

УДК 621.01

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАТЯЖЕНИЯ РАСТЯЖИМОГО РЕМНЯ ПРИВОДНЫХ МЕХАНИЗМОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Р.Х. МАКСУДОВ

(Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности)

Обычно приводные механизмы испытывают относительно большие сопротивления вращению приводимых в движение агрегатов, станков и технологических машин [1], [2]. Ниже предлагаются постановки и решения задач о вращении в стационарном режиме заданного механизма при-

вода с линейно-упругим ремнем.

Постановка задачи. Пусть диаметр первого ведущего шкива с центром, расположенным в точке O_1 , меньше диаметров двух ведомых шкивов, с центрами, расположенными в точках O_2 и O_3 (рис. 1).

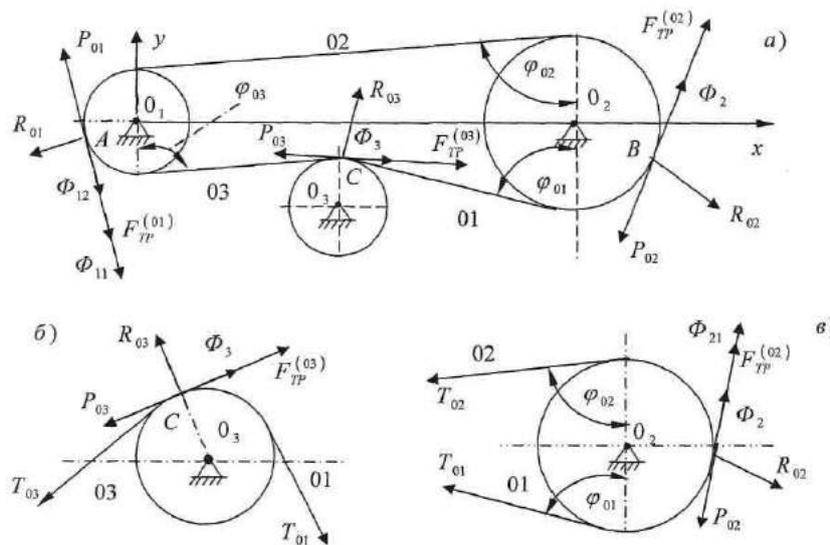


Рис. 1

Начало неподвижной системы координат (x, y) расположим в центре первого шкива. При $t < 0$ механизм находится в состоянии абсолютного покоя, а при $t > 0$ – первый и второй шкивы вращаются в направлении по часовой стрелке. Индексами $0, 00j$ и $0j$ будем обозначать параметры, соответствующие ненапрянутому состоянию ремня; состоянию, предварительно натянутому вследствие наладки механизма ($t < 0$), и текущему состоянию в стационарном режиме вращения системы ($t \geq \tau$) соответственно. Параметры, не имеющие ин-

декса 0 (кроме сил сопротивления), соответствуют периоду времени $0 < t < \tau$, где $t = \tau$ – момент времени, соответствующий переходу вращения в стационарный режим; $j = 1, 2, 3$. Принятые на рис. 1 обозначения соответствуют некоторому моменту времени $t \geq \tau$.

При $t \geq 0$ ведущим шкивом ремню сообщается вращающая сила P_{01} двигателя. Действие ее через ремень передается ведомым шкивам. Поэтому принимаем, что на поверхности ведомых шкивов на ремень действуют внешние силы P_{02} и P_{03} . Под

действием внешних сил R_{0j} на участках контакта ремня со шкивами возникают распределенные и расположенные в плоскости вращения силы натяжения T_{0j} , давления R_{0j} и трения $F_{тр}^{(0j)}$. Предположим, что векторы равнодействующих этих сил приводятся к некоторым точкам А, В, С поверхности контакта (рис. 1).

$$\beta_{01} = \frac{\varphi_{02} - \varphi_{01}}{2}, \quad \beta_{02} = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_{02} + \varphi_{03}}{2}, \quad \beta_{03} = \begin{cases} 0,5\pi - 0,5(\varphi_{03} - \varphi_{01}) & \text{при } \varphi_{03} > \varphi_{01}, \\ 0 & \text{при } \varphi_{03} > \varphi_{01}, \\ 0,5(\varphi_{01} - \varphi_{03}) & \text{при } \varphi_{03} < \varphi_{01}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь учитывается, что реактивная сила R_{03} , в зависимости от координаты расположения центра третьего шкива на горизонтальной оси, может образовывать различные углы β_{03} (рис. 1-а и б).

Из условия растяжимости материала, законов сохранения массы элементов ремня при вращении и Гука, найдем [3...5]:

$$\begin{aligned} ds_{0j} &= |u_{0j}| dt, \\ ds_{0j} &= (1 + \varepsilon_{0j}) ds_0, \\ \rho_0 F_0 &= \rho_{0j} F_{0j} (1 + \varepsilon_{0j}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$x_{01}^{\bullet} = -|u_{01}| \sin \varphi_{01}, \quad y_{01}^{\bullet} = |u_{01}| \cos \varphi_{01}, \quad x_{02}^{\bullet} = -|u_{02}| \sin \varphi_{02}, \quad (4)$$

$$y_{02}^{\bullet} = |u_{02}| \cos \varphi_{02}, \quad x_{03}^{\bullet} = -|u_{01}| \sin \varphi_{03}, \quad y_{03}^{\bullet} = -|u_{01}| \cos \varphi_{03}, \quad (5)$$

где x_{0j}^{\bullet} и y_{0j}^{\bullet} – соответственно составляющие линейной скорости ремня на оси x и y .

Действия мгновенного пуска механизма вдоль растяжимого ремня будут распространяться в виде волны Римана [3]. С момента пуска механизма из точки А в сторону точки С вдоль участка АС ремня будет распространяться продольная волна нагрузки, а вдоль участка АВ – продольная волна разгрузки. Если возмущенные в данный момент времени области ремня имеют относительные деформации в пределах упругости, то волны нагрузки a_0^+ и разгрузки a_0^- распространяются с одинаковой скоростью a_0 .

Через время $t_{BC} = \frac{BC}{a_0^+}$ и $t_{AB} = \frac{AB}{a_0^-}$ продольные волны a_0^+ и a_0^- придут соответ-

Далее предположим, что векторы равнодействующих сил давления R_{0j} направлены вдоль биссектрисы углов обхвата φ_{0j} ремнем поверхности соответствующих шкивов. Если обозначить через β_{0j} углы, образованные между векторами сил R_{0j} и горизонтальной осью x , то очевидно, что

$$T_{0j} = EF_0 \varepsilon_{0j} = \rho_0 F_0 a_0^2 \varepsilon_{0j}, \quad (3)$$

где F_{0j} , ρ_{0j} , ds_{0j} , u_{0j} , ε_{0j} – соответственно площадь поперечного сечения, плотность, длина, скорость вращения и относительная деформация рассматриваемого элемента принадлежащей области 0_j ремня; $a_0 = \pm \sqrt{E(\rho_0)^{-1}}$ – скорость распространения упругой волны в местной среде.

Кинематические условия непрерывного вращения имеют вид:

венно к точкам С и В. В рассматриваемой здесь задаче $t_{AB} > t_{AC}$ (рис. 1-а), поэтому волна разгрузки достигает точки В позже, чем волна нагрузки достигает точки С.

Если величина силы натяжения, передаваемой волной нагрузки точке С, достаточна, чтобы привести второй шкив в движение, то данный шкив начнет вращаться в сторону, противоположную к направлению вращения ведущего шкива. В момент времени $t = t_{BC}$ происходит частичное отражение волны нагрузки от поверхности третьего шкива.

В результате в областях СА и СВ возникают отраженная волна, идущая в сторону первого шкива, и прямая, идущая в сторону второго шкива.

При $t > t_{AC} + t_{CB}$ происходит частичное отражение прямой волны a_0^+ нагрузки от

точки В. В результате в ремне возникают вторично отраженная волна a_0^{++} , идущая в обратном направлении по участку ВС, и прямая волна a_0^+ , идущая по участку АВ в сторону первого шкива. Обе волны являются волнами нагрузки. Интенсивность нагрузок этих волн зависит от свойства материала ремня и условий контакта, возникающих в точке В при $t > t_{AC} + t_{CB}$. Если при $t \geq t_{AC} + t_{CB}$ второй шкив придет в движение, то интенсивность отраженной волны a_0^{++} будет меньше интенсивности волн, когда данный шкив останется неподвижным.

В зависимости от длины ветвей ремня и скорости a_0 распространения упругих волн на различных участках ремня происходят многократные отражения и взаимодействия волн. Например, в зависимости от длины участков АВ и АС + СВ в некоторый момент времени $t_{AB} < t < t_{AC+CB}$ на участке ВС ремня происходит взаимодействие волн, идущих от точек С и В навстречу друг другу. Такие волновые явления будут происходить до тех пор, пока в ремне возникают достаточные для приведения в движение шкивов натяжения, и вращение переходит в стадию стационарного режима. Когда вращение переходит в стационарный режим, то есть при $t \geq \tau$, отражен-

ные волны перестают нести разрывы деформации.

Таким образом, в отличие от нерастяжимого ремня все три области 0j растяжимого ремня имеют различные по величине относительные деформации, натяжения и скорости вращения ремня. В нерастяжимом ремне частицы (поперечные сечения) всех трех областей двигаются с одинаковой скоростью $u_{0j} = u$.

В выражения (1)...(3) и в дальнейшем в рассматриваемые здесь уравнения входят только положительные значения скоростей u_{0j} . Поэтому исходя из свойства известных интегралов Римана, имеющих место на фронтах упругих волн [3], и учитывая, что в данном случае $\varepsilon_{0j}(\tau) > 0$, представим абсолютные величины скоростей u_{0j} в виде:

$$|u_{0j}| = a_0 \varepsilon_{0j}. \quad (6)$$

Если, например, предположить, что в момент времени $t = \tau$ волны, несущие разрывы деформации на участках АВ и АС, идут в направлении первого шкива, а на участке ВС – второго, то интегралы Римана примут следующий вид:

$$u_{01} = a_0 \varepsilon_{01}, u_{02} = a_0 \varepsilon_{02}, u_{03} = -a_0 \varepsilon_{03}. \quad (7)$$

Уравнения закона сохранения количества движения принимают вид:

– на поверхности первого шкива

$$dm_{02}(x_{02}^{\bullet} - x_{03}^{\bullet}) = (T_{02} \sin \varphi_{02} + T_{003} \sin \varphi_{03} - \eta_{11} R_{01} - P_{01}^* \sin \beta_{01}) dt, \quad (8)$$

$$dm_{02}(y_{02}^{\bullet} - y_{03}^{\bullet}) = (T_{02} \cos \varphi_{02} + T_{003} \cos \varphi_{03} - \eta_{12} R_{01} + P_{01}^* \cos \beta_{01}) dt, \quad (9)$$

– на поверхности второго шкива

$$dm_{01}(x_{01}^{\bullet} - x_{02}^{\bullet}) = (-T_{01} \sin \varphi_{01} - T_{02} \sin \varphi_{02} + \eta_{21} R_{02} - P_{02}^* \sin \beta_{02}) dt, \quad (10)$$

$$dm_{01}(y_{01}^{\bullet} - y_{02}^{\bullet}) = (T_{01} \cos \varphi_{01} - T_{02} \cos \varphi_{02} - \eta_{22} R_{02} - P_{02}^* \cos \beta_{02}) dt, \quad (11)$$

– на поверхности третьего шкива

$$dm_{03}(x_{03}^{\bullet} - x_{01}^{\bullet}) = (T_{01} \sin \varphi_{01} - T_{03} \sin \varphi_{03} + \eta_{31} R_{03} - P_{031}^* \sin \beta_{03}) dt, \quad (12)$$

$$dm_{03}(y_{03}^{\bullet} - y_{01}^{\bullet}) = (-T_{01} \cos \varphi_{01} - T_{03} \cos \varphi_{03} + \eta_{32} R_{03} + P_{032}^* \cos \beta_{03}) dt, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \eta_{11} &= \cos\beta_{01} - f \sin\beta_{01}, \quad \eta_{12} = \sin\beta_{01} + f \cos\beta_{01}, \quad \eta_{21} = \cos\beta_{02} + f \sin\beta_{02}, \\ \eta_{22} &= \sin\beta_{02} - f \cos\beta_{02}, \quad \eta_{31} = \pm \cos\beta_{03} + f \sin\beta_{03}, \quad \eta_{32} = \sin\beta_{03} \mp f \cos\beta_{03}, \\ P_{01}^* &= P_{01} - \Phi_{11} - \Phi_{12}, \quad P_{02}^* = P_{02} - \Phi_2, \quad P_{031}^* = \pm P_{03} \mp \Phi_3, \quad P_{032}^* = P_{03} - \Phi_3, \\ dm_{0j} &= \rho_{0j} F_{0j} ds_{0j}. \end{aligned}$$

Здесь f – коэффициент трения; Φ_j – силы сопротивления, приложенные в каждый момент времени к точкам А, В и С поверхности контакта, идущие вдоль направления соответствующих сил трения. Предполагается, что на ведущий шкив действуют силы Φ_{11} – собственного сопротивления вала и Φ_{12} – сопротивления приводимого в

движение производственного станка. В уравнениях (12) и (13) принимаются верхние знаки, если вектор реактивной силы R_{03} направлен так, как показано на рис. 1-а, а нижние знаки – как на рис. 1-б.

Решение задачи. Используя условия (2)...(7), уравнения (8)...(13) представим в следующем виде:

$$\varepsilon_{02} \sin \varphi_{02} + \varepsilon_{03} \sin \varphi_{03} = R_{01}^{**} \eta_{11} (1 + \varepsilon_{02}) - P_{01}^{**} (1 + \varepsilon_{02}) \sin \beta_{01}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{02} \cos \varphi_{02} + \varepsilon_{03} \cos \varphi_{03} = R_{01}^{**} \eta_{12} (1 + \varepsilon_{02}) - P_{01}^{**} (1 + \varepsilon_{02}) \cos \beta_{01}, \quad (15)$$

$$-\varepsilon_{01} \sin \varphi_{01} - \varepsilon_{02} \sin \varphi_{02} = -R_{02}^{**} \eta_{21} (1 + \varepsilon_{01}) + P_{02}^{**} (1 + \varepsilon_{01}) \sin \beta_{02}, \quad (16)$$

$$\varepsilon_{01} \cos \varphi_{01} - \varepsilon_{02} \cos \varphi_{02} = R_{02}^{**} \eta_{22} (1 + \varepsilon_{01}) + P_{02}^{**} (1 + \varepsilon_{01}) \cos \beta_{02}, \quad (17)$$

$$\varepsilon_{01} \sin \varphi_{01} - \varepsilon_{03} \sin \varphi_{03} = -R_{03}^{**} \eta_{31} (1 + \varepsilon_{03}) + P_{031}^{**} (1 + \varepsilon_{03}) \sin \beta_{03}, \quad (18)$$

$$-\varepsilon_{01} \cos \varphi_{01} - \varepsilon_{03} \cos \varphi_{03} = -R_{03}^{**} \eta_{32} (1 + \varepsilon_{03}) - P_{032}^{**} (1 + \varepsilon_{03}) \cos \beta_{03}, \quad (19)$$

$$R_{0j}^{**} = R_{0j}^* \delta_0, \quad P_{01}^{**} = P_{01}^* \delta_0, \quad P_{02}^{**} = P_{02}^* \delta_0, \quad P_{031}^{**} = P_{031}^* \delta_0, \quad P_{032}^{**} = P_{032}^* \delta_0, \quad \delta_0 = (\rho_0 F_0 a_0^2)^{-1}.$$

Уравнения (14)...(19) образуют замкнутую систему для определения неизвестных относительных деформаций и реактивных

сил. Исключив неизвестные реактивные силы, отсюда найдем

$$\varepsilon_{02} \alpha_{11} + \varepsilon_{03} \alpha_{12} = -(1 + \varepsilon_{02}) \xi_1, \quad \varepsilon_{01} \alpha_{21} + \varepsilon_{02} \alpha_{22} = -(1 + \varepsilon_{01}) \xi_2, \quad \varepsilon_{01} \alpha_{31} - \varepsilon_{03} \alpha_{32} = (1 + \varepsilon_{03}) \xi_3, \quad (20)$$

$$\alpha_{11} = \eta_{12} \sin \varphi_{02} - \eta_{11} \cos \varphi_{02}, \quad \alpha_{12} = \eta_{12} \sin \varphi_{03} - \eta_{11} \cos \varphi_{03},$$

$$\alpha_{21} = \eta_{22} \sin \varphi_{01} - \eta_{21} \cos \varphi_{01}, \quad \alpha_{22} = \eta_{22} \sin \varphi_{02} + \eta_{21} \cos \varphi_{02}, \quad (21)$$

$$\alpha_{31} = \eta_{32} \sin \varphi_{01} + \eta_{31} \cos \varphi_{01}, \quad \alpha_{32} = \eta_{32} \sin \varphi_{03} - \eta_{31} \cos \varphi_{03},$$

$$\xi_1 = P_{01}^{**} (\eta_{12} \sin \beta_{01} - \eta_{11} \cos \beta_{01}), \quad \xi_2 = P_{02}^{**} (\eta_{22} \sin \beta_{02} + \eta_{21} \cos \beta_{02}),$$

$$\xi_3 = P_{031}^{**} \eta_{32} \sin \beta_{03} + P_{032}^{**} \eta_{31} \cos \beta_{03}.$$

Уравнения (20) и (21) являются линейными относительно неизвестных деформаций. Отсюда получаются удобные для теоретического анализа и ведения числовых расчетов выражения для относительных деформаций.

Пусть ведущим является второй шкив с центром в точке O_2 . Принятые в предыдущей задаче предположения, относящиеся к реактивным силам, оставляем без изменения. На поверхности ведущего шкива на ремень действует внешняя сила P_{02} – сила привода двигателя. Действие силы P_{02} че-

рез ремень передается первому и третьему шкивам. В результате к участкам 01 и 03 ремня будут приложены внешние силы P_{01} и P_{03} . Приводимые в движение основные и дополнительные агрегаты устанавливаются к первому и третьему шкивам соответственно. Поэтому поступая, как и в предыдущем случае, силу сопротивления Φ_2 разбиваем на две составляющие (рис. 1-в): Φ_{21} и Φ_{22} – силы сопротивления основного агрегата и собственные силы сопротивления ведущего шкива соответственно.

Нетрудно проверить, что в принятой здесь постановке задачи общий вид соотношений (1)...(7) и уравнений (8)...(11), остается без изменений, а в уравнениях (12), (13) и в решении (20), (21) выражения $P_{01}^* = P_{01} - \Phi_{11} - \Phi_{12}$, $P_{02}^* = P_{02} - \Phi_2$ следует заменить на $P_{01}^* = P_{01} - \Phi_1$, $P_{02}^* = P_{02} - \Phi_{21} - \Phi_{22}$ соответственно.

Начальные параметры, устанавливаемые в ходе подготовки механизма переда-

$$T_{0j} = T_{00j} + T_{0j}^{(дн)}, \quad F_{тр}^{(0j)} = F_{тр}^{(00j)} + F_{тр0j}^{(дн)}, \quad R_{0j} = R_{00j} + R_{0j}^{(дн)}, \quad (22)$$

где $T_{0j}^{(дн)}$, $F_{тр0j}^{(дн)}$, $R_{0j}^{(дн)}$ – текущие значения сил натяжения трения и давления, соответствующие периоду времени $t \geq 0$, $j = 1, 2, 3$.

Используя решения уравнений (20), (21), выражения (22) и закон Кулона, можно провести прогнозирование рациональных значений сил $T_{0j}^{(дн)}$, $F_{тр0j}^{(дн)}$, $R_{0j}^{(дн)}$.

ВЫВОДЫ

1. Предлагаются методика расчета натяжения растяжимого ремня заданного механизма привода, вращающегося в стационарном режиме. Полученные решения учитывают конструктивные параметры и режим вращения механизма, а также расположение ведущих и ведомых шкивов в плоскости вращения ремня.

2. Построенная схема решения рассмотренной задачи может быть обобщена для случаев, когда механизмы имеют различные конструктивные параметры, а также использовать в качестве методики про-

чи к работе, играют важную роль в обеспечении качества работы установки и сохранения прочности контактирующих материалов. Пусть из эксперимента известны начальные значения сил натяжения, трения и давления. Абсолютные величины этих сил можно рассматривать как состоящие из суммы двух составляющих:

гнозирования рациональных конструктивных параметров и режимов вращения, причин падения качества работы и мер по их устранению; применяться для прогнозирования свойств материала ремня заданного механизма привода.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аптель П.* Теоретическая механика. – Т.2. – М.: Физматгиз, 1960.
2. *Воробьев И. И.* Ременные передачи. – М.: Машиностроение, 1979.
3. *Рахматуллин Х.А., Демьянов Ю.А.* Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. – М.: Физматгиз, 1961.
4. *Эргаилов М.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1991, № 2. С.98...101.
5. *Эргаилов М., Бурнашев Р.З., Нурмуротов У.К.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1992, № 2. С.98...100.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и деталей машин. Поступила 13.11.08.