УДК 658.147.2

МИНИМИЗАЦИЯ ЗАЧЕТА ВЗАИМНЫХ ДОЛГОВ ПРЕДПРИЯТИЙ ДЛЯ ПРЕДОТВРАЩЕНИЯ КРИЗИСА НЕПЛАТЕЖЕЙ В ФИНАНСОВО-ПРОМЫШЛЕННЫХ ГРУППАХ

В. П. ЩЕРБАКОВ, Л. Е. ЗЕРНОВА, Е. С. ЕРОХИН

(Московский государственный текстильный университет имени А.Н. Косыгина)

Любая экономическая система включает в себя большое число предприятий, обменивающихся между собой товарами и услугами. Взаимосвязанность всех звеньев экономической системы в первую очередь проявляется при проведении расчетов между предприятиями и фирмами за поставленную продукцию. Если поставки и платежи за них происходят своевременно (или одновременно), то с точки зрения финансового обращения экономической системе ничего не грозит. Для продолжения своей деятельности предприятиям нет необходимости ни использовать значительную часть своих финансовых ресурсов, находящихся на банковских счетах, ни продавать основные фонды. Но реально между поставкой товара и его оплатой (либо предоплатой всего товара или его части и следующей за ней поставкой) всегда имеется задержка во времени. При небольших лагах небольших партий товара (или небольших денежных сумм) предприятия на короткое время привлекают небольшую часть своих свободных финансов, а затем пополняют их из получаемых от своих партнеров платежей.

Однако возможно состояние, когда время задержки платежей (поставок) становится сравнимым со временем оборота финансов, а абсолютное значение невыполненных платежей или поставок – сопоставимым с объемом свободных оборотных средств предприятий. Возникает так называемый кризис неплатежей, способный привести к серьезному кризису всей экономической системы. Предприятие, не получившее деньги за поставленную продукцию, не может расплатиться со своими поставщиками. В свою очередь поставщики не расплачиваются со своими клиентами, те – со своими и т. д. Возникают длинные цепочки неплатежей. Они могут состоять из N звеньев, а их общее число достигать величины порядка N! (N – общее число предприятий). Сумма абсолютных величин долгов по всем цепочкам может превышать свободные средства предприятий и даже становиться сравнимой со стоимостью их основных фондов. Здесь имеется в виду именно сумма абсолютных долгов, так как любое предприятие одновременно может быть как дебитором, так и кредитором. Система заходит в тупик – предприятия или должны прекратить производство, или снова занять друг у друга средства, увеличив суммарный взаимный долг.

Любая финансово-промышленная группа, действующая в текстильной и легкой промышленности, включает в себя много звеньев. Она может быть организована в виде технологической цепочки (от производства хлопка до выпуска и реализации готовых швейных и трикотажных изделий), а может иметь усеченный с точки зрения производственных возможностей, но более разветвленный вид (например, выпускать из купленной у поставщиков пряжи суровые и готовые ткани и иметь разветвленную систему торговых организаций, реализующих эту продукцию). Тем не менее, в любой из таких систем между предприятиями (фирмами) образуются дебиторско-кредиторская задолженность, возникают взаимные долги. Это ухудшает финансовое состояние группы, замедляя ее развитие.

Для разрешения подобной проблемы возможен подход, когда банк, входящий в состав ФПГ, выдает всем предприятиям единовременный кредит, равный сумме всех долгов. Тогда они расплачиваются между собой и затем возвращают кредит.

Однако такая кредитная эмиссия может спровоцировать сильную инфляцию, так как производство товаров не увеличилось, а денег в обороте стало значительно больше. Кроме того, у банка может не оказаться возможностей выдавать льготные кредиты такому большому количеству предприятий. Банк может сомневаться в своевременном возврате таких значительных сумм кредитных долгов.

Рассмотрим «техническую» компоненту кризиса неплатежей, связанную с несовершенством самой процедуры расчетов. Здесь моделируются трудноформализуемые объекты с заметным вмешательством людей, а экономических, политических и других причин возникновения кризиса неплатежей здесь касаться не будем [1]. Теоретический аспект данной проблемы разработан в 1995 г. Н.Н. Калиткиным [2]. Применим теорию данного метода к задаче оптимизации взаимных долгов предприятий и фирм внутри ФПГ. Идею проблемы поясним на простом примере. Имеется система из трех предприятий. Каждое из них имеет свободные средства, равные одной условной финансовой единице, и основные фонды, равные 10 единицам. Пусть первое предприятие должно второму 100 единиц, второе должно третьему 100 единиц и третье первому тоже 100 единиц. Но движение этих денежных средств в виде долгов сопровождается выполнением работ или услуг на те же суммы. Тогда суммарный абсолютный долг предприятий равен 600 единицам. Он велик в сравнении с их фондами (30 единиц) и свободными средствами (3 единицы). Но финансовое положение системы не вызывает опасений, так как суммарный «долг» каждого предприятия в отдельности равен нулю. Очевидная процедура взаимозачета состоит в одновременном аннулировании (погашении) всех долгов: объявляется, что никто никому не должен, и предприятия продолжают свою работу в условиях освобождения от долгового бремени.

Подобную операцию нельзя реализовать для большого числа предприятий (фирм), входящих в состав ФПГ, с огромным количеством финансовых обязательств. Требуется более общий подход и для этого необходимо формализовать задачу.

Пусть экономическая система (ФПГ) состоит из N предприятий, которые могут иметь взаимные долги. Обозначим долг m-го предприятия n-му через x_{nm} $(1 \le n, m \le N)$. Тем самым условились, что $x_{nm}>0$, если m-е предприятие должно n-му, и $x_{nm}<0$ в обратном случае. Ясно, что

$$x_{nm} = -x_{nm},\ x_{nn} = 0,\ x_{mm} = 0. \quad (1)$$

Поэтому матрица долгов описывается кососимметричной матрицей размера $N \times N$ с нулевой диагональю, а $x_{mm} = x_{nn} = 0$, поскольку предприятие самому себе должно быть не может. Тогда достаточно задавать только ее поддиагональный треугольник $(1 \le m < n \le N)$, содержащий $\frac{N(N-1)}{2}$ элементов.

Сумма всех взаимных долгов вычисляется через индивидуальные долги по формуле

$$X = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} |x_{nm}|. \quad (2)$$

Величина (2) является интегральной количественной характеристикой финансового положения системы, если она сопоставима с суммой свободных средств предприятий X_0, то есть

$$X \ge X_0 = \sum_{n=1}^{N} x_n, \quad (3)$$

то описываемое неравенством (3) состояние означает кризис неплатежей. Здесь $x_n \ge 0$ – свободные средства каждого из n предприятий.

При построении математической модели процедуры взаимозачета долгов последовательно используется ряд действий, аналогичных проводимым при исследовании естественнонаучных объектов. Первое из них – отказ на определенном этапе от детального рассмотрения множества индивидуальных долгов и соответствующих связей между предприятиями. Процедура прослеживания цепочек неплатежей, примененная выше для трех предприятий, не только трудновыполнима для N предприятий, но имеет также принципиальный недостаток. Действительно, рассмотрим сначала цепочку, в которой каждое предприятие с первого по M-е $(M \le N)$ должно другому одинаковую сумму, и такую же сумму должно M-е предприятие первому (рис.1-а). Цепочка замкнута, и решение очевидно – все долги в цепочке погашаются. Пусть теперь M-е предприятие не должно первому (рис. 1-б). Тогда цепочка разомкнута, и этот метод не применим. В то же время простое решение заключается в том, что долги предприятий со второго по (M–1)-е аннулируются, а долг первого переадресовывается M-му (рис.1-в).

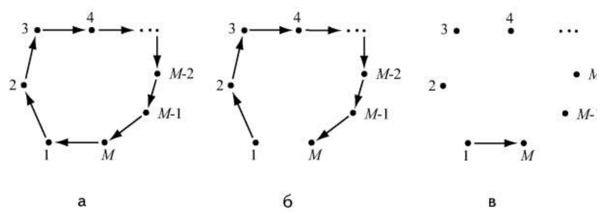

Рис.1

В отличие от ситуации с долгами в цепочках полная система долгов по всем цепочкам замкнута, так как рассматриваются взаимные долги.

Задача погашения взаимных долгов состоит в том, чтобы, зная матрицу x_{nm}, найти новую матрицу z_{nm}, для которой выполнялось бы $Z < X$. Обозначим через y_{nm} изменение каждого долга при взаимозачете. Новая матрица долгов

$$z_{nm} = x_{nm} + y_{nm}$$

является также кососимметричной. Отсюда следует, что матрица взаимозачета тоже должна быть кососимметричной:

$$y_{nm} = -y_{mn}, \;\; y_{nn} = 0 \;\; y_{mm} = 0. \qquad (4)$$

Тогда матрица Y может быть задана поддиагональным треугольником. Эта матрица должна удовлетворять одному необходимому условию: сумма долгов каждого предприятия не должна меняться при взаимозачете:

$$\sum_{m=1}^{N} x_{nm} = \sum_{m=1}^{N} \left(x_{nm} + y_{nm}\right), \; n = \overline{1}, \overline{N}.$$

Отсюда

$$\sum_{m=1}^{N} y_{nm} = 0, \; n = \overline{1}, \overline{N}. \qquad (5)$$

Теперь можно сформулировать условие оптимальности. Выберем в качестве критерия оптимальности величину абсолютных долгов

$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \left(x_{nm} + y_{nm}\right)^2. \qquad (6)$$

На целевую функцию (6) наложены ограничения (условия) в виде (4) и (5). Минимизация квадратичной формы (6) при указанных ограничениях является задачей условной оптимизации. Поиск точек на условный экстремум выполняют с помощью необходимого условия условного локального экстремума [3]. Если точка x^* является точкой условного экстремума функции $f_0(x)$ при условиях

$$f_1(x) = 0, \; l = \overline{1}, \overline{k}$$

причем функции $f_1(x) = 0$, $l = \overline{1}, \overline{k}$ непрерывно дифференцируемы в окрестности точки x^* и матрица Якоби J(x) векторной функции

$$f(x) = \left(f_1(x) \ldots f_k(x)\right)$$

в точке x^* имеет максимальный ранг k, то существуют такие множители Лагранжа $\lambda_1, \ldots \lambda_k$ что для функции Лагранжа

$$L(x) = f_0(x) + \sum_{l=1}^{k} \lambda_l f_l(x)$$

в точке x^* выполняется необходимое условие экстремума:

$$\operatorname{grad}\left(x^*\right)=0.$$

Поиск стационарных точек функции Лагранжа сводится к решению системы n+k уравнений:

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x_j}=0,\ j=\overline{1,n};$$

$$f_l(x)=0,\ l=\overline{1,k},$$

содержащей n+k неизвестных x_1, …, x_n, λ_1, …, λ_k.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование. – М.: Наука, 1997.
2. *Калиткин Н.Н.* Оптимальный взаимозачет долгов предприятий // Математическое моделирование. – 1995, №1, т. 7. С. 11…21.
3. *Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С.* Методы оптимизации. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 29.01.08.