УДК 677.022:519.8:62.50.72

# ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВОЛОКОН НА НЕРАВНОМЕРНОСТЬ ПО ЛИНЕЙНОЙ ПЛОТНОСТИ ОДНОМЕРНЫХ ВОЛОКНИСТЫХ ПРОДУКТОВ

*Е.Р.ЧУРАЕВА, П.А.СЕВОСТЬЯНОВ*

**(Московский государственный текстильный университет им. А.Н.Косыгина)**

Одним из важных факторов, определивших широкое применение пряжи и нитей из химических волокон, явилась возможность использования различных управляемых технологий придания этим волокнам извитости. Извитость, в свою очередь, дала возможность придать полотнам из этой пряжи необходимые гигиенические и эксплуатационные свойства, приближающиеся или превосходящие аналогичные полотна из натуральных волокон. Вместе с тем, извитость волокон отражается на равномерности пряжи и нитей по линейной плотности, роль которой при производстве пряжи и полотен из нее всегда остается первостепенной. Однако этот вопрос до последнего времени оставался недостаточно исследованным. В данной работе оценивается влияние извитости волокон и нитей на линейную плотность выработанных из них одномерных волокнистых продуктов.

Линейная плотность продукта G(t) – это масса единицы длины продукта. Она является аддитивной характеристикой: масса продукта на отрезке длиной dt равна сумме масс элементов волокон, формирующих продукт на этом отрезке. Обозначим через n(t) – число волокон в поперечном сечении продукта на этом отрезке; $g_k(t)$ – линейную плотность участка длины k-го волокна на рассматриваемом отрезке; $\alpha_k(t)$ – угол наклона этого участка волокна к оси продукта на отрезке (рис.1). Тогда в силу указанного свойства аддитивности можно записать равенство

$$G(t)dt = \sum_{k=1}^{n(t)} \frac{g_k(t)}{\cos\alpha_k(t)}dt\,. \qquad (1)$$

Аргумент t в формуле (1) показывает, что входящие в нее величины являются случайными, параметры распределений которых меняются от одного сечения продукта к другому.

Среднее число волокон в любом поперечном сечении одномерного волокнистого продукта (ленты, ровницы, пряжи, крученой пряжи, нити) составляет не менее нескольких десятков. Однако воспользоваться центральной предельной теоремой, чтобы считать, что сумма (1) имеет нормальное распределение, в данном случае нельзя.

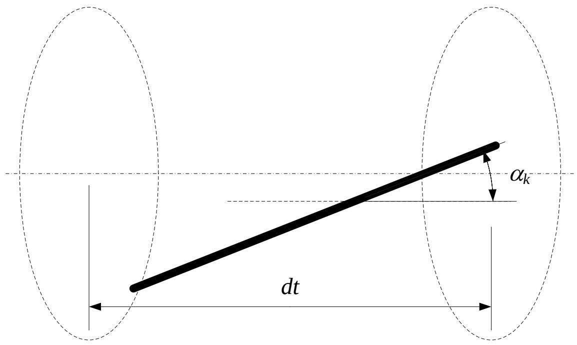



Рис. 1

Например, пусть угол $\alpha_k(t)$ распределен равномерно в диапазоне от $-\pi/2$ до $\pi/2$. Тогда, воспользовавшись известными правилами преобразования распределения при функциональном преобразовании случайной величины [1], найдем распределение отдельного слагаемого в сумме (1). При постоянном значении $g_k(t) = 1$ распределение величины $z = 1/\cos(\alpha)$ равно:

$$f(z) = \frac{2}{\pi z\sqrt{z^2-1}}, \quad z \ge 1. \qquad (2)$$

Это распределение – асимметричное. У него не существует конечных значений математического ожидания и моментов старших порядков. Поэтому сумма случайных величин z не имеет предельного распределения. Такие "экзотические" свойства распределения z связаны со значениями угла $\alpha_k(t)$, близкими к $\pm\pi/2$.

К сожалению, эта же специфика распределения случайных величин в сумме (1) не позволяет получать и состоятельные оценки их характеристик численными методами. Распределение z имеет конечные моменты, если распределение углов $\alpha_k(t)$ более локализовано вокруг нулевого значения $\alpha_k(t) = 0$ и имеет меньшую дисперсию в диапазоне от $-\pi/2$ до $+\pi/2$, чем равномерное распределение.

Например, если углы $\alpha_k(t)$ имеют бета-распределение, то соответствующие моменты 1 и 2-го порядков распределения случайной величины z существуют и имеют конечное значение. Поэтому численные оценки характеристик суммы (1) состоятельны и могут быть получены методами статистического моделирования. Ниже описаны результаты такого моделирования при варьировании некоторых параметров распределения случайных величин, входящих в сумму (1). При моделировании использовался следующий алгоритм.

1. Задание значений параметров моделируемых распределений для n(t), $g_k(t)$ и $\alpha_k(t)$.

2. Задание N – числа повторений моделирования сечения t продукта.

3. Генерация значения n(t).

4. Основной цикл (повторение N раз):

a. Генерация значений $g_k(t)$ и $\alpha_k(t)$, k=1,…, n(t);

b. Накопление суммы (1);

c. Сохранение результатов цикла;

5. Статистическая обработка результатов.

6. Изменение значения варьируемого фактора – параметра одного из распределений. Возврат к п.3.

7. Оценка зависимости статистических характеристик суммы (1) – линейной плотности продукта – от варьируемого параметра.

Общими условиями моделирования были следующие. Среднее число волокон в сечении продукта Mn(t) = 200 и коэффициент вариации CVn(t) = 0% при биномиальном законе распределения; средняя линейная плотность в сечениях волокон $Mg_k(t) = 1{,}5$ г/см$^3$ и коэффициент вариации $CVg_k(t) = 0\%$ при нормальном законе распределения; средний угол $M\alpha_k(t) = 0$ и среднеквадратическое отклонение $\sigma\alpha_k(t)=\pi/10$ в диапазоне $\pm\pi/2$ при бета-распределении углов $\alpha_k(t)$. В качестве основных оценок были использованы оценки распределения G(t) и его числовые характеристики: среднее Gsr, коэффициент вариации CVG, коэффициент асимметрии AsG, коэффициент эксцесса ExG, а также величина логарифмического правдоподобия LnNormG, оценивающая качество наилучшей аппроксимации получаемой оценки распределения G нормальным распределением для различных значений среднеквадратического отклонения $\sigma\alpha_k(t)$. Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

| $\sigma\alpha_k$ | Gsr | CVG, % | AsG | ExG | LnNormG |
|---|---|---|---|---|---|
| $\pi/100$ | 300,04 | 0,0012 | 0,263 | 0,042 | 4192,05 |
| $\pi/10$ | 303,83 | 0,1293 | 0,122 | -0,142 | -483,75 |
| $\pi/5$ | 316,82 | 0,5641 | 0,098 | -0,134 | -1999,06 |
| $\pi/3$ | 362,59 | 2,234 | 0,965 | 4,208 | -3510,44 |
| $\pi/2$ | 662,84 | 21,12 | 2,663 | 11,334 | -6361,85 |
| $\pi/2$* | 665,12 | 43,56 | 4,961 | 68,54 | -7087,35 |
| 0 | 297,469 | 31,08 | 0,1245 | 0,0271 | -5945,32 |

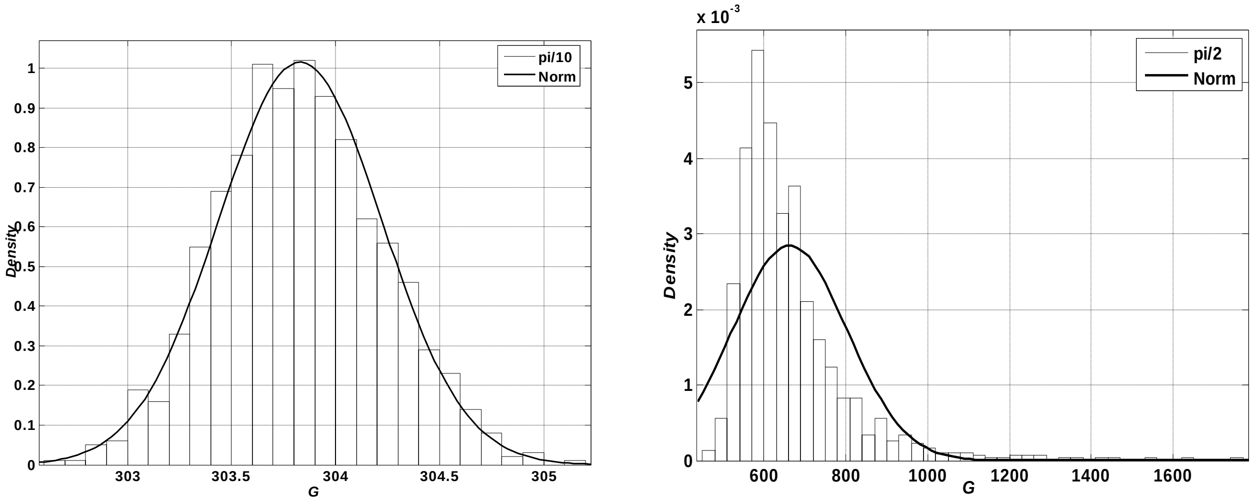
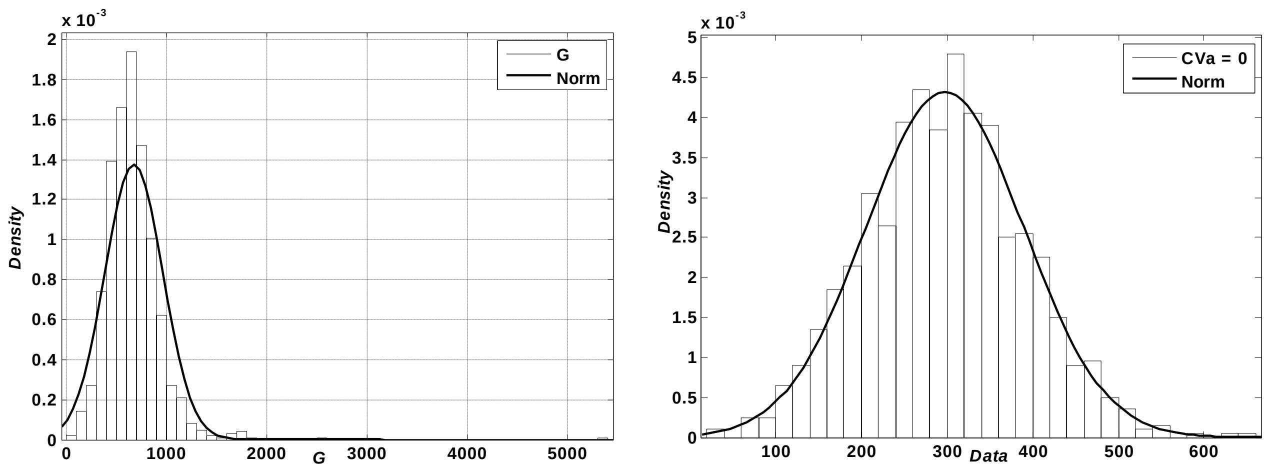



Рис. 2

Для сравнения на рис.2 приведены гистограммы распределения линейной плотности продукта, полученные при $\sigma\alpha_k=\pi/10$ и $\sigma\alpha_k = \pi/2$. Из табл.1 и рис.2 следует, что с увеличением степени хаотичности в ориентации волокон в продукте, в том числе вследствие возрастания извитости волокон, распределение линейной плотности существенно отличается от нормального. Это подтверждается малыми значениями логарифмической функции правдоподобия LnNormG, большими значениями коэффициентов асимметрии AsG и эксцесса ExG.

Для проверки значимости влияния параметров распределения величин n(t) и $g_k(t)$ для последнего варианта моделирования ($\sigma\alpha_k = \pi/2$) их коэффициенты вариации были увеличены до значений CVn(t) = 30% и $CVg_k(t)$ = 25%. Результаты приведены в предпоследней строке табл.1. Возникающие при таких исходных данных дополнительные источники вариации результатов только увеличивают коэффициенты вариации, асимметрии и эксцесса для G(t), а распределение по-прежнему заметно отличается от нормального (рис. 3: а)$\sigma\alpha_k = \pi/2$; CVn = 30%; $CVg_k$ = 25% б) $\sigma\alpha_k = 0$; CVn=30%; $CVg_k$ = 25%). Для него характерно наличие относительно редко появляющихся "выбросов", которые сильно смещают оценки. Практически это означает возможность появления локальных утолщений в продукте по чисто статистическим причинам с большей вероятностью, чем ее предсказывает нормальный закон.




а) б)

Рис. 3

Для сравнения в последней строке табл.1 и на рис. 3-б приведены распределение линейной плотности продукта и его характеристики при полном отсутствии извитости волокон и разброса в их ориентированности относительно оси продукта, то есть при $\sigma\alpha_k = 0$.

## ВЫВОДЫ

1. Выполнена оценка влияния извитости и отклонений волокон от оси одномерного волокнистого продукта на распределение его линейной плотности.
2. Установлено, что при больших вариациях угла между направлением волокна и осью продукта, характерном для фасонной пряжи или недостаточно выровненной ленты, распределение линейной плотности продукта существенно отличается от нормального и имеет большую положительную асимметрию, а оценки числовых характеристик оцениваются с большими ошибками или вообще несостоятельны.
3. Полученные с помощью разработанной компьютерной модели распределения линейной плотности одномерных продуктов могут быть использованы при исследовании неровноты таких продуктов методами компьютерной имитации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Севостьянов П.А.* Математические методы обработки данных. – М.: МГТУ им.А.Н.Косыгина, 2004.

Рекомендована кафедрой информационных технологий и систем автоматизированного проектирования. Поступила 24.04.09.