УДК 677.08.021.16/022

ДВУХФАЗНАЯ СИСТЕМА ПЕРЕРАБОТКИ ВОЛОКНИСТЫХ ОТХОДОВ С НЕПРЕРЫВНЫМ ПОТОКОМ ТЕПЛА С ГРАДИЕНТОМ КОНЦЕНТРАЦИИ

И.В.ФРОЛОВА, С.Ю.КАПУСТИН, И.А.ЧЕБЕРЯК, Д.Е.ЖУКОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

При щадящей технологии восстановления дорогостоящего сырья, например, волокон шерсти, желательно применять эволюционный подход к переработке волокнистых отходов с возможностью разумного равновесия механической и двухфазной системы воздействия (жидкость – пар), через которую идет непрерывный поток тепла.

Вследствие тепловой диффузии в системе наряду с градиентом температуры имеет место и градиент волокнистой концентрации, когда волокнистая масса насыщена жидкостью и фактически технологическая схема соответствует диссипативной функции с общим критерием эволюции.

В связи с тем, что стенки устройства тепловлажностной обработки изолированы, можно проследить за изменением потенциала объемно-распределенных концентрированных масс и температуры лишь по оси x.

Исследуем две подсистемы, так как кинетические коэффициенты жидкой концентрированной массы и парообразной фазы значительно отличаются друг от друга.

Согласно общему критерию эволюции при выводе обобщенной диссипативной функции запишем уравнения баланса:

$$\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\rho_\alpha \upsilon_i - \frac{\partial}{\partial x_i} J_i^{(\alpha)} + \sum_{\beta=1}^{R} M_\alpha \nu_{\alpha\beta} K_\beta , \qquad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \upsilon_i}{\partial t} = -\rho\upsilon_i \frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}\pi_{ij} + \sum_{\alpha=1}^{N} \rho_\alpha F_i^{(\alpha)} , \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\rho\upsilon_i u - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \pi_{ij}\frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_j} + \sum_{\alpha=1}^{N} J_i^{(\alpha)} F_i^{(\alpha)}, \qquad (3)$$

где $J_i^{(\alpha)}$ – поток массы вещества α относительно средней массовой скорости; υ_i – составляющая скорости жидкости и система функций от x и y; M_α – молекулярный вес вещества α; K_β – скорость химической реакции; $F_i^{(\alpha)}$ – составляющая массовой силы, действующей на компонент α; q_i – составляющая теплового потока; N – число компонентов; u – внутренняя энергия на единицу массы; $\nu_{\alpha\beta}$ – стехиометрический коэффициент компонента α в химической реакции β; ν – кинематическая вязкость; ρ_α – плотность вещества α; π_{ij} – составляющая тензора давления; u – внутренняя энергия на единицу массы; q – толщина пограничного слоя.

Рассмотрение задачи состоит в том, чтобы получить общий критерий, описывающий стационарное состояние непрерывной двухфазной системы регенерации волокнистых отходов согласно основоположникам этой теории, Пригожину и Гландсдорфу, которая предусматривает распределение температуры в твердом теле, к границам которого одновременно подводится и отводится тепло. Причем температура T на границе тел не зависит от времени. Уравнениями баланса, описывающими эту систему, служат уравнения (1)…(3).

Умножаем обе стороны этих уравнений соответственно на:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\mu_\alpha}{T}\right),\ \left(\frac{1}{T}\right)\left(\frac{\partial \upsilon_i}{\partial t}\right) \text{ и } \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{1}{T}\right), \quad (4)$$

где t – время.

Изменение внутренней энергии, приходящейся на единицу массы, зависит только от изменения температуры в данной системе:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_\upsilon \frac{\partial T}{\partial t}\ , \quad (5)$$

где C_υ – удельная теплоемкость.

После умножения уравнений (1)…(3)на (4) имеем:

$$\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t}\left(-\frac{\partial}{\partial t}\frac{\mu_\alpha}{T}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\frac{\mu_\alpha}{T}\left(-\frac{\partial}{\partial x_i}\rho_\alpha \upsilon_i - \frac{\partial}{\partial x_i} J_i^{(\alpha)} + \sum_{\beta=1}^{R} M_\alpha \nu_{\alpha\beta} K_\beta\right), \quad (6)$$

$$\rho\frac{\partial \upsilon_i}{\partial t}\left(-\frac{1}{T}\frac{\partial \upsilon_i}{\partial t}\right) = \frac{1}{T}\frac{\partial \upsilon_i}{\partial t}\left(-\rho\upsilon\frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}\pi_{ij} + \sum_{\alpha=1}^{N}\rho_\alpha F_i^{(\alpha)}\right),$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{T} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{T}\left(-\frac{\partial}{\partial x_i}\rho\upsilon_i u - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \pi_{ij}\frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_i} + \sum_{\alpha=1}^{N} J_i^{(\alpha)} F_i^{(\alpha)}\right). \quad (7)$$

После этого введем функцию:

$$\psi = -\left(\frac{\rho}{T}\frac{\partial \upsilon_i}{\partial t}\frac{\partial \upsilon}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^{N}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\mu_\alpha}{T}\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} - \frac{\partial T^{-1}}{\partial t}\frac{\partial \rho u}{\partial t}\right) \le 0, \quad (8)$$

которая не может быть положительной, что подтверждается в том случае, если технологическая система находится в локальном равновесии, а функция φ служит «мерой» отклонения от стационарного состояния, если уравнения Эйлера-Лагранжа, вытекающие из вариационной формулировки вместе с граничными условиями, окажутся идентичными соответствующим уравнениям баланса.

Из термодинамики известно, что:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\mu_\alpha}{T} = \frac{\partial}{\partial T}\frac{\mu_\alpha}{T}\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{T}\frac{\partial \mu_\alpha}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{T}\sum_{\beta=1}^{N}\frac{\partial \mu_\alpha}{\partial \rho_\beta}\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t}, \quad (9)$$

где

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\mu_\alpha}{T}\right)_{p,M}=\frac{h_\alpha}{T^2}; \qquad (10)$$

$$\left(\frac{\partial \mu_\alpha}{\partial p}\right)_{T,M}=\tilde{\upsilon}_\alpha; \qquad (11)$$

h_α – парциальная удельная энтальпия $\left(\frac{\partial H}{\partial M_\alpha}\right)_{p,T,M_\beta}$; v – парциальный удельный объем $\left(\frac{\partial V}{\partial M_\alpha}\right)_{p,T,M_\beta}$; M – индекс постоянства концентраций; M_β – индекс, предполагающий, что массы всех составляющих веществ в технологическом процессе, кроме M_β, фиксированы.

Тогда равенство (9) имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\mu_\alpha}{T}=-\frac{h_\alpha}{T^2}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{1}{T}\upsilon_\alpha\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{1}{T}\sum\frac{\partial \mu_\alpha}{\partial \rho_\beta}\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t} \qquad (12)$$

По определению энтальпии h из формулы (8) имеем:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(-p+\rho h\right)=-\frac{\partial p}{\partial t}+\rho\frac{\partial h}{\partial t}+h\frac{\partial \rho}{\partial t}, \qquad (13)$$

где производная энтальпии равна:

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{\partial h}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial h}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial t}+\sum_{\alpha=1}^{N}h_\alpha\frac{\partial \omega_\alpha}{\partial t}. \qquad (14)$$

В соответствии с известными соотношениями

$$\frac{\partial h}{\partial T}=C_P \text{ и } \frac{\partial h}{\partial p}=\frac{1}{\rho}+\frac{T}{\rho^2}\frac{\partial \rho}{\partial T} \qquad (15)$$

имеем:

$$\rho\frac{\partial h}{\partial t}=\rho C_P\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{T}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial T}\frac{\partial p}{\partial t}+\rho\sum_{\alpha=1}^{N}h_\alpha\frac{\partial \omega_\alpha}{\partial t}. \qquad (16)$$

После подстановки (16) в (13) получим:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t}=\rho C_p\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{T}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho\sum_{\alpha=1}^{N}h_\alpha\frac{\partial \omega_\alpha}{\partial t}+h\frac{\partial \rho}{\partial t}. \qquad (17)$$

Величина ψ, очевидно, меньше или равна нулю. Положительна только теплоемкость C_P при постоянном давлении, что следует из термодинамической устойчивости.

Тогда, учитывая функцию (8) и соотношение (17), после преобразования получим:

$$\psi=-\frac{\rho}{T}\frac{\partial\upsilon_i}{\partial t}\frac{\partial\upsilon_i}{\partial t}+\frac{1}{T^2}\sum_{\alpha=1}^{N}h_\alpha\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial t}-\frac{1}{T}\sum_{\alpha=1}^{N}\tilde{\upsilon}_\alpha\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{1}{T}\sum_{\alpha,\beta=1}^{N}\frac{\partial\mu_\alpha}{\partial\rho_\beta}\frac{\partial\rho_\beta}{\partial t}\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}-$$

$$-\frac{1}{T^2}\rho C_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2-\frac{1}{\rho T}\frac{\partial\rho}{\partial T}\frac{\partial p}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial t}-\frac{\rho}{T^2}\sum_{\alpha=1}^{N}h_a\frac{\partial\omega_\alpha}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial T}-\frac{h}{T^2}\frac{\partial\rho}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial t}. \qquad (18)$$

Преобразуем второй член уравнения (18):

$$\frac{1}{T^2}\sum_{\alpha=1}^{N}h_a\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}=\frac{1}{T^2}\sum_{\alpha=1}^{N}h_a\frac{\partial}{\partial t}\omega_\alpha\rho=\frac{1}{T^2}\frac{\partial\rho}{\partial t}h+\frac{\rho}{T^2}\sum_{\alpha=1}^{N}h_\alpha\frac{\partial\omega_\alpha}{\partial t}.$$

Тогда ψ будет иметь вид:

$$\psi=-\frac{\rho}{T}\frac{\partial\upsilon_i}{\partial t}\frac{\partial\upsilon_i}{\partial t}-\frac{1}{T}\sum_{\alpha=1}^{N}\tilde{\upsilon}_\alpha\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{1}{T}\sum_{\alpha,\beta=1}^{N}\frac{\partial\mu_\alpha}{\partial\beta_\alpha}\frac{\partial\rho_\beta}{\partial t}\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}-\frac{1}{T^2}\rho C_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2-\frac{1}{\rho T}\frac{\partial p}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial t}. \qquad (19)$$

Сумма второго члена соотношения (19) ориентировочно равна:

$$\sum_{\alpha=1}^{N}\tilde{\upsilon}_\alpha\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}=\tilde{V}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho\sum_{\alpha=1}^{N}\tilde{\upsilon}_\alpha\frac{\partial\omega_\alpha}{\partial t}, \qquad (20)$$

где $\tilde{V}=\frac{1}{\rho}$ – удельный объем.

Используя соотношение (20) и равенство:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\frac{1}{\tilde{V}^2}\frac{\partial\tilde{V}}{\partial t}=-\frac{1}{\tilde{V}^2}\left[\left(\frac{\partial\tilde{V}}{\partial T}\right)_{p,M}\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\frac{\partial\tilde{V}}{\partial p}\right)_{T,M}\frac{\partial p}{\partial t}+\sum_{\alpha=1}^{N}\tilde{\upsilon}_\alpha\frac{\partial\omega_\alpha}{\partial t}\right],$$

после подстановки в формулу (18) получаем:

$$\psi=\left\{-\frac{\rho}{T}\frac{\partial\upsilon_i}{\partial t}\frac{\partial\upsilon_i}{\partial t}+\frac{\rho}{T}\left[\left(\frac{\partial\tilde{V}}{\partial T}\right)_{p,M}\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\frac{\partial\tilde{V}}{\partial p}\right)_{T,M}\frac{\partial p}{\partial t}\right]\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{1}{T}\sum_{\alpha,\beta=1}^{N}\frac{\partial\mu_\alpha}{\partial\rho_\beta}\frac{\partial\rho_\beta}{\partial t}\frac{\partial\rho_\alpha}{\partial t}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{T^2}\rho C_p\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2-\frac{1}{\rho T}\frac{\partial\rho}{\partial T}\frac{\partial p}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial t}\right\}. \qquad (21)$$

Для окончательного утверждения, что функция (21) справедлива лишь в том случае, если технологическая система находится в локальном равновесии, требуется подставить термодинамическое соотношение:

$$C_\upsilon-C_p=\frac{\left(\partial\tilde{\upsilon}\right)^2_{p,M}}{\left(\frac{\partial\tilde{V}}{\partial p}\right)_{T,M}} \qquad (22)$$

и выражение для изотермической сжимаемости:

$$\chi = -\frac{1}{\tilde{V}}\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial p}\right)_{T,M} = -\rho\left(\frac{\partial \tilde{V}}{\partial p}\right)_{T,M}, \qquad (23)$$

следовательно, после подстановки получим окончательное выражение функции ψ:

$$\psi_{Т.У.} = -\frac{\rho}{T}\frac{\partial \upsilon_i}{\partial t}\frac{\partial \upsilon_i}{\partial t} - \frac{\rho^2}{\chi T}\left(\frac{\chi}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2 - \frac{1}{T}\sum_{\alpha,\beta=1}^{N}\frac{\partial \mu_\alpha}{\partial \rho_\beta}\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t}\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} - \frac{1}{T^2}\rho C_\upsilon\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2. \qquad (24)$$

Функция $\psi_{Т.У.}$ в силу термодинамической устойчивости не принимает положительных значений вблизи состояния локального равновесия, так как:

$$C_\upsilon > 0,\ \chi > 0,\ \sum_{\alpha,\beta=1}^{N}\frac{\partial \mu_\alpha}{\partial \rho_\mu}\frac{\partial \rho_\beta}{\partial t}\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} > 0,$$

следовательно, искомый результат: $\psi \le 0$.

В Ы В О Д Ы

Таким образом, общий критерий, полученный при описании стационарного состояния непрерывной двухфазной системы регенерации волокнистых отходов, фактически подтверждает правильность выбранной технологической схемы и соответствует диссипативной функции с общим критерием эволюции.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 11.01.08.