

УДК 677.024

**КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЙ АНАЛОГ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОСНОВНЫХ И УТОЧНЫХ НИТЕЙ  
В ЗОНЕ ФОРМИРОВАНИЯ ТКАНИ  
И РЕЗУЛЬТАТЫ ЕГО ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ\***

*С.Г. СТЕПАНОВ, И.И. ВОЛКОВ*

**(Ивановская государственная текстильная академия)**

Для численного решения упрощенной математической модели взаимодействия основных и уточных нитей в зоне формирования однослойной ткани полотняного переплетения [1 (29...38)] методом конечных разностей необходимо знать длины основы в зоне формирования ткани (ЗФТ) и рассматриваемого отрезка прибываемой уточины, а также координаты точек приложения нагрузок, действующих на нити.

Ранее [2] было показано, что для большинства тканей деформации уточных нитей в ЗФТ можно считать малыми, а следовательно, длина деформированной оси нити при прибое будет отличаться от первоначальной ее длины до прибоя на малую величину.

Пренебрежем этой малой величиной и примем при введении конечно-разностной сетки длину отрезка прибываемой уточины, равной его длине до нагружения, то есть равной удвоенной геометрической плотности ткани по основе  $2L_0$  в опушке ткани в момент заступа. При таком подходе даже с учетом дозировки погрешность не превысит 4...5%.

Перейдем теперь к определению длины основы в ЗФТ.

Расчет, основанный на экспериментальных данных [3], показал, что вариация расстояний между уточинами до начала прибоя относительно среднеарифметиче-

ской величины этих расстояний незначительна (коэффициент вариации по совокупности расстояний между уточинами равен 9,3%). В силу этого принимаем, что к началу прибоя все уточины, в том числе и прибываемая, находятся на одинаковом расстоянии друг от друга, равном средней геометрической плотности по утку  $L_y$  в опушке ткани в момент заступа.

Примем за основу положение, что расстояния между уточинами от момента касания бердом опушки ткани и до крайнего переднего положения берда изменяются не столько за счет скольжения уточин по нитям основы (это скольжение будем считать малой величиной), сколько за счет интенсивного изгиба нитей основы в ЗФТ в момент прибоя (последнее, по нашему мнению, убедительно подтверждает фотография среза опушки ткани вдоль основы в момент крайнего переднего положения берда [4]).

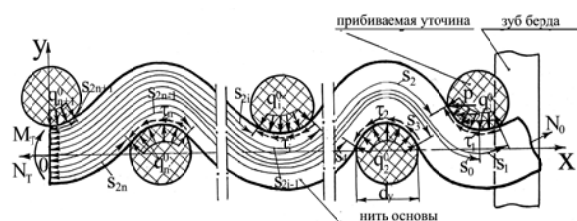


Рис. 1

\* Научный консультант – проф., докт. техн. наук Г.И. Чистобородов.

В этом случае при малом скольжении и малой деформации растяжения основной нити в ЗФТ (пренебрежение деформацией растяжения дает погрешность порядка 2...3%) мы вправе принять, что длина  $L$  осевой линии основной нити между сечениями, перпендикулярными оси  $X$  и проходящими через центры любых соседних уточин в ЗФТ (рис.1), изменяется незначительно и в первом приближении равна этой же величине до приобоя в момент заступа. Но при этом расстояния между центрами уточин по оси  $X$  в момент крайнего переднего положения берда будут различными (рис.1).

Для численного определения длины  $L$  была разработана программа на базе пакета MathCAD11, в основу которой положена математическая модель строения ткани в опушке до приобоя в момент заступа. Полная длина основы в ЗФТ при этом определялась по формуле

$$s^* = L n + \ell_0, \quad (1)$$

где  $n$  – число уточин в ЗФТ;  $\ell_0$  – некоторое расстояние от сечения, перпендикулярного оси  $X$  и проходящего через центр прибываемой уточины (рис.1), до конечного сечения основы в направлении ремизки, начиная с которого основная нить принимает прямолинейную форму, а следовательно, все внутренние силы, кроме натяжения  $N_0$ , равны нулю (принимая, что  $d_0 < l_0 < 1,5d_0$ , где  $d_0$  – диаметр основы).

Координаты точек начала и конца действия распределенных нагрузок определяются из принятого допущения, что длины дуг контакта между уточинами, входящими в ЗФТ, и основной нитью приблизительно равны диаметру уточной нити, что не противоречит экспериментальным данным [6].

Количество уточин, скользящих по нитям основы в ЗФТ с учетом прибываемой, будем определять по схеме, основанной на способе повторных попыток. Зададимся количеством уточин в ЗФТ  $n = 4$  и введем конечно-разностные сетки для:

- 1) основной нити, разделив длину ее оси  $s^*$  на  $k = 27$  равных частей (рис. 2);
- 2) прибываемой уточины, разделив длину ее оси на  $\ell = 8$  равных частей (рис.3).

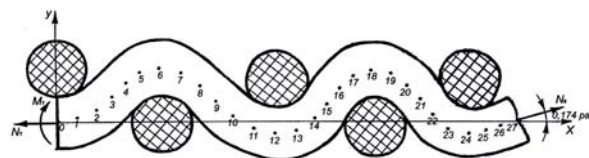
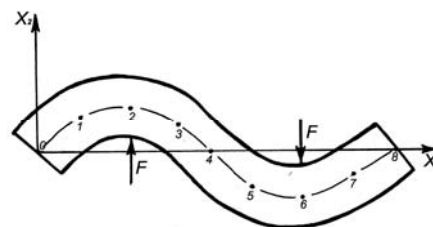
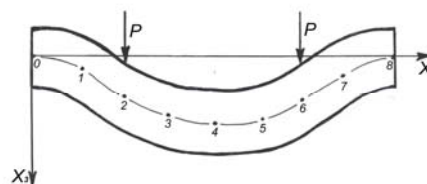


Рис. 2



а)



б)

Рис. 3

Вводя в математической модели (29)...(38) [1] новые обозначения переменных  $X_2 = V$ ,  $X_3 = U$ , аппроксимируя производные центральными разностями и заменяя в ней интегрирование суммированием, получим следующий конечно-разностный аналог системы уравнений:

$$A_0 \left\{ \frac{-\varphi_{i-2} + 2\varphi_{i-1} - 2\varphi_{i+1} + \varphi_{i+2}}{2h^3} - 0,5 \left[ \frac{\varphi_i^2}{h^2} - \frac{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})^2}{4h^2} \right] \frac{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}{2h} \right\} -$$

$$- \left[ N_i + h \sum_{i=1}^n (\cos \varphi_i - \mu \sin \varphi_i) T(s_i) + \mu h \sum_{i=1}^n G(s_i) \right] \frac{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}{2h} -$$

$$- 0,5 \mu d_0 \eta_{oB} \left[ \frac{W_{i+1} - W_{i-1}}{2h} + \varphi_i \frac{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}{2h} W_i \right] - T(s_i) \sin \varphi_i + F(s_i) = 0, \quad i=1, 2, 3, \dots, k-1, \quad (2)$$

$$\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = \sin \varphi_i, \quad \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2h} = \cos \varphi_i, \quad (3)$$

$$\frac{4F_5^0 L_y}{\pi^2 (A_0 \alpha_0^2 + N_T)} + 2^3 \sqrt{-\frac{g_5^y}{2} + \sqrt{D_5^y}} + 2^3 \sqrt{-\frac{g_5^y}{2} - \sqrt{D_5^y}} = d_o \eta_{oB} + d_y \eta_{yB}, \quad (4)$$

$$2h \left| \sum_{j=1,3,5} \sin \varphi_j \right| + 2^3 \sqrt{-\frac{g_4^y}{2} + \sqrt{D_4^y}} + 2^3 \sqrt{-\frac{g_4^y}{2} - \sqrt{D_4^y}} = d_o \eta_{oB} + d_y \eta_{yB}, \quad (5)$$

$$2h \left| \sum_{j=7,9,11} \sin \varphi_j \right| + 2^3 \sqrt{-\frac{g_3^y}{2} + \sqrt{D_3^y}} + 2^3 \sqrt{-\frac{g_3^y}{2} - \sqrt{D_3^y}} = d_o \eta_{oB} + d_y \eta_{yB}, \quad (6)$$

$$2h \left| \sum_{j=13,15,17} \sin \varphi_j \right| + 2^3 \sqrt{-\frac{g_2^y}{2} + \sqrt{D_2^y}} + 2^3 \sqrt{-\frac{g_2^y}{2} - \sqrt{D_2^y}} = d_o \eta_{oB} + d_y \eta_{yB}, \quad (7)$$

$$2h \left| \sum_{j=19,21,23} \sin \varphi_j \right| + 2V_2 = d_o \eta_{oB} + d_y \eta_{yB}, \quad (8)$$

$$P = p1, 5h - \mu ph (\sin \varphi_{23} \cos \varphi_{23} + 0, 5 \sin \varphi_{24} \cos \varphi_{24}) -$$

$$- q_1^0 h \sum_{j=23,24,25} (\sin \varphi_j - \mu \cos \varphi_j), \quad (9)$$

$$F = q_1^0 h \sum_{j=23,24,25} \cos \varphi_j, \quad (10)$$

$$A_y \frac{(V_{j-2} - 4V_{j-1} + 6V_j - 4V_{j+1} + V_{j+2})}{h_1^4} - Q_{X_1} \frac{(V_{j-1} - 2V_j + V_{j+1})}{h_1^2} -$$

$$- F \delta(X_1 - 0,5L_0) + F \delta(X_1 - 1,5L_0) = 0, \quad j=1, 2, 3, \dots, \ell-1, \quad (11)$$

$$A_y \frac{(U_{j-2} - 4U_{j-1} + 6U_j - 4U_{j+1} + U_{j+2})}{h_1^4} - Q_{X_1} \frac{(U_{j-1} - 2U_j + U_{j+1})}{h_1^2} -$$

$$- P \delta(X_1 - 0,5L_0) - P \delta(X_1 - 1,5L_0) = 0, \quad j=1, 2, 3, \dots, \ell-1, \quad (12)$$

где  $h = \frac{s}{k}$  – шаг конечно-разностной сет-

ки для основы;  $h_1 = \frac{2L_0}{\ell}$  – шаг конечно-

разностной сетки для утка.

Натяжение в прибываемой уточине определяется по одному из конечно-разностных аналогов выражений (14),(15) [1]:

при выработке ткани на бесчелночных станках типа СТБ

$$Q_{X_1} = N_{нач}^y + \frac{E_y S_y}{4L_0} \sum_{i=1}^{i=7} \left[ \left( \frac{V_i - V_{i-1}}{h_1} \right)^2 + \left( \frac{U_i - U_{i-1}}{h_1} \right)^2 \right] h_1 - 0,5F\varphi_0, \quad (13)$$

при выработке ткани на челночных станках

$$Q_{X_1} = \frac{E_y S_y}{4L_0(1+0,01D)} \left\{ \sum_{i=1}^{i=7} \left[ \left( \frac{V_i - V_{i-1}}{h_1} \right)^2 + \left( \frac{U_i - U_{i-1}}{h_1} \right)^2 \right] h_1 - 4L_0 0,01D \right\} - 0,5F\varphi_0. \quad (14)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} \varphi_0 = 0; \quad \varphi_{-1} = -\varphi_1; \quad \varphi_{27} = \varphi_{28} = \beta_0; \quad y_0 = x_0 = 0; \quad V_0 = V_8 = 0; \\ V_{-1} = -V_1; \quad V_9 = -V_7; \quad U_0 = U_8 = 0; \quad U_{-1} = U_1; \quad U_9 = U_7; \end{aligned} \quad (15)$$

$\beta_0$  – половина угла зева при приборе.

Конечно-разностный аналог выражения

[1 (27)] для определения натяжения основы в ЗФТ имеет вид:

$$\begin{aligned} N_{0i} = N_T + 0,5A_0 \left[ \frac{\varphi_1^2}{h^2} - \frac{(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})^2}{4h^2} \right] - \\ - 0,5d_0 \eta_{0B} [T(s_i)(\sin \varphi_i + \mu \cos \varphi_i) - \mu \varphi_i W(s_i)] + \\ + h \sum_{i=1}^n (\cos \varphi_i - \mu \sin \varphi_i) T(s_i) + \mu h \sum_{i=1}^n G(s_i). \end{aligned} \quad (16)$$

Для определения натяжения основы у опушки ткани необходимо выполнить расчет по (16) для всей длины нити в ЗФТ, то есть при  $s_i = s^*$ .

Полученный конечно-разностный аналог (2)...(12) может быть использован для расчета параметров формирования однослойных тканей полотняного переплетения, вырабатываемых как на челночных, так и на бесчелночных ткацких станках. Однако к настоящему времени накоплен обширный экспериментальный материал по формированию ткани применительно к челночным ткацким станкам.

Численный расчет параметров формирования ткани бязь арт. 222 на основе конечно-разностного аналога (2)...(12) выполнялся в два этапа. На первом этапе по разработанной на базе пакета MathCAD11

программе, в основу которой положена математическая модель строения ткани в опушке до прибора в момент заступа, определялась длина  $L$  при исходных данных, соответствующих выработке этой ткани на челночном станке [4]. Полная длина основы в ЗФТ при этом определялась по формуле (1) при найденном значении  $L=0,468$  мм;  $\ell_0 = 0,234$  мм и в предположении, что ЗФТ включает четыре уточины ( $n=4$ ). Шаг конечно-разностной сетки основы как результат деления ее полной длины  $s^*$  на  $k=27$  равных частей составил  $h = 0,078$  мм.

Шаг конечно-разностной сетки отрезка уточины как результат деления ее длины  $2L_0 = 0,858$  мм на  $\ell = 8$  равных частей получил значение  $h_1 = 0,1073$  мм.

На втором этапе с помощью пакета программ MathCAD11 решалась система

уравнений (2)...(12) и по выражению (16) подсчитывалось натяжение основы у опушки при найденных значениях шагов конечно-разностных сеток и следующих параметрах, характеризующих ткань бязь арт. 222 и условия ее формирования [4], [7]:

$$d_y = 0,22 \text{ мм}; d_o = 0,20 \text{ мм};$$

$$\eta_{0B} = \eta_{yB} = 0,702; \mu = 0,4;$$

$$E_y = 0,858 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}^2; A_o = 0,005 \text{ Н} \cdot \text{мм}^2;$$

$$A_y = 0,0055 \text{ Н} \cdot \text{мм}^2; P = 88,8 \text{ сН};$$

$$N_T = 12,8 \text{ сН}; D = 2,55\%; \beta = 0,174 \text{ рад}.$$

Помимо заданного варианта с количеством уточин в ЗФТ  $n = 4$  (и таком же количестве скользящих уточин) по той же системе уравнений, с теми же исходными данными, полной длине  $s^*$  и значениями шагов  $h$ ,  $h_1$  выполнены расчеты при скольжении по основе одной, двух и трех уточин. При этом по выражению (16) получены следующие значения натяжения основы у опушки при крайнем переднем положении берда:

уточины  $N_o = 101,3 \text{ сН}$ ,

при скольжении двух уточин  $N_o = 123,3 \text{ сН}$ ,

при скольжении трех уточин  $N_o = 150 \text{ сН}$ ,

при скольжении четырех уточин  $N_o = 185,5 \text{ сН}$ .

Согласно [4] (табл.6) при тех же силе прибора на одну нить основы  $P = 88,8 \text{ сН}$ , натяжении ткани  $N_T = 12,8 \text{ сН}$  и заправочном натяжении  $27,5 \text{ сН}$ , соответствующих выработке бязи арт.222 на челночном станке, натяжение основы у опушки составило  $103 \text{ сН}$  (все силы в старой системе единиц [4] здесь и ниже приведены к системе СИ).

Наиболее близким к этому натяжению является расчетное натяжение основы при скольжении первой (прибываемой) уточины. Это и будет количеством скользящих уточин по нити основы в ЗФТ. Однако, по нашему мнению, не этот параметр является основным при определении границы ЗФТ, а таким критерием служит стабилизация расстояний между соседними уточинами и высот волн изгиба основы в ЗФТ.

при скольжении первой (прибываемой)

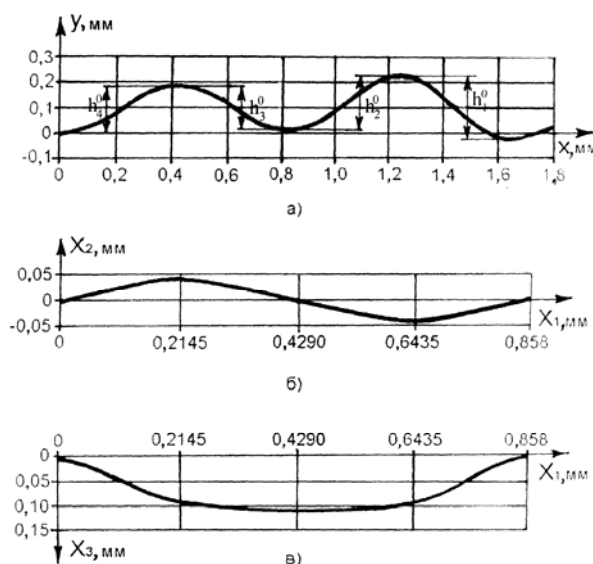
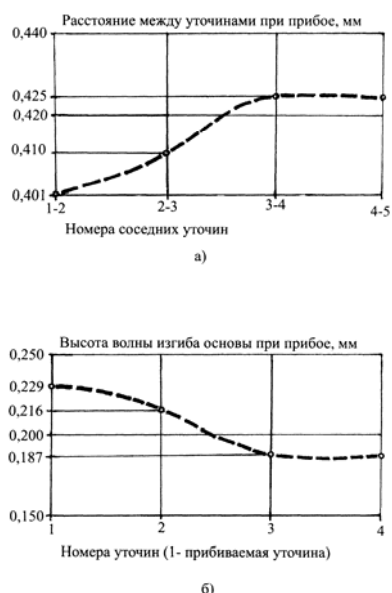


Рис. 4

На рис. 4 приведены построенные по результатам расчета при скольжении первой уточины деформированные оси осно-



вы (рис. 4-а) и прибываемой уточины в вертикальной (рис. 4-б) и горизонтальной (рис. 4-в) плоскостях при крайнем перед-

нем положении берда при силе прибора на одну нить основы  $P = 88,8\text{сН}$ , а на рис. 5 представлены кривые, характеризующие изменение расстояний между соседними уточинами (рис. 5-а) и высот волн изгиба деформированной оси основы в зависимости от номеров контактирующих с ней уточин (рис. 5-б).

Анализ расчетных данных и кривых показывает, что ЗФТ при выработке бязи арт.222 включает три уточины ( $n=3$ ), так как начиная с третьей уточины имеет место стабилизация расстояний между уточинами и высот волн изгиба основной нити.

В результате расчета для бязи арт.222, вырабатываемой на челночном станке, помимо приведенных выше, получены следующие значения параметров формирования ткани: натяжение в прибываемой уточине  $Q_{x1}=136,2\text{сН}$ ; натяжение во второй уточине  $N_2=38,5\text{сН}$ , в третьей  $N_3=34,9\text{сН}$ ; силы давления в вертикальной плоскости основной нити на первую (прибываемую) уточину  $F_1=68,7\text{сН}$ , на вторую  $F_2=41,2\text{сН}$ , на третью  $F_3=38,4\text{сН}$ .

## ВЫВОДЫ

Получен конечно – разностный аналог упрощенной математической модели взаимодействия основных и уточных нитей в ЗФТ и на его основе выполнен расчет основных параметров формирования ткани бязь арт.222.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов С.Г., Волков И.И. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, №6. С.61...65.
2. Степанов С.Г. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, №4С. С.73...76.
3. Ямицков С.В., Крутикова В.Р. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. –1994, №5. С.35...38.
4. Васильченко В.Н. Исследование процесса прибора утка. – М.: Гизлегпром, 1959.
5. Степанов С.Г. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, № 1. С.47...51.
6. Ямицков С.В. Развитие теории формирования ткани и методов прогнозирования технологических параметров процесса ткачества: Дис...докт. техн. наук. – Кострома, КГТУ, 1997.
7. Алексеев К.Г. Исследование процесса формирования хлопчатобумажной ткани полотняного переплетения. – М.: Гизлегпром, 1958.

Рекомендована кафедрой начертательной геометрии и черчения. Поступила 26.01.07.