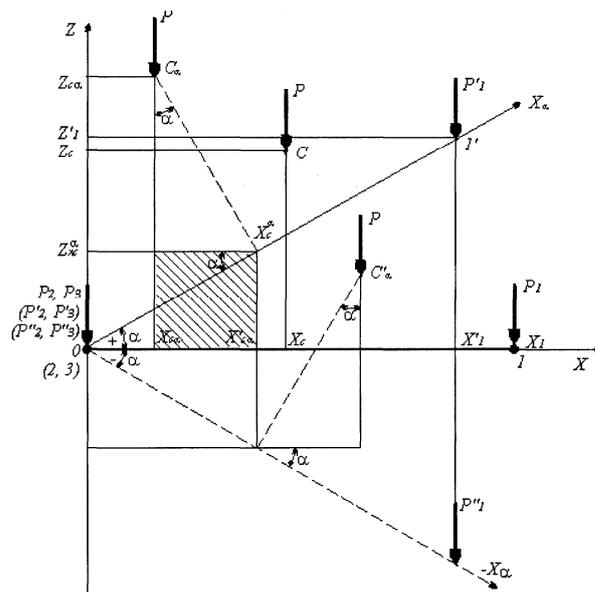


Рис. 2

На рис.2 представлена плоскость координат  $XOZ$ , на которой линия  $OX_1$  соответствует принятому горизонтальному контуру изделия. Центр тяжести  $C$  имеет координаты  $Z_c$  и  $X_c$ . Горизонтальная ось  $OY$  (на рисунке не показана) проецируется



Изменения опорной реакции  $P_1$  следует принимать в пределах 7...10%, что вполне достаточно при проведении работ на текстильном оборудовании.

Проводим измерение реакции в точке 1, которая выразится значением  $P'_1$ , и по вышеприведенной формуле вычисляем вертикальную координату.

Погрешность измерений определится следующим выражением:

$$\nu P = \frac{P - P'}{P} \cdot 100\%,$$

где  $P'$  – повторное измерение веса в наклонном положении изделия.

Исходя из принятой системы координат OXYZ момент инерции центра масс изделия относительно осей X, Y, Z будет иметь вид:

$$J_x = \frac{P}{g}(Y_c^2 + Z_c^2), \quad J_y = \frac{P}{g}(X_c^2 + Z_c^2), \\ J_z = \frac{P}{g}(X_c^2 + Y_c^2).$$

Из условия определенности положения центра масс изделия установим центральную систему прямоугольных координат  $S_{xyz}$ , взаимно параллельную OXYZ (рис.4).

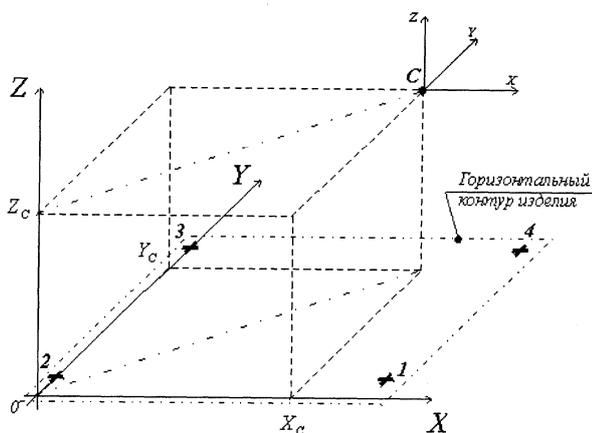


Рис. 4

Тогда осевые моменты инерции относительно центральной системы координат с полюсом C, относительно опорных точек, примут следующие соотношения:

$$J_x = e \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{g}(y_i^2 + Z_c^2), \\ J_y = e \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{g}(x_i^2 + Z_c^2), \\ J_z = e \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{g}(x_i^2 + y_i^2).$$

Главные центробежные моменты инерции массы относительно соответствующей пары осей  $xy$ ,  $xz$  и  $yz$  будут:

$$J_{xy} = e \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{g} x_i y_i, \quad J_{xz} = e \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{g} x_i Z_c, \\ J_{yz} = e \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{g} y_i Z_c.$$

## ВЫВОДЫ

1. Рассмотрены требования и правила, необходимые при проведении экспериментальных работ по определению массы, центра массы, моментов инерции машин и аппаратов технологического оборудования.
2. Описаны методические указания проведения экспериментальной работы по определению координат центра масс изделия.
3. Выведена формула вычисления вертикальной координаты по измерению весовой реакции в одной точке.
4. Описаны расчеты вычислений главных моментов инерции относительно центра тяжести (массы) изделия и главные центробежные моменты инерции массы относительно соответствующей пары осей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Коритыцкий Я.И. и др.* Вибрации и шум в текстильной промышленности (измерения, характеристики и методы борьбы). – М.: Легкая индустрия, 1974.

2. *Николаев В.С. и др.* Методика измерений динамических характеристик машин. – И.Л. № 85-3. Пензенский ЦНТИ. –1985.

3. *Николаев В.С. и др.* Силоизмеритель. – И.Л. № 83-3. – Пензенский ЦНТИ. –1983.

Рекомендована кафедрой теоретической и прикладной механики. Поступила 29.01.07.

---