

ВОЗДЕЙСТВИЕ РАБОЧИХ ОРГАНОВ НА ВОЛОКНИСТЫЙ МАТЕРИАЛ, ВВОДИМЫЙ В ЗОНУ ОЧИСТКИ В СВОБОДНОМ СОСТОЯНИИ

Д.А. ЛЕБЕДЕВ, А.Р. КОРАБЕЛЬНИКОВ

(Костромской государственный технологический университет)

Клочки волокон, движущиеся в потоке воздуха, испытывают удары рабочих органов (ножей, колков и др.). При ударе органа на трепания по клочку возникают силы,

стремящиеся его разрушить. Таким образом, в данной зоне происходит разрыхление клочков волокон и очистка от сорных примесей.

* Работа выполнена при поддержке гранта Федерального агентства по образованию РФ в рамках реализации целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (2009 – 2010 гг.) по разделу 2.1.2.

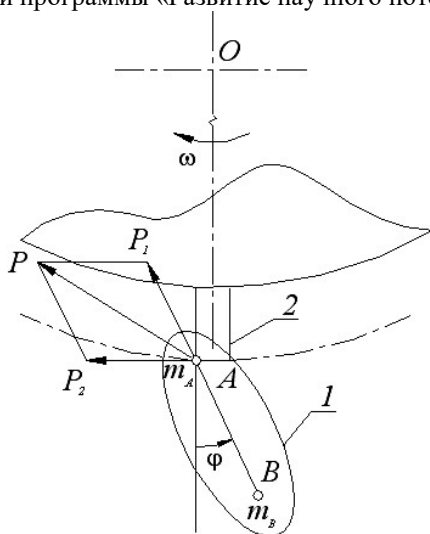


Рис. 1

Проанализируем действие силы P (рис. 1 – схема взаимодействия рабочего органа очистительной машины с клочком волокон: 1 – клочок волокна; 2 – рабочий орган), возникающей при ударном взаимодействии. Представим клочок волокна в виде двух связанных между собой частей массами m_A и m_B , сосредоточенными в точках A и B , соответственно [1]. Тогда сила, действующая на клочок, будет определяться двумя составляющими: центробежной силой инерции, возникающей вследствие вращения свободной части (массы m_B) относительно точки контакта (т. A), и силой прижатия волокна (массы m_A) к кромке рабочего органа (т. A):

$$\bar{D} = \bar{D}_1 + \bar{D}_2. \quad (1)$$

Составляющая сила D_1 направлена по линии AB . Эта сила вызывает мгновенное растяжение клочка, происходит разрушение связей между различными участками клочка, и он разделяется на две части либо при достаточной прочности связи, преодолев силу инерции массы m_B , весь клочок движется со скоростью рабочего органа.

Для определения составляющей силы D_1 рассмотрим следующую расчетную схему взаимодействия (рис. 2-а), полагая связь AB нерастяжимой. Система имеет две степени свободы. В качестве обобщенных координат выберем координату x , определяющую движение точки A , и угол поворота клочка волокон φ .

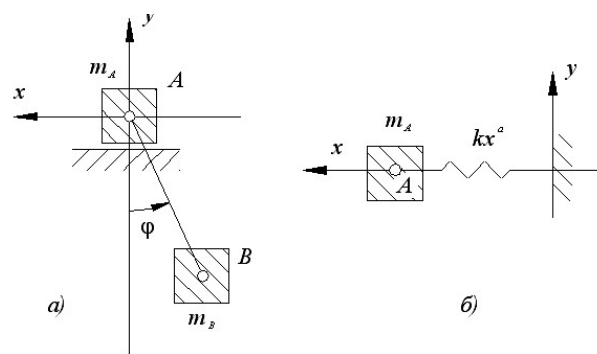


Рис. 2

Тогда уравнения Лагранжа для системы

будут иметь вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_1; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_2. \quad (2)$$

Кинетическая энергия системы складывается из энергий \dot{O}_A и \dot{O}_B масс, сосредоточенных в точках А и В.

Энергию \dot{O}_A определяем для независимого перемещения x

$$\dot{O}_A = \frac{m_A \dot{x}^2}{2}. \quad (3)$$

Масса m_B , сосредоточенная в точке В клочка волокон, совершает сложное (плоскопараллельное) движение, поэтому

$$\dot{O}_B = \frac{m_B V_B^2}{2} + J_A \frac{\dot{\varphi}^2}{2}. \quad (4)$$

Квадрат скорости точки В определяется следующим образом

$$\dot{O} = \dot{O}_A + \dot{O}_B = \frac{(m_A + m_B)}{2} \dot{x}^2 + m_B \dot{\varphi}^2 \ell^2 + m_B \dot{x} \dot{\varphi} \ell \cos \varphi. \quad (9)$$

Если предположить, что массы m_A и m_B одинаковы по величине и равны $m = \frac{M}{2}$, где M – масса клочка волокон, то (9) можно записать в виде

$$\dot{O} = \dot{O}_A + \dot{O}_B = m \dot{x}^2 + m \dot{\varphi}^2 \ell^2 + m \dot{x} \dot{\varphi} \ell \cos \varphi. \quad (10)$$

Определим теперь обобщенные силы Q_1 и Q_2 .

На перемещении, при котором координата x получает приращение, действующие силы работу не совершают. На перемещении, при котором угол φ получает приращение, работу совершают силы тяжести.

Таким образом:

$$Q_1 = 0; \quad Q_2 = mg \ell \sin \varphi. \quad (11)$$

$$V_B^2 = V_A^2 + V_{BA}^2 + 2V_A V_{BA} \cos \varphi, \quad (5)$$

или

$$V_B^2 = \dot{x}^2 + \dot{\varphi}^2 \ell^2 + 2\dot{x} \dot{\varphi} \ell \cos \varphi, \quad (6)$$

где ℓ – длина связи АВ, находящейся в нерастянутом состоянии.

Момент инерции массы m_B относительно оси, проходящей через точку А, будет равен

$$J_A = m_B \ell^2. \quad (7)$$

С учетом (6) и (7) из (4) кинетическую энергию движения массы m_B определим как

$$\dot{O}_B = \frac{m_B}{2} \dot{x}^2 + m_B \dot{\varphi}^2 \ell^2 + m_B \dot{x} \dot{\varphi} \ell \cos \varphi. \quad (8)$$

Общая кинетическая энергия будет:

Окончательно найдем следующие выражения для равенств (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} &= 2m\dot{x} + m\dot{\varphi}\ell \cos \varphi, \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} &= 2m\ell^2\dot{\varphi} + m\dot{x}\ell \cos \varphi, \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -m\ell\dot{x}\dot{\varphi} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставляя найденные величины в (2), получим после очевидных преобразований следующие дифференциальные уравнения движения системы:

$$\frac{d}{dt} (2m\dot{x} + m\dot{\varphi}\ell \cos \varphi) = 0; \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}\ell \cos\varphi + 2m\ell^2\dot{\varphi}) + m\ell\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi = mg\ell \sin\varphi.$$

Принимая во внимание, что сила P достигает своего максимального значения в момент времени, близкий к нулю, смещение x и угол φ в рассматриваемый отрезок времени можно считать малыми величинами одного и того же порядка малости. То есть полагаем, что $x = \varepsilon f_1(t)$, $\varphi = \varepsilon f_2(t)$, где ε – малая величина, а $f_1(t)$, $f_2(t)$ – некоторые функции от времени (ограниченные вместе с их производными), определяющие закон движения.

Очевидно, что при этом и скорости $\dot{x} = \varepsilon f_1'(t)$, $\dot{\varphi} = \varepsilon f_2'(t)$ будут также малыми величинами порядка ε .

Чтобы составить дифференциальные уравнения при малых смещениях системы, надо в уравнениях (13) сохранить только члены порядка ε , а малые более высокого порядка отбросить. Для этого в слагаемом $m\dot{\varphi}\ell \cos\varphi$, которое входит в первое из уравнений, надо положить $\cos\varphi = 1$, а во втором уравнении принять $\sin\varphi = \varphi$, $\cos\varphi = 1$ и член $m\ell\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi$ отбросить целиком, как имеющий порядок ε^3 .

В результате уравнения (13) примут вид:

$$2m\ddot{x} + m\ell\ddot{\varphi} = 0; \quad m\ell\ddot{x} + 2m\ell^2\ddot{\varphi} = mg\ell\varphi. \quad (14)$$

Из последних уравнений можно найти:

$$\ddot{\varphi} = \frac{2g}{3\ell}\varphi. \quad (15)$$

Выразим угловое ускорение в виде

$$\ddot{\varphi} = \frac{d\dot{\varphi}}{dt} = \frac{d\dot{\varphi}}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\dot{\varphi}}{d\varphi} \dot{\varphi}. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (15) и разделяя переменные, находим:

$$\dot{\varphi}d\varphi = \frac{2g}{3\ell}\varphi d\varphi. \quad (17)$$

При интегрировании выберем за начало отсчета времени мгновение контакта рабочего органа с клочком волокон (при $t=0$: $\varphi = 0$ и $\dot{\varphi} = 0$).

Тогда запишем следующее:

$$\int \dot{\varphi}d\varphi = \int \frac{2g}{3\ell}\varphi d\varphi, \quad (18)$$

или, после интегрирования и нахождения из начальных условий постоянной интегрирования, будем иметь:

$$\dot{\varphi} = \varphi \sqrt{\frac{2g}{3\ell}}. \quad (19)$$

Окончательно искомая сила определится следующим образом:

$$P_1 = m\ell\dot{\varphi}^2 = \frac{2g}{3\ell}m\ell\varphi^2. \quad (20)$$

По мере увеличения силы P_1 , как сказано выше, может наступить момент, когда ее величина превысит силу сцепления волокон в теле клочка. В этом случае произойдет разрушение клочка волокон, при котором возможно выделение сорных примесей, находящихся в зоне деления, вследствие сдвигания слоев волокна друг относительно друга. Таким образом, очистка волокна от сорных примесей в данном случае возможна не только в силу воздействия на них значительных инерционных нагрузок, но и как следствие процесса дискретизации (разделения) волокнистой массы.

Определим теперь составляющую силу E_2 . Данная сила возникает вследствие мгновенного сжатия клочка волокон и направлена по касательной к траектории движения рабочего органа.

Запишем уравнение деформации (сжатия) клочка волокон в зоне взаимодействия с рабочим органом (т. А) (рис. 2-б), используя основное уравнение удара [2]:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{m_A}P_2(x). \quad (21)$$

Восстанавливающая сила, входящая в правую часть уравнения (21), имеет нелинейный характер [3], [4]:

$$P_2(x) = kx^a, \quad (22)$$

где k и a – экспериментальные коэффициенты.

Уравнение деформирования запишем в следующем виде:

$$V \frac{dV}{dx} = -\frac{k}{m_{\dot{\lambda}}} x^a. \quad (23)$$

Проведем интегрирование представленных уравнений с учетом изменения скорости от значений V_{ti} до V_{te} и деформации – от δ_{ti} до δ_{te} :

$$\int_{V_{ti}}^{V_{te}} V \frac{dV}{dx} = -k \int_{\delta_{ti}}^{\delta_{te}} \frac{1}{m_{\dot{\lambda}}} x^a dx, \quad (24)$$

где t_i , t_e – время начала и конца активного этапа нагружения.

Учитывая незначительность изменения массы m_A , сосредоточенной в точке А (влияние массы в точке В не учитываем), в период активного этапа – резкого изменения действующей на клочок нагрузки принимаем величину данной массы постоян-

$$P_2 = k \left(\frac{1+a}{k} (W_{ti} - W_{te}) \right)^{\frac{a}{1+a}} = \left(\frac{1+a}{k^{\frac{1}{1+a}}} (W_{ti} - W_{te}) \right)^{\frac{a}{1+a}}. \quad (29)$$

При наличии максимальной нагрузки деформация в период нагружения является максимальной, поэтому, полагая клочок волокон неподвижным до взаимодействия (при $t=0$: $V_{ti} = 0$) и принимая его скорость в конце взаимодействия равной скорости рабочего органа ($V_{te} = \omega r$, где ω – угловая скорость вращения рабочего органа; $r = OA$), получим:

ной ($m_{\dot{\lambda}} = \text{const}$).

Тогда:

$$\frac{V_{te}^2}{2} - \frac{V_{ti}^2}{2} = -\frac{k}{m_{\dot{\lambda}}} \left(\frac{x_{te}^{1+a}}{1+a} - \frac{x_{ti}^{1+a}}{1+a} \right). \quad (25)$$

Введем следующее обозначение:

$$x_{\tau}^{1+a} = x_{te}^{1+a} + x_{ti}^{1+a}, \quad (26)$$

где τ – длительность активного этапа деформации (время нарастания нагрузки).

В таком случае упругопластическая деформация за время активного этапа будет:

$$x_{\tau} = \sqrt[1+a]{\frac{V_{ti}^{1+a} m_{\dot{\lambda}}}{2k} (1+a) - \frac{V_{te}^{1+a} m_{\dot{\lambda}}}{2k} (1+a)}, \quad (27)$$

или

$$x_{\tau} = \sqrt[1+a]{\frac{1+a}{k} (W_{ti} - W_{te})}, \quad (28)$$

где $W_{ti} = m_{\dot{\lambda}} \frac{V_{ti}^2}{2}$, $W_{te} = m_{\dot{\lambda}} \frac{V_{te}^2}{2}$ – кинетическая энергия системы в период активного этапа действующей нагрузки.

В таком случае из (22) усилие деформации определится как:

$$P_{2\max} = \left(\frac{1+a}{k^{\frac{1}{1+a}}} \left(\frac{m_{\dot{\lambda}} \omega^2 r^2}{2} \right) \right)^{\frac{a}{1+a}}. \quad (30)$$

Зная силы \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 (рис. 1), являющиеся составляющими силы P , последнюю можно определить как

$$P = P_1^2 + P_2^2 + 2\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right). \quad (31)$$

Таким образом, проведен анализ сил, действующих на волокно при его очистке в свободном состоянии. Представлена методика их определения, учитывающая упругие свойства волокна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы прядения волокнистых материалов: Учебник для текстильных вузов / Зотиков В.Е., Будников И.В., Трыков П.П. – М.: Государственное научно-техническое издательство литературы по легкой промышленности, 1959.

2. Инженерные методы исследования ударных

процессов / Батуев Г.С. и др. – М.: Машиностроение, 1977.

3. Корабельников Р. В., Лебедев Д. А., Корабельников А. Р. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2003, № 2.

4. Бурнашев Р. З. и др. Экспериментальное исследование ударного взаимодействия летучек хлопка-сырца с колосниками очистителя крупного сора // Реф. сб.: Хлопковая промышленность. – 1980, № 1.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин. Поступила 05.06.09.
