

УДК 677.022:519.8:62.50.72

**ИССЛЕДОВАНИЕ РОЛИ НЬЮТОНОВСКОГО ТРЕНИЯ
В НЕКОТОРЫХ ВОЛОКНИСТЫХ ПРОДУКТАХ
МЕТОДАМИ СТАТИСТИЧЕСКОГО
КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

А.В. РАДОВ, П.А. СЕВОСТЬЯНОВ

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н.Косыгина)

Так называемое "сухое" трение является главным "виновником" того, что практически любые волокнистые продукты и изделия из них существуют как единое целое и не рассыпаются на отдельные волокна. Модель такого трения впервые предложил И. Ньютон в виде зависимости между касательной силой трения $F_{тр}$ и силой нормального давления $N_{тр}$:

$$F_{тр} = -\min\{\mu N_{тр}; F_{тн}\} \text{sign}(F_{тн}). \quad (1)$$

Эта сила действует между двумя соприкасающимися телами по касательной к поверхности их соприкосновения. Здесь $F_{тн}$ – внешняя сила, смещающая одно из тел относительно другого и действующая по той же касательной, а μ – коэффициент трения.

Сила нормального давления $N_{тр}$ обеспечивает контакт между соприкасающимися телами. Чем больше эта сила, тем

больше должна быть внешняя нагрузка $F_{тн}$ для взаимного скольжения трущихся поверхностей тел.

Очевидно, что учет сил, описываемых неоднозначной и нелинейной зависимостью (1) при моделировании процессов преобразования или свойств волокнистых продуктов, создает немалые трудности. Вследствие этого была исследована возможность линеаризации этой зависимости. На существование такой возможности можно надеяться, если учесть, что величины μ и $F_{тн}$, входящие в (1), для каждого участка контакта случайным образом варьируют вокруг некоторых средних значений. Ввиду большого числа участков контакта (порядка десятка тысяч волокон в сечении ленты, тысяч волокон в сечении ровницы, десятков и сотен волокон в сечении пряжи, тысяч нитей основы вдоль одной уточины в ткани) может "сработать" эффект закона больших чисел.

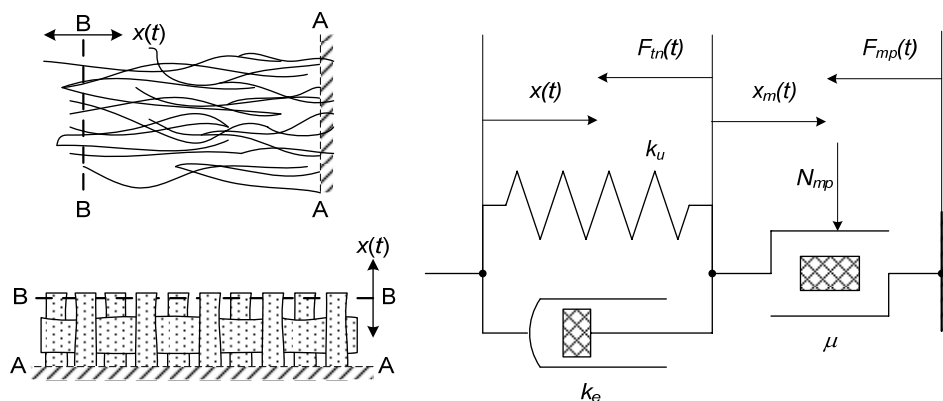


Рис. 1

Для проверки этого предположения была рассмотрена модель деформации участка волокнистого продукта или ткани (рис.1). Считаем, что продукт зафиксирован в сечении (А – А), а сечение (В – В) смещается по закону $x(t)$. Вследствие смещения развивается сила сопротивления деформации $F(t)$. Процесс развития деформации является квазистатическим, поскольку силами инерции ввиду незначительной величины массы волокон и нитей можно пренебречь. Упругую и эластическую части деформации опишем в виде взаимосвязи между $F(t)$ и $x(t)$ простейшими линейными элементами с коэффициентами упругости k_u и эластичности k_e :

$$\begin{aligned} F_u(t) &= -k_u x(t); \\ F_e(t) &= -k_e x(t); \\ F_m(t) &= F_u(t) + F_e(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $x(t)$ – скорость относительного взаимного перемещения. Механическими аналогиями этих элементов, как известно, являются пружина и демпфер. Эти элементы, а также элемент "сухого" ньютоновского трения приведены в правой части рис. 1.

Таким образом, каждое из многих взаимодействий между волокнами или между нитями моделируется системой элементов, причем значения коэффициентов k_u , k_e , μ и силы $N_{тр}$ являются случайными величинами. Считаем их распределенными по нормальному закону со средними Mk_u , Mk_e , $M\mu$ и $MN_{тр}$ и коэффициентами вариации соответственно CVk_u , CVk_e , $CV\mu$ и силы $CVN_{тр}$.

Для исследования реакции системы на деформацию задавались перемещение $x(t)$ и его скорость $V(t)$ по формулам

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{cases} \frac{1}{2} A(1 - \cos(\frac{2\pi}{T} t)), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & T \leq t \leq T_{mod} \end{cases}, \\ V(t) &= \begin{cases} \frac{\pi A}{T} \sin(\frac{2\pi}{T} t), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & T \leq t \leq T_{mod} \end{cases}. \end{aligned} \quad (3)$$

Перемещение $x_m(t)$ вычислялось с помощью выражения

$$x_m(t) = \begin{cases} x(t_1) & |F_m(t)| < \mu N_{тр} \\ x(t) - x(t_1), & |F_m(t)| \geq \mu N_{тр}, \end{cases} \quad (4)$$

где t_1 – момент времени, в который в последний раз перед текущим моментом t сила $F_m(t)$ стала меньше силы трения $\mu N_{тр}$. При $t = 0$ значение $t_1 = 0$.

Моделирование реакции системы на перемещение $x(t)$ в виде функций $F_m(t)$, $F_{тр}(t)$, $x_{тр}(t)$ выполнено с помощью компьютерной программы. Алгоритм моделирования включал следующие этапы: 1). Генерация случайных значений k_u , k_e , μ и $N_{тр}$. 2). Для t от 0 до T_{mod} вычисление $x(t)$, $V(t)$, $F_u(t)$, $F_e(t)$, $F_m(t)$, $x_m(t)$, $F_{тр}(t)$ по формулам (1)...(4). 3). Накопление вычисленных $x(t)$, $V(t)$, $F_u(t)$, $F_e(t)$, $F_m(t)$, $x_m(t)$, $F_{тр}(t)$ в массивах результатов. 4). М – кратный возврат к п.1 для прогона модели с новыми случайными значениями. 5). Вычисление средних значений и среднеквадратических отклонений $F_u(t)$, $F_e(t)$, $F_m(t)$, $x_m(t)$, $F_{тр}(t)$ для каждого t по накопленным массивам результатов.

Моделирование проводилось в относительных единицах для $T_{mod} = 400$ отсчетов, $T = 360$ отсчетов дискретной переменной t .

Т а б л и ц а 1

Параметр	A	r	k_u	k_e	μ	$N_{тр}$
Среднее	1	1	0,001	0,01	0,25	0,01
Коэффициент вариации	-	-	0,3	0,3	0,5	0,5

Базовые средние значения и коэффициенты вариаций параметров приведены в табл.1. Некоторые из них варьировались для исследования их влияния на величину силы $F_{тр}(t)$ и перемещение $x_m(t)$. Очевидно, что если максимальная сила трения $F_{тр}(t) = \mu N_{тр}$ превышает по абсолютной величине возможные значения силы сопротивления деформации $F_m(t)$, то деформация системы описывается только линейными упругим и эластическим элементами.

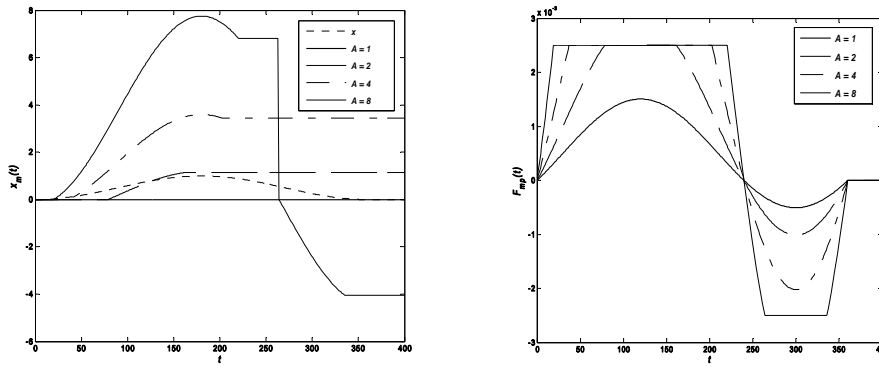


Рис. 2

На рис.2, где представлено изменение усредненных по $M = 1000$ элементам значения силы $F_{тр}(t)$ и перемещения $x_m(t)$ при $A=1; 10; 100$, полученных при нулевых значениях коэффициентов вариации случайных величин, видно, как при увеличении амплитуды деформации начинает проявляться нелинейный характер влияния

ньютоновского трения.

Во 2-м эксперименте получены зависимости тех же величин при $A = 4$ и значениях коэффициентов вариации CV_{μ} и $CV_{N_{тр}}$, равных по 10%, по 20% и по 50%. Рост коэффициентов вариации ведет к сглаживанию кривых (рис. 3).

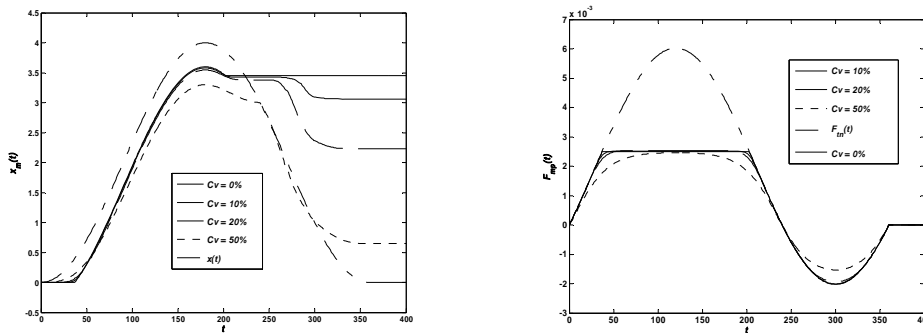


Рис. 3

В рассматриваемом случае линейность системы преобразования деформации $x(t)$ в силу сопротивления $F_{тр}(t)$ проще всего проверить, увеличивая $x(t)$ за счет увеличения амплитуды $A = 1; 2; 4; 8; 16$ – в вы-

ражениях (3) и отслеживая при этом изменения $x_m(t)$ и $F_{тр}(t)$. При этом все коэффициенты вариации $CV_{k_{\mu}}$, $CV_{k_{\epsilon}}$, CV_{μ} и $CV_{N_{тр}}$ принимались равными 30%.

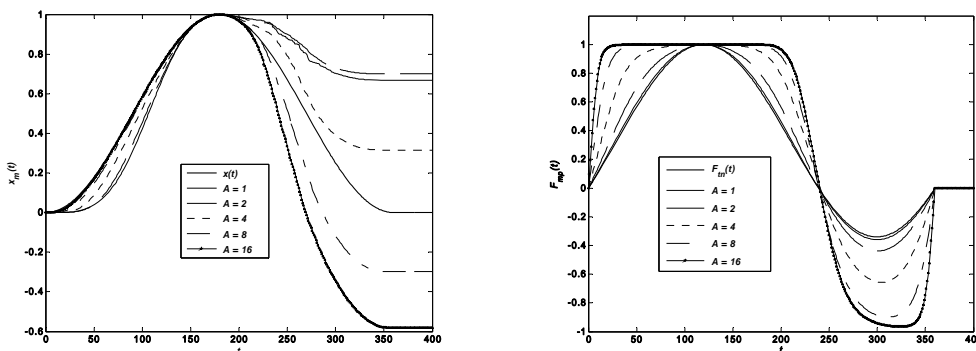


Рис. 4

Полученные зависимости приведены на рис.4. Ординаты отмасштабированы к максимуму, равному единице.

Очевидно, что для линейных систем в этом случае все кривые на графике должны сливаться в одну кривую. Однако различие между кривыми остается достаточно существенным, что говорит о значимости роли нелинейности ньютоновского трения даже при наличии случайного разброса параметров и невозможности линеаризации этого типа сопротивления волокнистого материала деформационным нагрузкам.

Отметим, что если соотношение долей линейных (упругой и эластической) составляющих в общей силе деформации меняется, то это сказывается на форме кривых, описывающих изменения перемещения $x_m(t)$ и силы сопротивления $F_{тр}(t)$ во времени, но это не меняет выводов о возможности линеаризации сил ньютоновского трения.

ВЫВОДЫ

1. Целостность практически всех продуктов, образованных из волокон, и изделий, изготовленных из этих продуктов, обеспечивается, в первую очередь, силами ньютоновского трения, которые описываются существенно нелинейными законами.

2. Вероятностная природа свойств волокон и их взаимодействия приводят к тому, что силы ньютоновского трения также описываются случайными величинами.

3. Усреднение сил сопротивления деформации с учетом сил ньютоновского трения и их вероятностного разброса не устраняет нелинейный характер взаимосвязи величины деформации и сил сопротивления этой деформации. В силу этого при моделировании технологических процессов формирования волокнистых продуктов (ленты, ровницы, пряжи) и изделий из них (тканых или трикотажных полотен) или исследованиях прочностных характеристик этих волокнистых материалов необходимо использовать нелинейные модели взаимодействия между собой волокон и волокнистых продуктов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крагельский И.В. Трение и износ. – М.: Машиностроение, 1968.
2. Севостьянов А.Г., Севостьянов П.А. Моделирование технологических процессов (в текстильной промышленности). – М.: Легкая и пищевая промышленность. – 1984.
3. Капитанов А.Ф. Фрикционные процессы в прядении. – Ч. 2. Силовые поля. – М.: МГТУ им. А.Н. Косыгина. 2006.

Рекомендована кафедрой информационных технологий и вычислительной техники. Поступила 03.09.07.