УДК 677.017

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ДЛЯ УСКОРЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

С.М. КИРЮХИН

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Целью работы является теоретическое обоснование ускоренных испытаний для оценки показателей качества текстильных материалов.

Как известно [1], наиболее исчерпывающей информацией о результатах испытаний физической величины является эмпирическое распределение – статистическая модель исследуемого показателя и его основные характеристики: среднее, дисперсия, коэффициент вариации, моменты, асимметрия и эксцесс и др.

В теории надежности с использованием эмпирического распределения известны методы, которые позволяют оценить вероятность отказа или его отсутствие, то есть появление случайной величины путем проведения испытаний неполной выборки. Методика такой оценки сводится к следующему [2]. Берут выборку объемом n, задают наработку x, например число циклов до истирания, которое должен выдержать материал до разрушения, отмечают число образцов или проб m, разрушившихся в заданном режиме, и подсчитывают вероятность отказа по формуле:

$$F(x) = 1 - \left(1 + \frac{m+1}{n-m} F_{p,\nu_1,\nu_2}\right)^{-1}, \quad (1)$$

где $F_{p,\nu_1,\nu_2} - F$ – распределение для доверительной вероятности p и числа степеней свободы $\nu_1 = 2(n-m)$ и $\nu_2 = 2(m+1)$.

Такие испытания еще называют "непараметрическими испытаниями с односторонней оценкой", так как надежность в этом случае определяется независимо от статистической модели – закона распределения отказов – случайной величины и без учета неизвестных параметров: среднего, дисперсии и др.

Воспользоваться данной методикой при испытаниях и оценке качества текстильных материалов можно следующим образом.

Пусть для какого-либо показателя качества текстильных материалов, экспериментальное определение которого требует значительного времени, установлена норма H_x.Такое положение имеет место при оценке и контроле качества текстильных материалов по стандартам или при проведении сертификационных испытаний.

Испытания начинают и проводят до тех пор, пока для одного из образцов или проб, взятых в выборку, наступит отказ – разрушение или достижение каким-либо исследуемым показателем критического значения. Разрушение одного образца или пробы в выборке при длительных испытаниях, например, определение стойкости к многократным деформациям или истиранию, занимает в десятки, а то и в сотни раз меньше времени, чем разрушение всех образцов или проб, взятых в выборку. Возможен случай, когда при наработке $x=H_x$ отказа не произошло. В этом случае также останавливают испытания и считают число отказов m=0. По формуле (1) подсчитывают вероятность отказа F(x) или вероятность безотказной работы P(x)=1-F(x). Например, если имеем n = 5; m = 0; $\upsilon_1 = 2(5-0) = 10$; $\upsilon_2 = 2(0+1)=2$; $F_{0,95} = 0{,}244$ и

$$F(x) = 1 - (1 + \frac{0+1}{5-0} 0,244)^{-1} = 1 - (1,05)^{-1} \approx 0,05.$$

Соответственно вероятность отсутствия отказа будет равна P(x)=1-0,05=0,95, то есть для заданной наработки $x=H_x$ с вероятностью 0,95, не менее 95% образцов или проб исследуемого материала будут иметь контролируемый показатель, равный установленной норме. Таким образом, оценка материала по данному показателю будет положительной.

В табл. 1 приведены значения F(x), подсчитанные по формуле (1) для разных объемов выборки n и числа отказов m.

Таблица 1

Объем выборки n / Число отказов m	3	5	10	20	30	50
0	0,06	0,05	0,03	0,01	0,01	0,01
1	0,14	0,12	0,07	0,04	0,03	0,02
2	0,12	0,19	0,12	0,07	0,04	0,03

В случае, если первый отказ наступил при $x_1 \lhd H_x$, также подсчитывают F(x). Имеем для предыдущего примера n=5; m=1; $\nu_1 = 2(5-1) =$; $\nu_2 = 2(1+1) =$. По приведенной табл. 1 находим $F_{0,95} = 0,261$ и вероятность отказа $F(x_1) = 1 - (1 + \frac{1+1}{5-1} 0,261) \approx 0,12$, соответственно вероятность отсутствия отказа $P(x_1)=0,88$. То есть в этом случае с вероятностью 0,95 можно утверждать, что 88% образцов или проб исследуемого материала будут иметь значения контролируемого показателя не менее x_1. Если норма установлена для индивидуального значения, то оценка такого материала может быть принята по соглашению сторон, например, между поставщиком и заказчиком, или по усмотрению контролера-исследователя.

Если норма установлена для среднего значения $H_{\bar{x}}$, что чаще всего имеет место при контроле и оценке показателей качества текстильных материалов, то следует продолжить испытания до второго отказа при наработке $x_2 \rhd x_1$. Второй отказ – полученный результат при длительных испытаниях, например, стойкости ткани к истиранию или многоцикловых испытаниях волокон и нитей, также будет получен намного быстрее, чем при доведении до разрушения всех образцов или проб, взятых в выборку. Для разбираемого примера имеем n=5; m=2; $\nu_1 = 6$; $\nu_2 = 6$; $F_{0,95} = 0,233$ и $F(x_2)=0,19$, а $P(x_2)=0,81$. Если $x_2 \rhd H_{\bar{x}}$, то при $0,81x_2 \geq H_{\bar{x}}$ можно утверждать, что среднее контролируемого показателя исследуемого материала соответствует норме $H_{\bar{x}}$. Значения F(x), подсчитанные по формуле (1) для различных объемов выборки n; m=1 и m=2, приведены в табл. 1. Если такое равенство не наблюдается, то можно продолжить испытания до третьего отказа, определить $P(x_3)$ и сравнить $P(x_3) \cdot x_3$ с $H_{\bar{x}}$ и т.д. Правда, в этом случае экономия времени при длительных испытаниях текстильных материалов может быть незначительной.

При определенных допущениях величину среднего значения $\bar{x}$ можно определить и по результатам двух отказов. При этом необходимо знать закон распределения исследуемого показателя и считать, что основные параметры этого закона являются постоянными. Допустим, в разбираемом примере показатель качества x имеет нормальное распределение. Тогда вероятности первого и второго отказа будут определять как

$$F(x_1) = F_0\left(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma_x}\right) \text{ и } F(x_2) = F_0\left(\frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma_x}\right), \quad (2)$$

где F_0 – функция нормированного и центрированного нормального закона; $\bar{x}$ и σ_x – среднее и среднеквадратическое отклонение.

Или имеют место следующие равенства:

$$\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma_x} = u_{F_1} \quad \text{и} \quad \frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma_x} = u_{F_2}, \qquad (3)$$

где u_F – квантили нормального закона распределения (приведенная величина), соответствующие вероятности; F – появление отказа.

Принимая $\bar{x}$ и σ_x постоянными, зная x_1 и x_2, считая, что F_1 и F_2 соответствуют вероятностям, подсчитанным по формуле (1), можно определить $\bar{x}$ и σ_x.

Допустим, в разбираемом примере первому отказу соответствует наработка x_1=8 тыс.циклов, а второму x_2=11 тыс.циклов. Значения функции отказов, найденные по формуле (1) при n=5, соответственно равны $F(x_1)$=0,12 и $F(x_2)$=0,19 (см. табл. 1). Распределение x – нормальный закон. Тогда имеем $u_{0,12} \cong -1{,}18$, $u_{0,19} \cong -0{,}88$ и уравнения (3) запишутся как $8 - \bar{x} = -1{,}18\sigma_x$; $11 - \bar{x} = -0{,}88\sigma_x$. Решая эти уравнения, находим σ_x=10 тыс.циклов и $\bar{x} = 19{,}8$ тыс.циклов.

При многоцикловых испытаниях и определении стойкости к истиранию текстильных материалов распределение результатов, как правило, отличается от нормального закона и приближается к логарифмически нормальному закону или распределению Вейбулла [1]. Если принимается статистическая модель этих законов, то уравнение приведенной по формуле (3) будет иметь вид:

– для логарифмически нормального закона:

$$\frac{\lg x - \bar{z}}{\sigma_z} = u_F, \qquad (4)$$

где x – случайная величина – исследуемый показатель; $\bar{z}$ и σ_z – среднее и среднеквадратическое отклонение, найденные по логарифмам x; u_F – квантиль нормального закона для вероятности F.

Среднее $\bar{x}$ и среднеквадратическое отклонение σ_x могут быть найдены с использованием соотношений:

$$\lg \bar{x} = \bar{z} + 1{,}15\sigma_z^2 \text{ и } \sigma_x = \bar{x}\sqrt{(\bar{x}/k)^2 - 1}, \qquad (5)$$

где k – антилогарифм величины $\bar{z}$.

Допустим, в предыдущем примере x имеет логарифмически нормальное распределение. По формуле (4) запишем уравнения для первого и второго отказа: $\lg 8 - \bar{z} = -1{,}18\sigma_z$ и $\lg 11 - \bar{z} = -0{,}88\sigma_z$. Решая эти уравнения, находим $\sigma_z = 0{,}46$, $\bar{z} = 1{,}445$, и по формулам (5) определяем: $\lg x = 1{,}445 + 1{,}15(0{,}46)^2 = 1{,}688$; $\bar{x}$=48,8 тыс.циклов; $\sigma_x = 48{,}8\sqrt{(48{,}8/27{,}9)^2 - 1} \approx 70{,}0$ тыс.циклов.

– для распределения x, соответствующего закону Вейбулла, имеем уравнение приведенной

$$u_{1-F} = 2{,}38(\lg a - \lg x), \qquad (6)$$

где a и b – параметры распределения.

Значения u_{1-F} берутся по специальным таблицам в зависимости от P=1-F – вероятности отсутствия отказа.

Значения $\bar{x}$ и σ_x в этом случае можно найти как:

$$\bar{x} = k_1 a \text{ и } \sigma_x = k_2 a, \qquad (7)$$

где k_1 и k_2 берутся по специальным таблицам в зависимости от величины параметра b.

Пусть для разбираемого примера x имеет распределение Вейбулла. Уравнения приведенной, соответствующие первому и второму отказу, запишутся как $2{,}06 = 2{,}3b(\lg a - \lg 8)$ и $1{,}54 = 2{,}3b(\lg a - \lg 11)$, откуда $b \cong 1{,}64$ и $a \cong 28{,}1$, $k_1 \approx 0{,}90$ и $k_2 \approx 0{,}5$, соответственно $\bar{x} = 25{,}3$ тыс. циклов и $\sigma_x = 14{,}0$ тыс.циклов.

Полученные таким образом значения среднего $\bar{x}$ можно сравнивать с установленной нормой или использовать при сравнительной оценке соответствующих показателей качества исследуемых текстильных материалов.

ВЫВОДЫ

Предлагаемая методика ускоренных испытаний за счет использования неполной выборки позволяет существенно экономить время получения необходимого объема информации при оценке показателей качества текстильных материалов, испытание которых требует продолжительного времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Соловьев А.Н., Кирюхин С.М.* Оценка и прогнозирование качества текстильных материалов. – М., 1984.

2. Справочник по надежности. Под редакцией Левина Б.Р. – Том 1. – М., 1969.

Рекомендована кафедрой текстильного материаловедения. Поступила 02.10.07.