УДК 667.064. 530.376

О ВЛИЯНИИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ВЫСОКОЭЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА РЕЛАКСАЦИЮ НАПРЯЖЕНИЯ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ВОЛОКОН ПРИ СЛОЖНЫХ РЕЖИМАХ НАГРУЖЕНИЯ

В.Ш. САРКИСОВ, А.А. БЕКИНА, И.В. МОСКИН

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Существующие теории для описания нелинейной вязкоупругости ориентированных волокон из гибкоцепных полимеров не затрагивают вопроса, связанного с влиянием предварительного уровня высокоэластической деформации на релаксацию напряжения ориентированных волокон при сложных (многостадийных) режимах нагружения [1…3].

В связи с вышесказанным в настоящей работе приводятся результаты исследования, связанные с решением данной задачи с позиции математического описания механической модели, приведенной на рис.1, учитывающей наличие упругой и высокоэластической деформации при нагружении волокон.

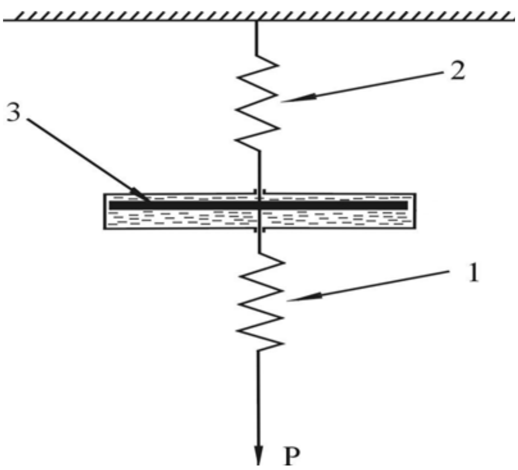

Рис.1

Упругий элемент 1 механической модели (рис.1) с модулем упругости E_1 моделирует упругую деформацию. Упругий элемент 2 с модулем E_2, осложненный движением тела 3 в неньютоновской жидкой среде, моделирует высокоэластическую деформацию.

Основополагающие уравнения модели, учитывающие уровень предварительной высокоэластической деформации, представим в виде:

$$\sigma = E_1\varepsilon_1 = E_2\varepsilon_2 + \eta(\cdot, t)\frac{d\varepsilon_2}{dt}, \quad (1)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad (2)$$

где $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ – относительные удлинения всей модели и ее элементов соответственно; $\eta(\cdot, t) = \eta(\Delta U(\sigma_n), \varepsilon_b, T, t)$ – коэффициент вязкости; $\Delta U(\sigma_n)$ – энергия активации, зависящая от напряжения σ_n и определяемая из экспериментов на ползучесть; ε_b – предварительная высокоэластическая деформация; T – абсолютная температура; t –текущее время.

Из (1) и (2) после проведения определенных преобразований выводится дифференциальное уравнение модели, которое при постоянных значениях E_1 и E_2 имеет вид:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_2\varepsilon}{\eta(\cdot, t)} = \frac{1}{E_1}\frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta(\cdot, t)}\left(1 + \frac{E_2}{E_1}\right). \quad (3)$$

Из уравнения (3) следует, что ε_b, не влияя на численные значения E_1 и E_2, определяет зависимость изменения коэффициента вязкости в процессе деформации модели. Поэтому для установления зависимости $\eta(\sigma, \varepsilon_b, t)$ от ε_b предположим, что при растяжении модели в изотермических условиях для $\eta(\sigma, \varepsilon_b, t)$ выполняется правило логарифмической аддитивности вязкости:

$$\eta(\sigma, \varepsilon_b, t) = C\eta_1(N)\eta_2(\sigma)\eta_3(M), \quad (4)$$

где C – постоянная; N – объемная доля активационных центров; M – средняя молекулярная масса.

Из (4) следует, что зависимость $\eta(\sigma, \varepsilon_b, t)$ при постоянных σ и M определяется изменением зависимости $\eta_1(N)$.

Для определения зависимости $\eta_1(N)$ от $\varepsilon_в$ предположим, что

$$\eta_1(N) \sim N^{-1}, \text{ а } N = N_0(\varepsilon_b) f(t), \quad (5)$$

где $N_0(\varepsilon_b)$ – начальная объемная доля активационных центров при заданном уровне ε_b; $f(t)$ – функция, определяющая изменение N от текущего времени.

Для выражения $N_0(\varepsilon_b)$ через параметры, определяемые из экспериментов на ползучесть, допустим, что активационные центры распределены в объеме равномерно и их распределение не изменяется в процессе деформирования исследуемого объекта, а также, что зависимость $N_0(\varepsilon_b)$ от предельного приращения объема линейная:

$$N_0(\varepsilon_b) = B\Delta V_\infty, \quad (6)$$

где B – постоянная; ΔV_∞ – предельное приращение объема, обусловленное высокоэластической деформацией при напряжении σ.

При сложных режимах нагружения, из-за реализации части высокоэластической деформации на предшествующих стадиях растяжения, предельное приращение объема на последующих стадиях деформирования уменьшится на величину $\Delta V_{пр}$. Вследствие этого $N_0(\varepsilon_b) = B(\Delta V_\infty - \Delta V_{пр})$.

Из последнего равенства с учетом (6) имеем:

$$N_0(\varepsilon_b) = N_0\left(1 - \frac{\Delta V_{пр}}{\Delta V_\infty}\right), \quad (7)$$

где N_0 – начальная объемная доля активационных центров при $\varepsilon_b = 0$.

Разделим числитель и знаменатель дроби выражения (6) на V_0 (объем волокна при $t = 0$). В приближении постоянства площади поперечного сечения образца в процессе его растяжения получим, что $\frac{\Delta V_{пр}}{\Delta V_\infty} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_\infty}$, где ε_∞ – уровень предельной высокоэластической деформации при напряжении σ.

После подстановки последнего равенства в (7) получим:

$$N(\varepsilon_b) = N_0\left(1 - \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_\infty}\right). \quad (8)$$

После подстановки (8) в (5) с учетом обратной пропорциональности $\eta(N)$ от N, а затем в (4) для $\eta(\sigma, \varepsilon_b, t)$ (при постоянных M и T) получим зависимость для коэффициента вязкости:

$$\eta(\sigma, \varepsilon_b, t) = C\eta_1(\sigma)\left[N_0\left(1 - \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_\infty}\right) f(t)\right]^{-1}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что с увеличением уровня предварительной высокоэластической деформации ε_b и с уменьшением предельной высокоэластической деформации ε_∞ (при заданном напряжении σ) коэффициент вязкости увеличивается.

Для выражения $f(t)$ через функцию, входящую в уравнение ползучести, корректно описывающее экспериментальные кривые, рассмотрим уравнение ползучести модели (σ=const, T=const, ε_b=0):

$$\varepsilon(t)=\sigma\left\{E_1^{-1}+E_2^{-1}\left[1-\exp\left(-\int_0^t\frac{E_2}{\eta(\cdot,\xi)}d\xi\right)\right]\right\}. \quad (10)$$

Уравнение ползучести, описывающее экспериментальные кривые, представим в виде:

$$\varepsilon(t)=\sigma\left\{E_{1Э}^{-1}+E_{2Э}^{-1}\left[\varphi\left(\frac{t}{\tau_\sigma}\right)\right]\right\}, \quad (11)$$

где $E_{1Э}$ и $E_{2Э}$ – упругие характеристики, определяемые из экспериментов на ползучесть; $\varphi\left(\frac{t}{\tau_\sigma}\right)$ – функция ползучести; τ_σ – время запаздывания, зависящее от напряжения σ.

Из (10) и (11) (при $E_1=E_{1Э}$ и $E_2=E_{2Э}$) вытекает равенство для установления зависимости коэффициента вязкости от функции ползучести:

$$\eta(\cdot,\xi)=-E_2[1-\varphi[(\xi/\tau_\sigma)\ ]][\varphi_t'(\xi/\tau_\sigma)]^{-1}. \quad (12)$$

Из (12) следует, что если для описания ползучести ориентированных волокон применяется уравнение (11) с функцией Кольрауша: $\varphi=1-\exp\left[-\left(\frac{t}{\tau_\sigma}\right)^k\right]$ (k – постоянная) [1...3], то зависимость $f(t)$, входящая в зависимость коэффициента вязкости от текущего времени (9), согласно (12) примет вид:

$$f(t)=\frac{E_2(\tau_\sigma)^k}{kt^{k-1}}. \quad (13)$$

После подстановки (13) в (9) окончательно получим выражение для изменения коэффициента вязкости в процессе деформации модели:

$$\eta(\sigma,\varepsilon_b,t)=C\eta_2(\sigma)\left[N_0\left(1-\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_\infty}\right)\frac{E_2(\tau_\sigma^k)}{kt^{k-1}}\right]^{-1}. \quad (14)$$

После подстановки (14) в (2) и решения полученного дифференциального уравнения при T=const и ε = const получим уравнение для описания релаксации напряжения модели в изотермических условиях:

$$\sigma(t)=\frac{E_1E_2}{E_1+E_2}\varepsilon+\left(\sigma_0-\frac{E_1E_2}{E_1+E_2}\varepsilon\right)\exp\left(-a\left(\frac{t}{\tau_\sigma}\right)^k\right), \quad (15)$$

где $\tau_\sigma=\tau_{1\sigma}\left(1-\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_\infty}\right)^{-\frac{1}{k}}$; $\tau_{1\sigma}=\left[C\eta_1(\sigma)E_2^{-1}\eta_3(M)\right]^{\frac{1}{k}}N_0^{-1}$; $a=1+\frac{E_1}{E_2}$; $\tau_{1\sigma}$ – время запаздывания при одностадийном деформировании; τ_σ – время запаздывания при напряжении σ, учитывающее наличие ε_b.

Из (15) следует, что процесс релаксации напряжения модели описывается с непрерывно изменяющимися временами запаздывания, зависящими от напряжения, уровня предварительной высокоэластической деформации и уровня предельной высокоэластической деформации, соответствующей напряжению σ_0.

Для анализа влияния ε_b на релаксацию напряжения в волокне положим, что в рассматриваемом временном интервале между временем запаздывания τ_σ и временем релаксации τ_ε, определяемом из экспериментов, на релаксацию напряжения при одностадийном нагружении выполняется следующее равенство:

$$\tau_{1\sigma}=\tau_{1\varepsilon}^{\ 1-b}t^b, \quad (16)$$

где b – постоянная, 0< b <1.

После подстановки (16) в (15) уравнение (15) принимает вид:

$$\sigma(t)=\frac{E_1E_2}{E_1+E_2}\varepsilon+\left(\sigma_0-\frac{E_1E_2}{E_1+E_2}\varepsilon\right)\exp\left(-\left(\frac{t}{\tau_\varepsilon}\right)^m\right), \qquad (17)$$

где m=k(1-b);0<m<1; $\tau_\varepsilon=\tau_{1\varepsilon}\left[\left(1-\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_\infty}\right)a\right]^{-\frac{1}{m}}$.

Из (17) следует, что увеличение значения ε_b приводит к росту времени релаксации. Отметим, что если $\varepsilon_b=0$, то $\sigma_0=E_1\varepsilon$, а $\tau_\varepsilon=\tau_{1\varepsilon}$, где $\tau_{1\varepsilon}$ – время релаксации при $\varepsilon_b=0$. Из анализа (17) также следует, что при заданном ε скорость приближения кривой релаксации напряжения к нижней асимптоте $\sigma(\infty)=\frac{E_1E_2}{E_1+E_2}\varepsilon$ будет зависеть от ε_b и σ_0.

Следовательно, можно предположить, что кривые релаксации напряжения, полученные при одинаковых значениях ε, но соответствующие различным уровням предварительной высокоэластической деформации, будут иметь точку пересечения в координатах $\sigma-t$. На самом деле, если в (17) подставить различные значения $\tau_{\varepsilon b1}$ и $\tau_{\varepsilon b2}$, то получим систему из двух уравнений, из которой, при $\tau_{\varepsilon b2}=\tau_{\varepsilon b1}\left(1-\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_\infty}\right)^{-1}$, выводится формула для оценки времени, при котором возможно наблюдение пересечения кривых релаксации напряжения:

$$t_p=\tau_{\varepsilon b1}\sqrt[k]{\left(\frac{\varepsilon_\infty-\varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b1}-\varepsilon_{b2}}\ln\frac{\sigma_{02}(E_1+E_2)-E_1E_2}{\sigma_{01}(E_1+E_2)-E_1E_2}\right)}. \qquad (18)$$

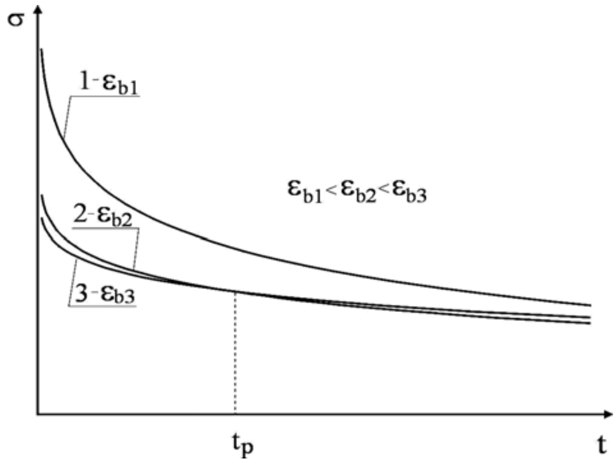

Рис. 2

На рис.2 представлены графики зависимости релаксации напряжения (σ от t) при заданном уровне деформации ε и соответствующие различным значениям предварительной высокоэластической деформации (кривая 1 – $\varepsilon_{b1}=0$; 2 – $\varepsilon_{b2}\neq 0$; 3 – $\varepsilon_{b3}\neq 0$; $\varepsilon_{b3}>\varepsilon_{b2}>\varepsilon_{b1}$), которые являются иллюстрацией влияния предварительного уровня высокоэластической деформации на процесс релаксации напряжения модели при сложных режимах нагружения.

ВЫВОДЫ

Из анализа математического описания разрабатываемой трехэлементной механической модели установлено, что при сложном режиме нагружения волокна увеличение предварительного уровня высокоэластической деформации приводит к изменению скорости релаксационных процессов и к увеличению времени релаксации.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Перепелкин К.Е.* Структура и свойства волокон. – М.: Химия, 1985.

2. *Саркисов В.Ш., Тиранов В.Г, Разумовская Е.А.* // Докл. Междунар. конф. по хим. волокнам-2000. Секция "Структура и свойства волокон", №40. – Тверь, 2000.

3. *Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М.* // Физико-химия полимеров. – Тверь, 2006. Вып.12. С.131.

Рекомендована кафедрой высшей математики. Поступила 26.02.07.