

УДК 621.833+621.853

**ТЕОРИЯ ИСПЫТАНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАТЯЖЕНИЯ РЕМНЯ
МЕХАНИЗМА ПРИВОДА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН**

Р.Х. МАКСУДОВ

(Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности)

Известно [1...5], что качество и надежность работы большинства технологических машин зависят от качества и надежности работы ременного передаточного механизма. Ниже предлагаются методы расчета начальных и текущих натяжений, соответствующих моментам монтажа, наладки, испытания и рабочему режиму механизма с учетом свойства материала и режима вращения ремня, конструктивных параметров механизма, а также внешних и реактивных сил, действующих на ремень в каждый момент времени.

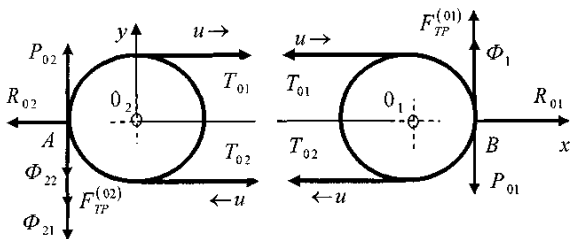


Рис. 1

Рис. 2

Осуществим анализ сил, действующих на ремень. Пусть правый шкив с центром, расположенным в точке O_1 , является ведущим (рис. 1). При $t < 0$ механизм находится в состоянии абсолютного покоя, а при $t > 0$ – вращается в направлении по часовой стрелке.

При $t \geq 0$ двигателем ремню сообщается вращающая сила P_1 . На ремень кроме силы P_1 действуют реактивные силы трения $F_{тр}^{(1)}$ и давления R_1 ; внутренние силы натяжения T и силы сопротивления. Предположим, что векторы всех этих сил рас-

положены в плоскости ремня. Вектор силы P_1 направлен в сторону вращения механизма вдоль касательной к центральной оси поперечного сечения ремня, а сила трения – в противоположную к последней сторону. Реактивная сила R_1 направлена вдоль горизонтальной оси x (рис. 1). Силы давления и трения связаны между собой с помощью закона Кулона. В процессе вращения силы трения и давления способствуют тому, чтобы не происходило проскальзывания ведущего шкива относительно ремня. Абсолютные величины реактивных сил можно рассматривать, как состоящие из суммы двух составляющих:

$$F_{тр}^{(1)}(t) = F_{тр}^{(001)} + F_{тр}^{(дн)}(t), \tag{1}$$

$$R_1(t) = R_{001} + R_1^{(дн)}(t),$$

где $F_{тр}^{(001)}$, R_{001} и $F_{тр}^{(дн)}(t)$, $R_1^{(дн)}(t)$ – статические и динамические величины сил трения и давления, соответствующие периодам времени $t < 0$ и $t \geq 0$ соответственно.

В дальнейшем индексами 0 , $00j$ и $0j$ будем обозначать параметры, соответствующие недеформированному состоянию, состоянию, предварительно деформированному, вследствие наладки механизма ($t < 0$), и текущему напряженно-деформированному состоянию в стационарном режиме вращения системы ($t > \tau$). Параметры, не имеющие индекса 0 (кроме сил сопротивления), соответствуют периоду времени $0 \leq t < \tau$; $j = 1, 2$, где $t = \tau$ – момент време-

ни, соответствующий переходу вращения системы в стационарный режим. Принятые на рис. 1 и 2 обозначения соответствуют моментам времени $t \geq t_r$.

Если ведущие шкив и вал являются относительно массивными, то при расчетах следует учитывать их собственные силы сопротивления Φ_1 . Предположим, что вектор данной силы также приложен к точке В поверхности контакта и направлен противоположно направлению ведущей силы P_{01} .

Учет силы сопротивления Φ_1 позволяет найти дополнительные мощности двигателя, направляемые на преодоление собственных сопротивлений.

Действия ведущей силы P_{01} через ремень передается ведомому шкиву (рис. 1). В результате на ремень на поверхности ведомого шкива действуют: внешняя сила P_{02} ; внутренние силы натяжения T_{01} и T_{02} ; реактивные силы трения $F_{тр}^{(02)}$ и давления R_{02} поверхности контакта; сила сопротивления Φ_2 станка или машины. Векторы сил натяжения T_{01} и полезной силы направлены по касательной к кривой вращения в сторону движения, а сил натяжения T_{02} , трения и сопротивления – противоположно направлению движения механизма.

Абсолютные величины сил натяжения T_{01} , T_{02} , трения $F_{тр}^{(02)}$ и давления R_{02} областей 01 и 02 ремня можно разбить на следующие составляющие:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_{001} + T_1^{(дн)}, \\ T_2 &= T_{002} + T_2^{(дн)}, \\ F_{тр}^{(2)} &= F_{тр}^{(02)} + F_{тр2}^{(дн)}, \\ R_2 &= R_{002} + R_2^{(дн)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Вектор силы $\bar{\Phi}_2$ сопротивления также можно разбить на две составляющие:

$$\bar{\Phi}_2 = \bar{\Phi}_{21} + \bar{\Phi}_{22},$$

где $\bar{\Phi}_{21}$ – сила сопротивления станка; $\bar{\Phi}_{22}$ – собственные силы сопротивления вращению ведомого шкива и удерживающего его вала.

В период времени $0 \leq t \leq \tau$ сила P_{01} является переменной величиной и возрастает от 0 при $t = 0$ до P_{max} при $t = \tau$, где τ – время, соответствующее моменту перехода вращения к установившемуся (стационарному) режиму.

Рассмотрим теорию испытания механизма без учета силы сопротивления. Пусть за время dt элемент ремня длиной ds_{01} и массой $\rho_{01}F_{01}ds_{01}$, двигаясь со скоростью u в направлении по часовой стрелке, переходит из области 01 в область 02. Так как здесь рассматривается нерастяжимый ремень, то очевидно, что все частицы (поперечные сечения) ремня двигаются со скоростью u , а длина и масса рассматриваемого элемента при переходе не меняются [1], [5], то есть

$$\begin{aligned} ds_0 &= ds_{0j} = udt, \\ \rho_0 &= \rho_{0j}, F_0 = F_{0j}, \\ \rho_0 F_0 s_0 &= \rho_{0j} F_{0j} s_{0j}, \end{aligned} \quad (3)$$

где ρ и F – плотность материала и площадь поперечного сечения ремня соответственно.

Если вести направленную вертикально вверх ось y и обозначить составляющие скорости движения поперечных сечений ремня на оси x и y через x^* и y^* соответственно, то кинематические условия непрерывности движения принимают следующий вид

$$\begin{aligned} x_{01}^* &= u, x_{02}^* = -u, \\ y_{01}^* &= 0, y_{02}^* = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнения закона сохранения количества движения, написанные в проекциях на оси x и y , принимают вид [1], [4], [5]:

$$\begin{aligned} dm_{01}(x_{01}^* - x_{02}^*) &= (T_{01} + T_{02} - R_{02})dt, \\ dm_{01}(y_{01}^* - y_{02}^*) &= (P_{01} + F_{тр}^{(02)})dt, \\ dm_{02}(x_{02}^* - x_{01}^*) &= (-T_{01} - T_{02} + R_{01})dt, \\ dm_{02}(y_{02}^* - y_{01}^*) &= (F_{тр}^{(01)} - P_{01})dt, \\ dm_{0j} &= \rho_{jl} F_{0j} d_{0j}. \end{aligned}$$

Последние уравнения, совместно с условиями (3) и (4), описывают вращательное движение ремня в стационарном режиме. Преобразуем эти уравнения следующим образом:

$$2\rho_{02}F_{02}u^2 = T_{01} + T_{02} - R_{02}, \quad (5)$$

$$2\rho_{02}F_{02}u^2 = T_{01} + T_{02} - R_{01},$$

$$P_{02} - F_{\text{тр}}^{(02)} = 0, \quad P_{01} - F_{\text{тр}}^{(01)} = 0. \quad (6)$$

Из системы уравнения (5) следует, что $R_{01} = R_{02}$. Учитывая закон Кулона и подставляя последнее соотношение в уравнения (6), найдем

$$P_{01} - P_{02}, \quad F_{\text{тр}}^{(0j)} = fR_{0j}, \quad P_{0j} \geq fR_{0j}, \quad (7)$$

где f – коэффициент трения.

Из уравнения (6) определим:

$$T_{01} + T_{02} = R_{01} + 2\rho_{02}F_{02}u^2 = P_{01}\zeta + 2\rho_{02}F_{02}u^2, \quad \zeta = f^{-1}. \quad (8)$$

Подставляя условие $T_{01} = T_{02}$, преобразуем уравнение (8)

$$T_{01} = T_{02} = 0,5R_{01} + \rho_{02}F_{02}u^2 = 0,5P_{01}\zeta + 2\rho_{02}F_{02}u^2. \quad (9)$$

Данное решение позволяет установить зависимости натяжения ремня от ведущей силы P_{01} двигателя, свойства материала – через коэффициент трения f и начальную плотность ρ_0 ремня, площадь F_0 поперечного сечения ремня, а также скорость и вращения механизма.

Рассматривая обратную задачу по полученным выше решениям, можно найти рациональные значения ведущей силы P_{01} двигателя, при которых заданный механизм будет вращаться в стационарном режиме.

Таким образом, если отсутствуют сопротивления вращению, связи, имеющие место на опорах и подшипниках, идеальные [1], и можно пренебречь инерционными силами системы, то начиная с момента $t \geq 0$ механизм под действием внешней силы $P_{01} = f R_{01}$ будет двигаться в стационарном режиме. При этом передача полностью передает ведущую силу P_{01} ведомому шкиву, то есть выполняется условие $P_{02} = P_{01}$.

Исследуем натяжение передачи с учетом собственных инерций системы. В рассмотренной выше задаче не учитывается влияния сил собственного сопротивления системы и наличия промежутка времени $0 \leq t \leq \tau$, соответствующего периоду пуска.

Для анализа изменения закона движения передачи в промежутке времени $0 \leq t \leq \tau$ и оценки влияния собственной инерции системы на натяжения, испытания механизма

следует проводить в режиме вращения без сопротивления станка. При вращении на ремень действуют только силы привода, давления и трения поверхности контакта, а также силы собственного сопротивления Φ_1 и Φ_{22} .

В работе [5] в постановке аналогичной рассматриваемой здесь задачи принимаются условия $T_{01} > T_{02}$, $T_{01} = kT_{02}$, $k > 1$. Задавая множителю k значения в пределах $1 < k \leq 3$, исследуются решения задачи и условия, при выполнении которых движения передачи будут стационарными. Используя последнее условие, из уравнений (5), (6) найдем следующее решение:

$$\begin{aligned} T_{01} &= P_{01}k\zeta\xi + 2\rho_{02}F_{02}u^2k\xi, \\ T_{02} &= P_{01}\zeta\xi + 2\rho_{02}F_{02}u^2\xi, \\ \xi &= (1+k)^{-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Если теперь учитывать собственные инерции системы, то общий вид уравнения (5) остается без изменения, а уравнения (6) принимают вид:

$$P_{01} - \Phi_1 - F_{\text{тр}}^{(01)} = 0, \quad P_{02} - \Phi_{22} - F_{\text{тр}}^{(02)} = 0. \quad (11)$$

Из условий (7) и (11) следует, что в рассматриваемой задаче силы P_{01} и P_{02} больше, чем в предыдущем случае, на величины Φ_1 и Φ_{22} соответственно.

Из уравнения (5) по-прежнему следует, что $R_{01}=R_{02}$. Тогда согласно закону Гука

$$F_{\text{тр}}^{(01)} = F_{\text{тр}}^{(02)} = fR_{01} = fR_{02}$$

и поэтому

$$T_{01} + T_{02} = R_{01} + 2\rho_{02}F_{02}u^2.$$

Исключая неизвестную реактивную силу R_{01} , первое уравнение последней системы представим в виде

$$T_{01} + T_{02} = (P_{01} - \Phi)\zeta + 2\rho_{02}F_{02}u^2.$$

Подставляя $T_{01} = kT_{02}$, найдем:

$$T_{01} = k(P_{02} - \Phi_{22})\zeta\xi + 2k\rho_{02}F_{02}u^2\xi, \quad (12)$$

$$T_{02} = k(P_{02} - \Phi_{22})\zeta\xi + 2k\rho_{02}F_{02}u^2\xi.$$

Осуществим расчет нагруженного механизма. В данном случае на ремень одновременно действуют ведущая сила, реактивные силы, силы сопротивления производственного станка и собственного сопротивления, а также внутренние силы натяжения. Общий вид уравнения (5) остается без изменения, а уравнения (6) принимают вид

$$P_{02}^* - F_{\text{тр}}^{(02)} = P_{02} - \Phi_{21} - \Phi_{22} - F_{\text{тр}}^{(02)} = 0, \quad (13)$$

$$P_{01}^* - F_{\text{тр}}^{(01)} = P_{01} - \Phi_1 - F_{\text{тр}}^{(01)} = 0.$$

Далее, поступая как и в предыдущих случаях, найдем решение системы уравнения (4) и (13):

$$T_{01} = kP_{02}^*\zeta\xi + 2k\rho_{02}F_{02}u^2\xi, \quad (14)$$

$$T_{02} = P_{01}^*\zeta\xi + 2k\rho_{02}F_{02}u^2\xi.$$

Пусть теперь левый шкив с центром в точке O , является ведущим. В этом случае в точке A на ремень действуют ведущая сила P_{01} , реактивные силы R_{01} и $F_{\text{тр}}^{(01)}$, силы

Φ_1 собственного сопротивления шкива, а также внутренние силы натяжения T_{01} и T_{02} . В точке B на ремень действуют сила P_{02} , реактивные силы R_{02} и $F_{\text{тр}}^{(02)}$, силы Φ_{21} , Φ_{22} сопротивления станка и собственной инерции ведомого шкива, а также внутренние силы натяжения. Нетрудно проверить, что в рассматриваемой задаче общий вид соотношений (3) и (4) остается без изменения, а уравнения закона сохранения количества движения принимают вид:

$$dm_{01}(x_{01}^* - x_{02}^*) = (T_{01} + T_{02} - R_{01})dt,$$

$$dm_{01}(y_{01}^* - y_{02}^*) = (P_{01} - F_{\text{тр}}^{(01)})dt,$$

$$dm_{02}(x_{02}^* - x_{01}^*) = (-T_{01} - T_{02} + R_{02})dt,$$

$$dm_{02}(y_{02}^* - y_{01}^*) = (-P_{02} + F_{\text{тр}}^{(02)})dt.$$

Используя соотношения (3) и (4), последние уравнения приводим к виду:

$$2\rho_{02}F_{02}u^2 = T_{01} + T_{02} - R_{02}, \quad (15)$$

$$2\rho_{02}F_{02}u^2 = T_{01} + T_{02} - R_{01},$$

$$P_{01} = \Phi_1 + F_{\text{тр}}^{(01)}, \quad (16)$$

$$P_{02} = \Phi_{21} + \Phi_{22} + F_{\text{тр}}^{(02)}.$$

Из уравнения (15) следует, что $R_{01}=R_{02}$. Следовательно, $F_{\text{тр}}^{(01)} = F_{\text{тр}}^{(02)} = f R_{01} = f R_{02}$. Наиболее существенным отличием данной задачи от предыдущей является то, что здесь натяжение T_{02} ведущей части ремня намного больше натяжения T_{01} – ведомой части. Поэтому, принимая $T_{02} = kT_{01}$, $k > 1$, из уравнений (15) и (16) получаем следующее решение:

$$T_{01} = P_{02}^*\zeta\xi + 2\rho_{01}F_{01}u^2\xi, \quad (17)$$

$$T_{02} = P_{02}^*k\zeta\xi + 2k\rho_{01}F_{01}u^2\xi.$$

Подставляя выражения (2) в решения (10), (12), (14), (17) и используя известные из эксперимента значения начальных на-

тяжений T_{00j} , можно найти значения динамических (ДН) натяжений $T_j^{(дн)}$.

Если при $t \geq 0$ ремень испытывает линейные деформации, то, подставляя в реше-

ния (10), (12), (14), (17) закон Гука $T_{0j} = EF_0 \varepsilon_{0j}$, найдем соответствующие выражения для относительных деформаций ε_{0j} :

$$\varepsilon_{01} = (P_{01} k \zeta \xi + 2\rho_{02} F_{02} u^2 k \xi) \lambda, \quad \varepsilon_{02} = (P_{01} \zeta \xi + 2\rho_{02} F_{02} u^2 \xi) \lambda, \quad \lambda = (EF_0)^{-1}, \quad (18)$$

$$\varepsilon_{01} = \{k(P_{02} - \Phi_{22})\zeta \xi + 2k\rho_{02} F_{02} u^2 \xi\} \lambda, \quad \varepsilon_{02} = \{(P_{02} - \Phi_{22})\zeta \xi + 2\rho_{02} F_{02} u^2 \xi\} \lambda, \quad (19)$$

$$\varepsilon_{01} = \{kP_{02}^* \zeta \xi + 2k\rho_{02} F_{02} u^2 \xi\} \lambda, \quad T_{02} = \{P_{02}^* \zeta \xi + 2\rho_{02} F_{02} u^2 \xi\} \lambda. \quad (20)$$

Т а б л и ц а 1

k	$P_{01}^{**} = 0,005$			$P_{01}^{**} = 0,01$		
	f = 0,2	f = 0,3	f = 0,4	f = 0,2	f = 0,3	f = 0,4
1,5	0,0101	0,0067	0,0050	0,0206	0,0136	0,0101
2,0	0,0084	0,0056	0,0042	0,0172	0,0113	0,0084
3,0	0,0063	0,0042	0,0031	0,0129	0,0085	0,0063

В табл. 1 приведены зависимости относительной деформации ε_{01} от коэффициента трения f, от параметра k и $P_{01}^{**} = \frac{P_{01}^*}{\rho_0 F_0 E}$,

соответствующие решению (20). Видно, что с ростом коэффициента трения f и параметра k относительная деформация ε_{02} падает, а с ростом параметра k относительная деформация ε_{01} верхней ветви ремня возрастает. Последние выводы согласуются с физической постановкой задачи и подтверждают справедливость полученных решений.

ВЫВОДЫ

Предлагаются удобные для теоретического анализа и ведения инженерных расчетов аналитические решения, позволяющие оптимизировать задачу вращения классического механизма привода и найти рациональные начальные и текущие натя-

жения ремня заданного механизма. Полученные аналитические решения позволяют производить оценки натяжения ремня в ходе монтажа, наладки, испытания и эксплуатации механизма привода.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аптель П.* Теоретическая механика. – М.: Физматгиз, 1960. Т. 1,2.
2. *Вейц В.Л.* Динамика машинных агрегатов. – Л.: Машиностроение. 1969.
3. *Воробьев И.И.* Ременные передачи. – М.: Машиностроение, 1979.
4. *Эргашов М., Жуманиязов К., Максудов Р.Х.* // Проблемы текстиля. – 2003, №3. С. 68... 74.
5. *Эргашов М., Максудов Р. Х., Усманкулов А.К.* Теория расчета натяжения передаточного механизма, вращающегося в стационарном режиме. – Ташкент: Фан, 2004.

Рекомендована кафедрой теории механизмов машин и деталей машин. Поступила 15.11.08.