

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЫРЦОВОГО ВАЛИКА ПИЛЬНОГО ДЖИНА

Р.Ф. ЮНУСОВ

(ОАО «Paxta tozalash ПChВ», г. Ташкент)

Уравнения движения деформируемого слоя (рис. 1 – расчетная схема) в отсутствии массовых сил имеют вид:

$$\bar{\mu}_j \nabla^2 \bar{u} + (\bar{\lambda}_j + \bar{\mu}_j) \text{grad div} \bar{u} = \rho_j \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}, \quad j=1,2,3, \quad (1)$$

где  $\bar{\lambda}_j = \frac{\nu_i \bar{E}_j(\omega)}{(1+\nu)(1-2\nu_j)}$ ,  $\bar{\mu}_j = \frac{\nu_i \bar{E}_j(\omega)}{2(1+\nu_i)}$ ;  $\nu_j$  – коэффициент Пуассона;  $\bar{E}_j(\omega)$  – комплексное представление модуля эффективной упругости, которое записывается в виде:

$$\bar{E}_j(\omega) = E_j(\omega)[1 + i\eta(\omega)].$$

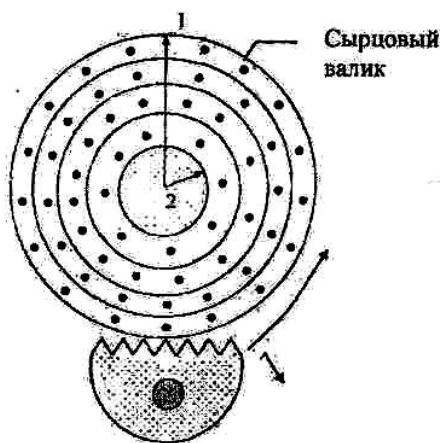


Рис. 1

В работе [1] функции  $\bar{E}_j(\omega)$  и  $\eta(\omega)$  представлены в аналитическом виде:

$$E(\omega) = E_{\min} + E_{\max} \left[ 1 - \frac{1}{(\rho\omega)^n} \right],$$

$$\eta\omega = \frac{E_{\min} (\rho\omega)^n}{2E(\omega) \left[ 1 + (\rho\omega)^n \right]^2},$$

где  $E_{\min}$  и  $E_{\max}$  – соответственно волны минимального и максимального значения модуля упругости материала, зависящие от частоты колебаний;  $\beta$  и  $n$  – постоянные, зависящие от материала.

На границе двух тел можно задавать два типа условий.

1. В случае жесткого контакта на границе раздела ставится условие непрерывности соответствующих составляющих тензора напряжений и вектора перемещения, то есть

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^{(1)} = \sigma_{nn}^{(2)}; \sigma_{ns_1}^{(1)} = \sigma_{ns_1}^{(2)}; \sigma_{ns_2}^{(1)} = \sigma_{ns_2}^{(2)}; \\ u_n^{(1)} = u_n^{(2)}; u_{s_1}^{(1)} = u_{s_1}^{(2)}; u_{s_2}^{(1)} = u_{s_2}^{(2)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Если на границе раздела отсутствует трение, то

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^{(1)} = \sigma_{nn}^{(2)}; \sigma_{ns_1}^{(1)} = \sigma_{ns_1}^{(2)}; \sigma_{ns_2}^{(1)} = \sigma_{ns_2}^{(2)}; \\ u_n^{(1)} = u_n^{(2)}. \end{aligned}$$

2. На свободной поверхности ставится условие свободы от напряжений, то есть

$$\sigma_{nn}^{(1)} = 0; \sigma_{ns_1}^{(1)} = 0; \sigma_{ns_2}^{(1)} = 0.$$

Если вектор перемещений представить в виде потенциальной и соленоидальной частей, то волновое уравнение в декартовой  $(x, y, z)$  и цилиндрической  $(r, \theta, z)$  системах координат соответственно будет иметь вид:

$$\bar{u} = \text{grad}\varphi + \text{rot}\vec{\psi},$$

где  $\varphi$  – потенциал продольных волн;  $\vec{\psi}$  ( $\psi_\alpha \psi_\beta \psi_\gamma$ ) – потенциал поперечных волн.

Потенциальные функции в декартовых системах координат удовлетворяют следующим волновым уравнениям:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \psi_x - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} = 0; \quad (3)$$

$$\nabla^2 \psi_y - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} = 0; \quad \nabla^2 \psi_z - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial t^2} = 0,$$

где  $c_p^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ ;  $c_s^2 = \mu/\rho$  – соответственно скорости распространения продольных и поперечных волн.

По известным потенциалам перемещений определяется перемещение среды:

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_z}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial z},$$

$$u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi_x}{\partial z} + \frac{\partial \psi_z}{\partial x},$$

$$u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} + \frac{\partial \psi_x}{\partial y},$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$|\bar{u}|^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2,$$

$$\bar{u} = u_x \bar{i} + u_y \bar{j} + u_z \bar{k},$$

$$|\bar{i}| = |\bar{j}| = |\bar{k}| = 1.$$

Векторы перемещений, деформаций и потенциалы смещения в цилиндрических системах координат выражаются в виде:

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_z}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi_x}{\partial x},$$

$$u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{\partial \psi_r}{\partial z} + \frac{\partial \psi_z}{\partial r},$$

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi_\theta}{\partial r} + \frac{\psi_\theta}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_r}{\partial \theta},$$

$$\bar{u} = u_r \bar{i}_r + u_\theta \bar{j}_\theta + u_z \bar{k}_z,$$

$$|\bar{i}_r| = |\bar{j}_\theta| = |\bar{k}_z|,$$

$$\nabla^2 \psi_x - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} = 0,$$

$$\nabla^2 \psi_y - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} = 0;$$

$$\nabla^2 \psi_k - \frac{\psi_k}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_r}{\partial t^2} = 0,$$

$$\nabla^2 \psi_\theta - \frac{\psi_{k\theta}}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \psi_k}{\partial \theta} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial t^2} = 0,$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left( u_r + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right), \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right],$$

$$\varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right].$$

Связь между напряжениями и деформациями удовлетворяет закону Гука [2].

Рассматривается распространение волн в диссипативных механических системах, состоящих из протяженных плоских или цилиндрических тел.

Для решения некоторых конкретных задач используется стандартная линейная модель. Одна из наиболее известных форм представления уравнения состояния является стандартная линейная модель [3], которая сводится к зависимости между напряжением и деформацией вида:

$$\sigma = \bar{E} h_v \varepsilon, \quad \bar{E}(\omega) = E'(\omega) + iE''(\omega), \quad (4)$$

$$\text{где } E' = E \frac{1 + \omega^2 \alpha \beta}{1 + \omega^2 \alpha^2}; \quad E'' = E \frac{\omega(\beta - \alpha)}{1 + \omega^2 \alpha^2};$$

$\alpha$  – постоянная напряжения релаксации;  $\beta$  – мгновенный центр упругости.

Соотношения (4) выражают некоторые особенности поведения реальных материалов. С помощью следующих соотношений можно учитывать вязкоупругие свойства материала:

$$\bar{\lambda} = \frac{E(\omega)v}{(1+v)(1-2v)}, \quad \bar{\mu} = \frac{E(\omega)}{3(1-2v)}, \quad (5)$$

$$\text{где } \bar{U}_r(r, \theta, z) = \bar{U}_{r_i} \bar{i}_r + \bar{U}_{\theta_i} \bar{j}_\theta + \bar{U}_{z_i} \bar{k}_z;$$

$$\bar{U}_i(x, y, z) = \bar{U}_{i_i} \bar{i} + \bar{V}_i \bar{j} + \bar{W}_i \bar{k}; \quad \bar{U}_{r_i} \text{ и } \bar{v}_r -$$

вектор перемещения в цилиндрических и прямоугольных координатах;  $\omega$  – круговая частота.

В работе [3] для решения задачи распространения волн в цилиндрических телах уравнение движения сводится к решению уравнения Гельмгольца. Поэтому мы приводим ее решение в потенциалах перемещения:

$$r \frac{\partial \phi}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = 0, \quad (6)$$

$$\phi = R(r)\theta(\theta)Z(z).$$

Подставляя

$$\theta'' + v^2 \theta = 0, \quad (7)$$

в (6), получим системы дифференциальных уравнений:

$$r^2 R'' + rR' + (k^2 r^2 - v^2)R = 0,$$

$$z'' + \gamma^2 z = 0, \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \gamma^2.$$

Решение уравнения (7) выражается в виде

$$\theta = e^{\pm i\omega\theta} \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} \sin v\theta \\ \cos v\theta \end{pmatrix},$$

$$Z = e^{\pm i\gamma z} \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} \sin \gamma z \\ \cos \gamma z \end{pmatrix}.$$

Решение по  $\theta$  удовлетворяет условию  $\theta(\theta + 2\pi) = \theta(\theta)$ . Отсюда следует, что  $v = n$ , где  $n$  – целое число. Решение первого уравнения (7) определяется через функции Ханкеля:

$$\Phi = [A_n H_n^{(1)}(kr) + B_n H_n^{(2)}(kr)] e^{\pm in\theta}. \quad (8)$$

Основной целью этой работы является изучение диссипативных свойств плоских и цилиндрических протяженных механических систем при распространении гармонических волн.

## ВЫВОДЫ

На основе теории механики деформированного твердого тела разработана методика определения напряженно-деформированного состояния сырцового валика при взаимодействии с пильным цилиндром джина.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров / Пер. с англ. – М.: Мир, 1985.
2. Сафаров И.И. Колебания и волны в диссипативно-неоднородных средах и конструкциях. – Ташкент: Фан, 2002.
3. Хаджинова М.А. О повреждениях волокна в процессе сбора и технологической обработки // Хлопковая промышленность. – 1956, № 10. С.24...26.

Рекомендована отделом джинирования, линтерования, волоконоочистки, аэродинамики, обеспыливания и автоматизации. Поступила 10.02.09.