

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ОДНОМОТИВНЫХ КВАДРАТНЫХ РАППОРТНЫХ СЕТОК

*А.В. ФИРСОВ, Л.Б. КАРШАКОВА*

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Математическое описание позволяет выделить существенные свойства и количественные характеристики объекта исследования, что дает возможность сформулировать задачу, алгоритм ее решения и получить определенные выводы. Цель этой работы – рассмотреть орнаментальные композиции с позиции описания их математическим языком.

Основными характеристиками орнаментальных композиций являются [2]: первичная структура повторяющегося узора – раппорт; в одной раппортной композиции может быть один или несколько одинаковых или разных мотивов; мотивы могут быть одинаково или неодинаково ориентированы относительно осей раппорта.

Орнамент имеет структурную основу, что дает возможность исследовать графические схемы текстильного узора. Существует несколько параметров, характери-

зующих типы структур. Перечислим наиболее важные [1].

Ощущение движения (статика или динамика).

Плотность заполнения эскиза орнамента мотивами. Это наполненность структуры орнаментальными формами. Бывают структуры слабо заполненные (например, редкие или ажурные), со средним наполнением, а также существуют плотно заполненные декоративными элементами, прилегающими друг к другу или перекрывающимися один другого.

Развитие орнамента (замкнутый или открытый). Открытой структурой называется такая, которая как бы продолжается во все, либо только в две стороны (например, по вертикали и горизонтали).

В данной работе рассматриваются статические одномотивные орнаментальные композиции с дискретным (не плотно за-

полненым) бесконечно повторяющимся квадратным раппортом.

Опишем сначала рисунок. Мотив, с математической точки зрения, – это множество цветных точек. Для того, чтобы привязать мотив к раппортной сетке, необходимо определить точку фиксации мотива. Рассмотрим следующие варианты:

- произвольная точка, выбранная художником для выразительности;
- центр масс, определяемый по известным алгоритмам;
- геометрический центр – центр описанной вокруг мотива окружности.

При статической рассадке мотивов по раппортной сетке главное, чтобы расстояние между мотивами было строго определенным. Поэтому нет разницы, какую точку фиксации выбрать. Динамическая рассадка задается поворотом мотива, поэтому важно, чтобы зрительно расстояние между контурами мотивов было одинаковым. В этом случае лучше выбрать в качестве точки фиксации геометрический центр.

Пронумеруем от 1 до  $n$  все мотивы, которые составляют орнамент. Обозначим точку фиксации мотива с номером  $i$  как  $o_i$ .

При привязке мотива к сетке рисунок подвергается ортогональным преобразованиям: масштабирование, поворот, смещение. Для описания такого рода преобразований необходимо каждому мотиву сопоставить координатную сетку  $x_i o_i y_i$ , где  $i$  – номер мотива. Назовем эту систему координат связанной.

Теперь можно описать мотив как функцию  $S(x, y)$ , определяющую цвет точки в зависимости от местоположения в связанной системе координат.

Перейдем к описанию рассадок мотива по раппортной сетке. Для этого необходимо ввести систему координат  $XOY$ , связанную с тканью. Пусть ось абсцисс задает направление основы, а ось ординат – направление утка. Назовем эту систему базовой. Начнем с простейшего случая: один мотив повторяется один раз (рис. 1).

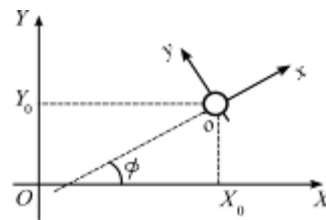


Рис. 1

Задача заключается в том, чтобы выразить функцию  $S(x, y)$  через координаты связанные с тканью, то есть найти  $S(X, Y)$ . При определении места мотива на ткани задается точка фиксации  $o(X, Y)$  и угол поворота  $\varphi$  связанной системы координат  $xoy$  относительно основной  $XOY$ . Пусть координаты точки  $o$  в  $XOY$  будут  $X_0$  и  $Y_0$ , тогда координаты каждой точки мотива в базовой системе находятся по следующим формулам [3]:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Перейдем к следующему этапу: рассадка одного мотива в случае, когда он повторяется с одинаковой периодичностью по вертикали и горизонтали (рис. 2). Введем ось  $\xi$ , которая описывает расположение мотивов по горизонтали. На этой оси рисунки повторяются с периодичностью  $d$ . Введем вторую ось  $\eta$ , вдоль которой будет задаваться шаг повторения первой оси. В данном случае он также будет равен  $d$ . Назовем такие оси осями повторов.

Привяжем оси к системе координат ткани  $XOY$ . Пусть ось  $\xi$  совпадает с осью  $OX$ , а  $\eta$  – с  $OY$ . Такая раппортная композиция может быть описана функцией  $S(X, Y)$ , периодом  $d$ , парой осей повторов  $\xi$  и  $\eta$ .

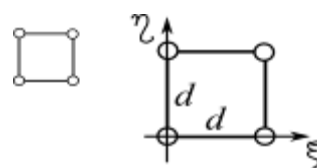


Рис. 2

Существует класс расположения мотивов, которые можно описать, используя две оси повторов. Назовем их регулярными.

ми рассадками. Ниже приведены два примера (рис. 3 и 4).

Для того, чтобы задать направление осей повторов, необходимо задать векто-

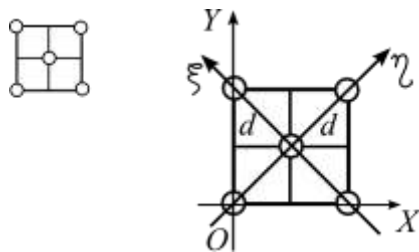


Рис. 3

Необходимо найти координаты векторов повторов в базовой системе координат. За единицу возьмем наибольший общий делитель приращения координат вдоль осей  $X$  и  $Y$ . Тогда в первом примере (рис. 3)  $\vec{\eta} = \{1,1\}$ ,  $\vec{\xi} = \{-1,1\}$ , а во втором (рис. 4)  $\vec{\eta} = \{3,0\}$ ,  $\vec{\xi} = \{-1,1\}$ . Во втором примере легко посчитать значение интервалов между центрами фиксации мотивов  $d_1=3$ ,  $d_2=\sqrt{2}$ , но эта информация уже учтена в соответствующих векторах. Таким образом, векторы повторов задают не только направление оси, но и показывают период.

Суммируя все сказанное выше, можно сказать, что статическая регулярная рассадка одного мотива определяется функцией  $S(X,Y)$  и векторами повторов  $\vec{\eta}$ ,  $\vec{\xi}$ .

Кроме квадратных раппортных сеток художники-орнаменталисты используют также сетки, в основании которых лежит прямоугольник, ромб или параллелограмм [1]. Среди них тоже можно выделить схемы с регулярными рассадками мотивов, то есть поддающиеся описанию двумя векторами повторов.

ры  $\vec{\eta}$ ,  $\vec{\xi}$ , по направлению совпадающие с соответствующей осью, длиной равные периоду. Будем их называть векторами повторов.

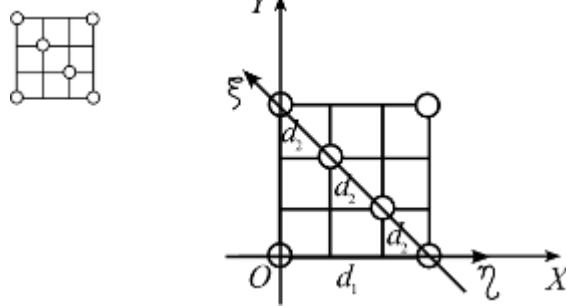


Рис. 4

## ВЫВОДЫ

1. Формализовано описание мотива в виде зависимости цвета от местоположения в системе координат.

2. Предложено математическое описание регулярных одномотивных квадратных раппортных сеток. Данное описание позволяет адекватно описать любые раппортные сетки, в основании которых лежит не только квадрат, но и любой параллелограмм.

3. Данный подход позволяет осуществить переход от эстетическо-смысловой (художественной) информации к абстрактной. Это дает возможность применения современных информационных технологий для синтеза новых орнаментов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Береснева В.Я., Романова Н.В. Вопросы орнаментации ткани. – М.: Легкая индустрия, 1977.
2. Бесчастнов Н.П. Графика текстильного орнамента. – М.: МГТУ им. А.Н. Косыгина, Совьяж Бево, 2004.
3. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1979.

Рекомендована кафедрой информационных технологий и компьютерного дизайна. Поступила 24.04.09.