

УДК 667. 064. 530. 376

**К РАСЧЕТНОМУ ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ  
ДЕФОРМИРОВАНИЯ СИНТЕТИЧЕСКИХ НИТЕЙ  
ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ НАГРУЖЕНИЯ  
ПО ДИАГРАММАМ ПОЛЗУЧЕСТИ**

*И.В.МОСКИН, А.А. БЕКИНА, В.Ш. САРКИСОВ*

**(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)**

В [1] с целью расчетного прогнозирования вязкоупругих свойств синтетических нитей в области малых деформаций по диаграммам ползучести показана возможность применения механической модели, учитывающей наличие упругой и высокоэластической деформации. В качестве уравнения ползучести было использовано уравнение с функцией Кольрауша.

Одной из функций, которая также может быть использована в качестве функции ползучести, является функция арктангенс от степенного аргумента, имеющая следующий вид:  $\arctg(x^k)$ , где  $k$  – постоянная. Ранее данная функция не применялась для описания ползучести синтетических нитей.

В связи с вышесказанным цель проведенной работы заключалась в исследовании возможности применения этой функции в качестве функции для описания ползучести синтетических нитей в контексте с разработкой методики прогнозирования нелинейной вязкоупругости синтетических нитей по диаграммам ползучести в области малых деформаций с применением математического описания трехэлементной механической модели, приведенной в [1].

В целях решения поставленной задачи представим интегральные уравнения модели для описания нелинейной вязкоупругости синтетических нитей при их одностадийном нагружении в изотермических условиях в следующем виде:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{1}{E_2} \int_0^t \sigma(s) \exp\{-[f(\bullet, t) - f(\bullet, s)]\} df(\bullet, s), \quad (1)$$

$$\sigma(t) = E_1 \varepsilon - \frac{E_1^2}{E_2} \int_0^t \varepsilon(s) \exp\{-a[f(\bullet, t) - f(\bullet, s)]\} df(\bullet, s), \quad (2)$$

где  $f(\bullet, t) = \int_0^t \frac{E_2}{\eta(\bullet, \xi)} d\xi$ ;

$$f(\bullet, s) = \int_0^s \frac{E_2}{\eta(\bullet, \xi)} d\xi; \quad \eta(\bullet, \xi) = \eta(\Delta U_n, \xi);$$

$$a = 1 + \frac{E_1}{E_2}; \quad E_1 \text{ и } E_2 - \text{упругие характеристики модели};$$

$\eta(\bullet, \xi)$  – коэффициент вязкости;  $t$  – время;  $\Delta U_n$  – энергия активации, зависящая от напряжения и определяемая из экспериментов на ползучесть.

Зависимость коэффициента вязкости от времени, входящая в уравнения (1) и (2), согласно работе [1] определяется по диаграммам ползучести с применением формулы:

$$\eta(\bullet, \xi) = E_2 [1 - \varphi(\sigma, \xi)] \left[ \frac{\partial \varphi(\sigma, \xi)}{\partial \xi} \right]^{-1}, \quad (3)$$

где  $\varphi(\sigma, \xi)$  – функция ползучести, используемая для описания экспериментальных кривых ползучести.

Уравнение ползучести с функцией арктангенс от степенного аргумента, учитывающее активирующее влияние напряжения на процесс деформирования, представим в виде:

$$\varepsilon = \sigma \left\{ D_1 + D_2 \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left[ \frac{t}{\tau(\bullet)} \right]^k \right\}, \quad (4)$$

или

$$\eta(\bullet, \xi) = \frac{E_2 \pi \tau^k \left[ 1 + \left( \frac{\xi}{\tau(\bullet)} \right)^{2k} \right] \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{\xi}{\tau(\bullet)} \right)^k \right]}{2k \xi^{k-1}}. \quad (7)$$

Нетрудно убедиться, что после подстановки (7) в уравнение (1) и последующего

$$D = D_1 + D_2 \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left[ \frac{t}{\tau(\bullet)} \right]^k, \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  – деформация;  $\sigma$  – напряжение;  $D = \frac{\varepsilon}{\sigma}$  – суммарная податливость;  $D_1 = E_1^{-1}$  – мгновенная податливость;  $D_2 = E_2^{-1}$  – предельная высокоэластическая податливость;  $t$  – время;  $\tau(\bullet)$  – время запаздывания, зависящее от напряжения;  $k$  – постоянная.

Уравнения (4) и (5) удовлетворяют необходимым условиям для описания диаграмм ползучести с применением принципа напряженно-временной аналогии (НВА): 1 – постоянство упругих и вязких характеристик в процессе деформации; 2 – наличие зависимости времени запаздывания от напряжения; 3 – стремление функции ползучести к единице при  $t \rightarrow \infty$ .

В рассматриваемом уравнении функция ползучести имеет вид:

$$\varphi(\sigma, \xi) = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left[ \frac{t}{\tau(\bullet)} \right]^k. \quad (6)$$

После подстановки (6) в (3) получим зависимость коэффициента вязкости от текущего времени:

его решения при  $\sigma = \text{const}$  получим уравнение (4).

В [1] и [2] показано, что для количественного описания ползучести полиэтилен-терефталатных (ПЭТФ) нитей в области малых деформаций применим принцип НВА, являющийся основой методики для определения упругих и вязких характеристик модели по экспериментальным диаграммам ползучести.

Следует отметить, что методика определения упругих характеристик  $E_1$  и  $E_2$ , входящих в уравнение (1), приведенная в [1] с применением принципа НВА, базируется на построении обобщенной кривой податливости в координатах  $D$  от  $\lg t$ , что позволяет применить ее и для вычисления упругих характеристик, входящих в уравнение (4).

Для определения  $k$  воспользуемся выражением (5) для нахождения зависимости  $\frac{dD}{d \lg t}$  от  $t$ . После дифференцирования правой и левой части (5) по  $t$  и проведения определенных алгебраических преобразований получим:

$$\frac{dD}{d \lg t} = 2,31D_2 \frac{2}{\pi} k \left[ \frac{t}{\tau(\bullet)} \right]^k \left[ 1 + \left[ \frac{t}{\tau(\bullet)} \right]^k \right]^{-1}. \quad (8)$$

Из (8), при  $t = \tau(\bullet)$ , выводится формула для вычисления  $k$  с применением построенной зависимости  $\frac{dD}{d \lg t}$  от  $D$  по экспериментальным кривым  $D$  от  $\lg t$ :

$$k = 0,43 \frac{\pi}{D_2} \frac{dD}{d \lg t} \Big|_{t = \tau(\bullet)}. \quad (9)$$

Решая (5) относительно  $\tau(\bullet)$ , получаем формулу для вычисления времени запаздывания:

$$\tau(\bullet) = t \left[ \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \left( \frac{D - D_1}{D_2} \right) \right]^{\frac{1}{k}}. \quad (10)$$

Таким образом, после вычисления упругих и вязких характеристик, входящих в уравнение (4), с применением принципа НВА для определения  $D_1, D_2, \frac{dD}{d \lg t} \Big|_{t = \tau(\bullet)}$  и формул (9) и (10), становится возможным применение (4) для построения расчетных диаграмм ползучести.

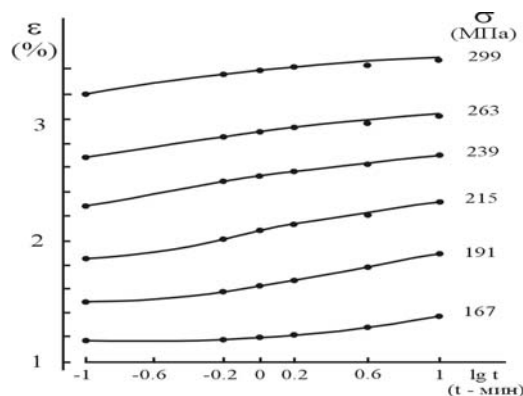


Рис. 1

Из рис.1, где представлены экспериментальные диаграммы ползучести ПЭТФ-нитей (линейная плотность 114 текс; температура испытания  $T=295^\circ\text{K}$ ), следует, что в рассматриваемом напряженно-деформационно-временном диапазоне экспериментальные диаграммы ползучести (— — эксперимент), построенные в координатах  $\varepsilon - \lg t$ , характеризуются разнообразием форм, включая S-образную форму.

На рис.1 также приведены расчетные точки (● — расчетные точки).

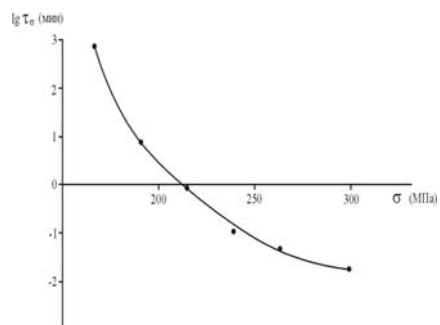


Рис. 2

При расчете использовались зависимость  $\lg \tau(\bullet)$  от  $\sigma$  (рис.2), полученная с использованием формулы (10) при

$t = 1$  мин, значения  $D_1 = 6,5 \cdot 10^{-3} (\%/МПа)$ ,  
 $D_2 = 6,4 \cdot 10^{-3} (\%/МПа)$  и  $k=0,25$ .

Значение  $k$  рассчитывалось с использованием (9) по методике, изложенной в [1] при  $\left. \frac{dD}{d \lg t} \right|_{t=\tau(\bullet)} = 0,0012 (\%/МПа)$ .

Из анализа расчетных и экспериментальных данных следует, что расчетные точки в рассматриваемой области дефор-

маций и временном диапазоне достаточно хорошо совпадают с экспериментальными, что является необходимым фактором для осуществления прогноза по диаграммам ползучести.

Для прогнозирования диаграмм растяжения с постоянной скоростью деформации по диаграммам ползучести рассмотрим уравнение (2). После подстановки зависимости (7) в (2) и проведения интегрирования получим:

$$\sigma(\varepsilon) = E_1 \varepsilon - \frac{E_1^2 \varepsilon}{E_2 a} \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^k \right]^a \right\} I, \quad (11)$$

где

$$I = \left\{ \frac{V \tau(\bullet)}{\varepsilon} \int_0^{\frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)}} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^k \right]^{-a} d \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right\}; \quad (12)$$

$V = \frac{\varepsilon}{t}$  – скорость деформации.

Для решения уравнения (11) относительно  $\varepsilon$  при  $0 < \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} < 9$  и  $a=1,985$

представим подынтегральную функцию интеграла (12) в виде:

$$\left[ 1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^k \right]^{-a} \cong 1,000 + 1,029 \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^k + 2,074 \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^{2k} + 0,124 \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^{3k}. \quad (13)$$

При такой аппроксимации максимальная относительная ошибка в рассматриваемом деформационно-временном интервале не превышает 1,5(%)

После подстановки (13) в (12) и проведения интегрирования получим зависимость  $I$  от  $\left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)$ :

$$I = 1,000 + 0,823 \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^k + 1,383 \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^{2k} + 0,071 \left( \frac{\varepsilon}{V \tau(\bullet)} \right)^{3k}. \quad (14)$$

Из (11) и (14) выводится уравнение для вычисления  $\varepsilon$  при заданной скорости деформации и известных значениях  $E_1, E_2$  зависимости  $\sigma$  от  $\tau(\bullet)$ , определяемых из экспериментов на ползучесть.

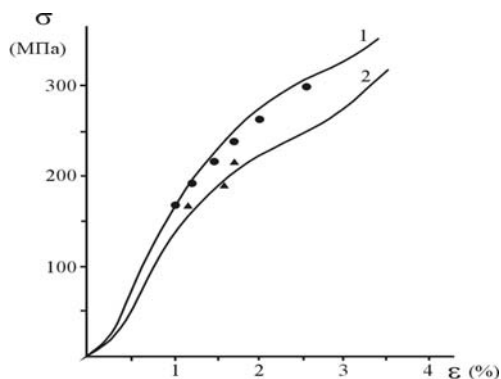


Рис. 3

На рис.3 приведены экспериментальные диаграммы растяжения ПЭТФ нитей (кривая 1 –  $V=50(\%/мин)$ , кривая 2 –  $V=0,25(\%/мин)$ ) и расчетные точки (● –  $V=50(\%/мин)$ , -▲- –  $V=0,25(\%/мин)$ ).

Из сопоставления расчетных и экспериментальных точек следует их удовлетворительное совпадение. Следует отметить, что малое количество расчетных точек при  $V=0,25(\%/мин)$  определяется не выбором функции арктангенс в качестве функции ползучести, а ограничениями, наложенными на подынтегральную функ-

цию, входящую в (12), для иллюстрации применения уравнения (11).

## ВЫВОДЫ

1. Разработана методика прогнозирования поведения нитей под нагрузкой по диаграммам ползучести с применением интегральных уравнений трехэлементной механической модели и уравнения ползучести с функцией арктангенс от степенного аргумента

2. Применимость разработанной методики прогнозирования показана на примере произведенных расчетов диаграмм растяжения полиэтилентерефталатных нитей по диаграммам ползучести.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисов В.Ш. // Дис...докт. техн. наук. – Сп-Б., 2001.
2. Саркисов В.Ш., Тиранов В.Г., Виноградов Б.А. // Докл. Междунар. конф. по хим. волокнам. – Тверь. Секция "Структура и свойства химических волокон". 41. 2000.

Рекомендована кафедрой высшей математики.  
Поступила 26.02.07.