

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ВОЛОКНИСТОГО МАТЕРИАЛА В ТРЯСИЛЬНЫХ МАШИНАХ С НИЖНИМ ГРЕБЕННЫМ ПОЛЕМ*

И.А. ШИРШОВ

(Костромской государственной технологической университет)

Математическое описание закономерности взаимодействия материала с иглами гребенных валиков в трясильной машине с нижним гребенным полем является актуальной задачей, так как позволяет установить влияние различных факторов на характер движения материала в процессе обработки.

Известна работа Ю.Н.Тарунина, посвященная математическому описанию движения материала в трясильных машинах [1]. Однако в ней не учитываются возможность движения материала к оси гребенного валика, силы аэродинамического сопротивления движению материала, закон перемещения иглы принят гармоническим, а решение дано в виде рядов, что не позволяет проследить влияние различных параметров на перемещение материала. Анализ сил, действующих на материал, перемещающийся по вращающейся с постоянной угловой скоростью плоскости, приводится в работе В.А.Дьячкова [2], однако в ней не рассматриваются силы аэродинамического сопротивления.

Задачей исследования является построение модели, описывающей перемещение материала в гребенном поле трясильной машины с нижним гребенным полем, под действием приложенных к нему сил.

Для решения этой задачи рассмотрим взаимодействие участка слоя М с иглами гребенного поля. Под участком слоя М будем понимать часть слоя обрабатываемого материала, ограниченную по высоте – толщиной слоя, по длине – расстоянием между осями гребенных валиков, по ши-

рине – расстоянием между соседними иглами одного гребенного валика.

Допустим, что участок слоя М насажен на иглу, а центр его масс имеет скорости и ускорения точки иглы, взаимодействующей с ним. Допустим также, что этот участок слоя не взаимодействует с решеткой, а также не испытывает воздействия со стороны соседних участков слоя.

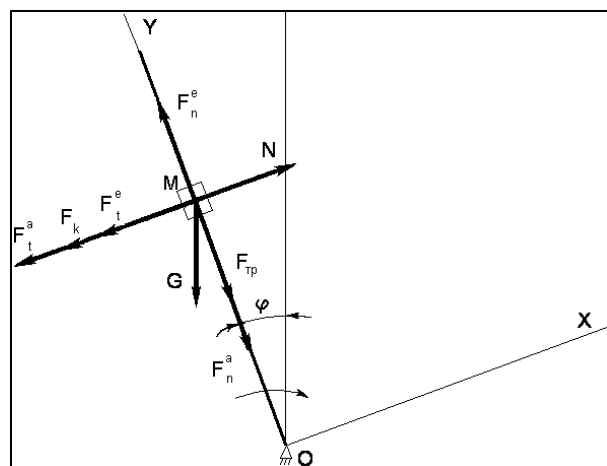


Рис. 1

На рис. 1 показаны силы, действующие на участок слоя М. Здесь обозначено: G – вес участка слоя М; N – реакция иглы; $F_{тр}$ – сила трения; F_k – кориолисова сила инерции; F_n^e – нормальная составляющая силы инерции; F_t^e – тангенциальная составляющая силы инерции; F_n^a – сила аэродинамического сопротивления, действующая перпендикулярно игле; F_t^a – сила аэродинамического сопротивления, действующая вдоль иглы; φ – угол отклонения иглы от вертикального положения.

* Работа выполнена под руководством проф., докт. техн. наук В.А. Дьячкова.

В полярной системе координат OY , φ , где ось OY связана с иглой, составим дифференциальные уравнения движения участка слоя M в проекциях на оси X и Y :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = N - Ft^e - Fk - Ft^a - mg \sin(\varphi), \quad (1)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = Fn^e \pm F_{тр} \pm Fn^a - mg \cos(\varphi). \quad (2)$$

Знак \pm использован для обозначения зависимости направления действия сил трения и аэродинамического сопротивления перемещению, направленных вдоль иглы, от направления движения материала.

Так как участок слоя M насажен на иглу, перемещения по оси OX будут равны 0, следовательно, имеем:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0.$$

Тогда из уравнения (1) находим:

$$N = Ft^e + Fk + Ft^a + mg \sin(\varphi). \quad (3)$$

При этом сила трения определится как

$$F_{тр} = Nf = f(Ft^e + Fk + Ft^a + mg \sin(\varphi)). \quad (4)$$

Подставив значение силы трения в уравнение (2), получим

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = Fn^e \pm f(Ft^e + Fk + Ft^a + mg \sin(\varphi)) \pm Fn^a - mg \cos(\varphi), \quad (5)$$

где

$$Fn^e = m\omega^2; \quad (6)$$

$$Ft^e = m\omega\varepsilon; \quad (7)$$

$$Fk = 2m\omega Vr = 2m\omega \frac{dy}{dt}; \quad (8)$$

$$Ft^a = \frac{\rho_b CS(\omega y)^2}{2} [3]; \quad (9)$$

$$Fn^a = \frac{\rho_b CS \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}{2}, \quad (10)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} \mp 2f\omega \frac{dy}{dt} + (\pm f\varepsilon - \omega^2)y = \mp fg \sin(\varphi) - g \cos(\varphi) \mp f \frac{\rho_b CS(\omega y)^2}{2} \mp \frac{\rho_b CS \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}{2}. \quad (11)$$

Уравнение (11) является искомым, описывает движение участка слоя M при его взаимодействии с иглой и представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение второй степени с переменными коэффициентами. Возможности современной вычислительной техники позволяют решить уравнение (11) с достаточной точностью итерационным методом.

где m – масса участка слоя M , кг; ε – угловое ускорение иглы, c^{-2} ; ω – угловая скорость иглы, c^{-1} ; φ – угловая координата иглы, рад; ρ_b – плотность воздуха, $кг/м^3$; S – площадь миделевого сечения участка слоя M , $м^2$; C – безразмерный коэффициент аэродинамического сопротивления, зависящий от формы тела (участка слоя M).

Подставив (6)...(10) в (5) и разделив на m , получим

Для этого воспользуемся определением производной – $\frac{dy}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y + \Delta y}{\Delta t}$ при $\Delta t \rightarrow 0$,

$\Delta t = 2\pi/kw$, где w – частота вращения кривошипа; k – количество итераций. Например, при $\Delta t = 10^{-5}c$ ошибка вычислений в сравнении с результатами вычисления 1-й производной программой MathCad составляет 0...0,3%, 2-й производной – 0...1%, что является приемлемым для практических расчетов.

Исходя из этого первая производная запишется в виде:

$$\frac{dy_i}{dt} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t}, \quad (12)$$

вторая производная:

$$\frac{d^2y_i}{dt^2} = \frac{\frac{dy_{i+1}}{dt} - \frac{dy_i}{dt}}{\Delta t},$$

или, с учетом (12):

$$\frac{d^2y_i}{dt^2} = \frac{\frac{y_{i+2} - y_{i+1}}{\Delta t} - \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t}}{\Delta t}.$$

$$\begin{aligned} & \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{\Delta t^2} \mp 2f\omega_i \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} \pm (f\varepsilon_i - \omega_i^2)y_i = \\ & = \mp fg \sin(\varphi_i) - g \cos(\varphi_i) \mp f \frac{\rho_B CS(\omega_i y_i)^2}{2} \mp \frac{\rho_B CS\left(\frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t}\right)^2}{2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Решение уравнения сводится к нахождению координаты y_{i+2} в каждый момент времени $t_i + 2\Delta t$. Для удобства вычисления

следующей координаты заменим $i+2=n$, $i+1=n-1$, $i=n-2$.

Тогда из уравнения (14) получим

$$\begin{aligned} y_n = & \mp fg \sin(\varphi_{n-2}) \Delta t^2 - g \cos(\varphi_{n-2}) \Delta t^2 \mp f \frac{\rho_B CS(\omega_{n-2} y_{n-2})^2}{2} \Delta t^2 \mp \frac{\rho_B CS\left(\frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{\Delta t}\right)^2}{2} \Delta t^2 + \\ & + 2y_{n-1} - y_{n-2} \pm 2f\omega_{n-2} (y_{n-1} - y_{n-2}) \Delta t \mp (f\varepsilon_{n-2} - \omega_{n-2}^2) y_{n-2} \Delta t^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Перед вычислением координаты y_n определяется направление действия сил трения и аэродинамического сопротивления путем сравнения силы тяжести с нормальной составляющей силы инерции на единицу массы материала:

$$\omega_{n-2}^2 y_{n-2} \geq g \cos(\varphi_{n-2}). \quad (16)$$

Направление действия силы трения будет противоположно действию большей из сравниваемых величин.

При первой итерации значение координаты y_n задается как начальная координата участка слоя М. При второй – координата y определяется по значению начальной скорости V_0 как

$$y_n = V_0 \Delta t + y_{n-1}.$$

При дальнейших итерациях координата точки y_n вычисляется по зависимости (10). При каждом следующем цикле вычисления y_n значения координат y_{n-1} и y_{n-2} берутся из предыдущего цикла вычисления.

После упрощения имеем

$$\frac{d^2y_i}{dt^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{\Delta t^2}, \quad (13)$$

где y_i, y_{i+1}, y_{i+2} – координаты точки в момент времени $t_i, t_i + \Delta t, t_i + 2\Delta t$ соответственно, где i – порядковый номер итерации.

С учетом (12) и (13) уравнение (11) запишется в виде

Учитывая, что сила трения всегда меньше сдвигающей силы [4], перед вычислением координаты y_n необходимо проверить неравенство

$$|F_{\text{тр}}| \leq |F_{\text{сдв}}|,$$

или

$$\left| 2f\omega_{n-2} \frac{y_n - y_{n-1}}{\Delta t} + f\varepsilon_{n-2} y_{n-2} + fg \sin(\varphi_{n-2}) + f \frac{\rho_B CS (\omega_{n-2} y_{n-2})^2}{2} \right| \leq \left| \omega_{n-2}^2 y_{n-2} - g \sin(\varphi_{n-2}) \right|. \quad (17)$$

В случае если неравенство (17) верно, то принимается вычисленная координата y_n . В противном случае перемещение принимается нулевым и координата берется из предыдущего цикла $y_n = y_{n-1}$.

Описанный выше алгоритм может быть реализован средствами любого языка программирования.

Проследим для трясильной машины ТГ-135Л перемещение материала вдоль иглы при ее смещении на величину угла размаха.

Примем:

угол опережения $\alpha = 15^\circ$;

длина иглы $L = 0,289$ м;

частота вращения ведущего вала машины $\omega = 26$ рад/с;

коэффициент трения волокна об иглу $f = 0,2$;

плотность воздуха $\rho = 1,2$ кг/м³;

площадь миделевого сечения участка слоя $M S = 0,0025$ м²;

коэффициент аэродинамического сопротивления $C = 1$;

начальное положение участка слоя $M y_0 = 0,25$ м;

начальная скорость участка слоя $M V_0 = 0$ м/с;

интервал изменения времени $\Delta t = 1,2 \cdot 10^{-5}$ с.

Параметры φ , ω , ε вычисляются для каждого положения иглы по известным зависимостям [5].

На рис. 2 показано перемещение материала вдоль иглы при ее смещении на величину угла размаха.

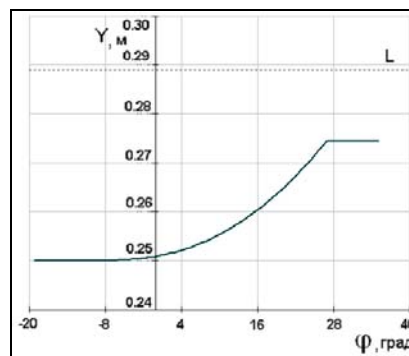


Рис. 2

ВЫВОДЫ

Разработанная математическая модель взаимодействия участка слоя M с иглой гребенного валика трясильных машин с нижним гребенным полем позволяет определять его траекторию движения при различных параметрах процесса трясения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тарунин Ю.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1965, №5. С41...45.
2. *Дьячков В.А.* Проектирование машин для первичной обработки лубяных волокон: Учебник. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кострома : Изд-во Костром. гос. технол. ун-та, 2006.
3. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978.
4. *Старжинский В.М.* Теоретическая механика: Учебник. Краткий курс по полной программе втузов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980.
5. *Дьячков В.А., Ширинов И.А.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, №6. С.32...48.

Рекомендована кафедрой технологии производства льняного волокна. Поступила 20.03.08.