УДК 677. 021.163

ЭФФЕКТИВНОСТЬ РЕГЕНЕРАЦИИ ТЕКСТИЛЬНЫХ ОТХОДОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЙ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ОГРАНИЧИТЕЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

В.Д. ФРОЛОВ, И.В. ФРОЛОВА, С.П. ШВИДКЫЙ, С.Ю. КАПУСТИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

Эффективность регенерации текстильных отходов при обработке дорогостоящего сырья напрямую связана с сохранением их первоначальных физико-механических свойств. В практических условиях приходится сталкиваться с задачей построения оптимального решения в рамках определенных ограничений при решении вариационных задач с дополнительными ограничительными условиями.

В частности, будем искать функцию y(x), реализуя экстремум интеграла:

$$I = \int_{x}^{x_2} F\left[x, y(x), y(x)\right] dx, \qquad (1)$$

и удовлетворяющую дополнительному условию:

$$I = \int_{x_1}^{x_2} G\left[x, y(x, y(x)\right] dx, \qquad (2)$$

где I – постоянная, которая задана, и любая допустимая функция y(x) прежде всего должна удовлетворять уравнению (2), чтобы можно было рассматривать ее как одну из возможных функций, реализующих экстремум I, когда все допустимые функции удовлетворяли бы уравнению (2).

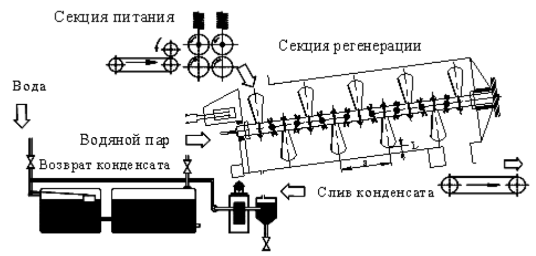

Рис. 1

Задача состоит в определении оптимального распределения температуры в реагирующей технологической системе, (рис. 1), так как устойчивая фиксация новой формы шерстяного волокна базируется на температурно-временной закономерности установления деформации кератина вещества, из которого состоят волокна шерсти.

Требуется получить максимальный выход высокополимерного вещества B, возникающего в необратимости реакции A→B в трубчатом реакторе длины L.

Кинематическое уравнение имеет вид:

$$V \frac{dC_A}{d\ell} = -C_A e^{-\frac{E}{RT}},$$

где V – средняя скорость в трубчатом реакторе; C_A – концентрация высокомолекулярного вещества А; ℓ – переменное расстояние, измеряемое по оси трубчатого реактора; E – энергия активации; R – газовая постоянная; T – абсолютная температура.

Выбираем T(ℓ) так, чтобы концентрация высокомолекулярного вещества А, C_A (L) на выходе из реактора была минимальной. Если обозначить:

$$H = e^{-\frac{E}{RT}},$$

то интегрирование уравнения (1) имеет вид:

$$\ln\frac{C_A(L)}{C_A(0)} = -\int_O^L \frac{H(\ell)}{V}d\ell. \qquad (3)$$

Так как логарифм – монотонная функция своего аргумента, минимум C_A (L) соответствует минимуму члена в левой части равенства (3). Тогда решение задачи состоит в том, чтобы величина H была как можно большой, что соответствует выбору максимально возможной температуры в каждой точке реактора. Соотношение (3) показывает, что интегрирование кинематического уравнения выполнено путем разделения переменных, так что члены, содержащиеся под интегралом, оказались зависящим от температуры, но не от концентрации. Поэтому к выражению этой структуры можно применять принципы вариационного исчисления. Тогда при нахождении максимального значения интеграла:

$$I = \int_O^L f_0(x,T)dt, \qquad (4)$$

в котором T – регулируемая переменная, а x – регулируемая переменная (концентрация) реагирующего вещества. Тогда переменная x связана с T кинетическим уравнением:

$$\frac{dx}{d\ell} = f_1(x,T). \qquad (5)$$

Это означает, что любое изменение T вызывает соответствующее изменение x, соотношением, связывающим вариации по x и T, является уравнение (5). Поэтому последующая задача заключается в реализации максимума (или минимума) I с учетом ограничения, при котором должно выполняться условие в интервале $0 \le \ell \le L$.

Таким образом, сформулируем задачу с помощью интеграла:

$$I^{|} = \int_O^L \left\{ f_0(x,T) - \lambda(\ell)\left[\frac{dx}{d\ell} - f_1(x,T)\right]\right\} d\ell, \qquad (6)$$

где λ(ℓ) – неопределенный множитель, зависящий от расстояния, который является функцией расстояния, потому что кинетическое уравнение будучи локальным не является интегральным ограничением переменных x и T.

Использование неопределенного множителя не освобождает от ограничений, связывающих межмолекулярные сцепления при деформации полимера, и его высокоэластичные свойства в значительной мере зависят от времени действия деформирующей силы и влагосодержания, а также от энергии взаимодействия молекул. Всякое ослабление сил межмолекулярного сцепления ведет к понижению величины потенциального барьера и, следовательно, к уменьшению времени релаксационного цикла.

При таком подходе кинетическое уравнение включается в вариационный принцип, а чтобы интеграл I_1 имел стационарное значение, необходимо выполнение уравнений Эйлера-Лагранжа:

$$\frac{\partial f_0}{\partial T} + \lambda\frac{\partial f_1}{\partial T} = 0, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial l} + \lambda\frac{\partial f_1}{\partial x} = 0, \qquad (8)$$

с граничными условиями:

переменная x задана при ℓ = 0, (9)

$\lambda = 0$ при ℓ = L. (10)

Это соотношение $(7 \div 10)$ соответственно с принципом максимума Понтрягина Л.С. составляют основу расчетной схемы, где уравнение (6) используется для определения λ, как функции от ℓ. В связи с тем, что функция $\lambda(\ell)$ выбирается не зависящей от изменения x и T, в уравнение (8) подставляются функции f_0 и f_1, при оптимальных значениях их переменных. Граничное условие на переменную x задано в начальной точке, тогда как граничное условие на функцию λ дано при L = l. Поэтому структура граничных условий делает решение не совсем легким, а именно: если начать интегрирование при $\ell = 0$, то неизвестно значение λ; если попытаться интегрировать от $\ell = L$, то неизвестно значение x.

Поэтому используем уравнения Эйлера-Лагранжа и находим минимум интеграла:

$$I = \int_O^L \left(x^2 + T^2\right) d\ell, \qquad (11)$$

при условии, что x и T связаны дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx}{d\ell} = T - x, \qquad (12)$$

и граничном условии:

$$x = 1 \text{ при } \ell = 0.$$

Интегрируя уравнение (12), выражаем x через T и используем полученное выражение для исключения x из равенства (11). После чего определяем необходимую функцию T(1), реализующую минимум исходного интеграла. Для этого принимаем уравнения Эйлера-Лагранжа ($7 \div 10$). Из уравнения (7) получаем:

$$2T + \lambda = 0, \qquad (13)$$

а уравнение (8) принимает вид:

$$2x + \frac{d\lambda}{d\ell} - \lambda = 0. \qquad (14)$$

После исключения уравнения λ уравнения (13) и (14) сводятся к виду:

$$\frac{dT}{d\ell} - T = x, \qquad (15)$$

$$\frac{dx}{d\ell} + x = T \qquad (16)$$

с граничными условиями:

$$x = 1 \text{ при } \ell = 0, \qquad (17)$$

$$T = 0 \text{ при } \ell = L, \qquad (18)$$

которые вытекают из равенств (10) и (13).

Решив систему этих уравнений, получаем:

$$x = Ce^{-\sqrt{2}\ell} + De^{\sqrt{2}\ell}, \qquad (19)$$

$$T = C\left(1 - \sqrt{2}\right)e^{-\sqrt{2}\ell} + D\left(1 + \sqrt{2}\right)e^{\sqrt{2}\ell}, \qquad (20)$$

где постоянные C и D определяются так, чтобы удовлетворяли условиям (19) и (20).

Постоянные C и D равны:

$$C = \frac{\left(1 + \sqrt{2}\right)e^{\sqrt{2}L}}{2\left(\mathrm{Sh}\sqrt{2}L + \sqrt{2}\mathrm{ch}\sqrt{2}L\right)},$$

$$D = \frac{\left(\sqrt{2} - 1\right)e^{-\sqrt{2}L}}{2\left(\mathrm{Sh}\sqrt{2}L + \sqrt{2}\mathrm{ch}\sqrt{2}L\right)},$$

что дает первоначальное решение, так как необходимая функция $T(\ell)$ найдена.

ВЫВОДЫ

Показана возможность построения оптимального решения для достижения максимальной эффективности регенерации текстильных отходов с дополнительными ограничительными условиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Понтрягин Л.С. и др.* Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Физматгиз, 1961.

2. *Фролов В.Д., Фролова И.В., Башков А.П., Жарова Н.Г., Швидкый С.П.* Устройство для регенерации текстильных отходов. Патент RU №2313626 C1 DO1G 11/04 (2006.01).

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 12.01.09.