УДК 677.024

ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ СИЛ И ДЕФОРМАЦИИ ВЕТВЕЙ ОСНОВЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИНАМИКИ СКАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

О.А. САВВИН, С.Н. ТИТОВ, С.Ф. ГЕРАСИМОВА

(Костромской государственный технологический университет)

Большое влияние на процессы, происходящие в системе заправки ткацкого станка, оказывает движение подвижной системы скала. Основная сложность их анализа заключается в том, что движение скальной системы происходит под действием меняющегося натяжения основы, с одной стороны, а это движение, с другой стороны, существенно влияет на натяжение основы. Для решения этой задачи необходимо составить дифференциальные уравнения Лагранжа второго рода [1]. Наибольшие сложности при их составлении вызывает определение обобщенных сил и деформации ветвей основы при движении скала. Этим вопросам и посвящена данная статья.

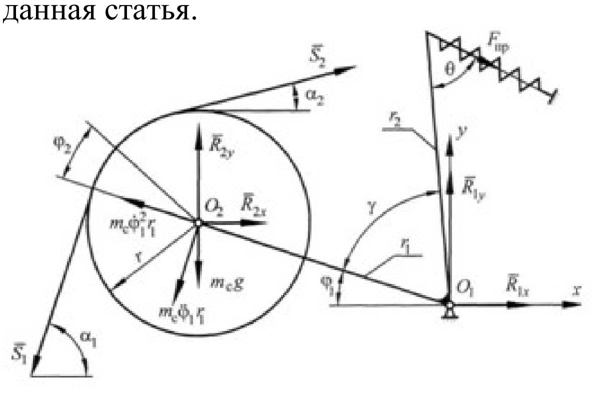

Рис. 1

Примем за обобщенные координаты угол поворота рычага скала φ_1 и угол поворота скала относительно этого рычага φ_2 (рис. 1 – схема качающегося скала). Необходимо отметить, что при таком выборе обобщенных координат упрощается определение обобщенных сил.

Обобщенные силы находятся из соотношения

$$Q_i\delta\varphi_i = \delta A, \qquad (1)$$

где $\delta\varphi_i$ – приращение i-й обобщенной координаты; Q_i – обобщенная сила, соответствующая этой обобщенной координате; δA – сумма работ всех сил, действующих на систему при изменении обобщенной координаты на $\delta\varphi_i$. При этом все остальные обобщенные координаты (если их несколько) считаются неизменными.

Первая обобщенная сила Q_1 вычисляется из соотношения

$$Q_1\delta\varphi_1 = M_{O1}\delta\varphi_1, \text{ откуда } Q_1 = M_{O1}, \qquad (2)$$

где M_{O1} – сумма моментов всех сил, действующих на систему, относительно точки O_1.

Суммарный момент сил относительно O_1 складывается из момента, создаваемого натяжением ветвей основы, весом скала, силами затяжки пружин и силами трения в опоре O_1.

Для вычисления моментов от натяжения ветвей основы S_1 и S_2 перенесем их параллельно самим себе в центр скала (точку O_2). В этом случае момент переносимой силы относительно O_1 будет равен моменту относительно этой же точки перенесенной силы плюс момент переносимой силы относительно точки переноса.

На схеме (рис. 2 – расчетная схема для определения моментов сил и деформации ветвей основы) перенесенные силы имеют дополнительный индекс п. Угол $\beta = \pi - \alpha_1 - \varphi_1$. Согласно рис. 2 суммарный момент относительно O_1 от натяжений основы определяется следующим образом:

$$(S_2 - S_1)r + S_2 r_1 \sin(\alpha_2 + \varphi_1) - S_1 r_1 \sin(\alpha_1 + \varphi_1). \qquad (3)$$

$$-m_C g r_1 \cos\varphi_1 . \tag{4}$$

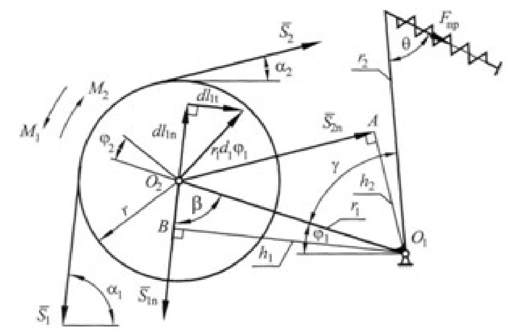

Рис. 2

Момент считается положительным, если он стремится вращать систему в направлении увеличения φ_1.

Тогда момент от силы тяжести скала при массе последнего m_C и ускорении свободного падения g окажется отрицательным:

Момент от затяжки пружины $F_{\text{ïð}}$ равен

$$F_{\text{ïð}} r \sin\theta . \tag{5}$$

Момент относительно O_1, создаваемый в этой опоре силами сухого трения, представляется зависимостью

$$M_{1f} = -r_{1f} N_1 \operatorname{sign}\dot{\varphi}_1 , \tag{6}$$

где N_1 и r_{1f} – сила нормального давления и радиус трения в опоре O_1.

Окончательно для первой обобщенной координаты получим:

$$Q_1 = \left(S_2 - S_1\right) r + S_2 r_1 \sin\left(\alpha_2 + \varphi_1\right) - S_1 r_1 \sin\left(\alpha_1 + \varphi_1\right) - m_C g r_1 \cos\varphi_1 + F_{\text{ïð}} r \sin\theta + M_{1f} . \tag{7}$$

Определим начальную затяжку пружины, полагая, что в начальный момент система находилась в равновесии $\left(Q_1 = 0, S_2 = S_1 = 0, \varphi_1 = \varphi_i\right)$. Так как углы α_1, α_2 è θ в течение нескольких циклов работы станка меняются незначительно, то считаем их постоянными.

Заметим, что F_i имеет не одно фиксированное, а целый диапазон значений [2]. Эту особенность создает сила сухого трения в опоре, так как при отсутствии движения момент трения может изменяться от $r_{1f} N_1$ до $-r_{1f} N_1$.

Полагая, что в начальный момент времени трение в опоре рычага скала равно нулю, на основании (7) получим:

$$F_i = \frac{m_C g r_1 \varphi_i + r_1 S_0 \left[\sin\left(\varphi_i + \alpha_1\right) - \sin\left(\varphi_i + \alpha_2\right)\right]}{r_2 \sin\theta} . \tag{8}$$

Так как при движении скала угол φ_1 меняется незначительно, то текущее значение силы упругости пружины можно вычислять следующим образом:

$$F_{\text{ïð}} = F_i - k_{\text{ïð}} \left(\varphi_1 - \varphi_y\right) r_2 \sin\theta , \tag{9}$$

где $k_{\text{ïð}}$ – коэффициент жесткости пружины.

Аналогично определяем вторую обобщенную силу Q_2 из зависимости $Q_2 \delta\varphi_2 = \delta A$. При вращении скала $\delta A = M_{O_2} \delta\varphi_2$, где M_{O_2} – момент относительно оси вращения скала O_2, складывающийся из момента от натяжения основы $r\left(S_2 - S_1\right)$ и момента от сил сухого трения $M_2 = -r_{2f} N_2 \operatorname{sign}\dot{\varphi}_2$, где N_2 и r_{2f} представляют собой силу нормального давления и радиус трения в опоре O_2.

Из вышесказанного следует, что вторая обобщенная сила:

$$Q_2 = r\left(S_2 - S_1\right) - r_{2f} N_2 \operatorname{sign} \dot{\varphi}_2 . \quad (10)$$

Для решения более сложной задачи по определению момента сил трения необходимо вычислить полные реакции R_1 и R_2 в опорах O_1 и O_2, которые являются суммой нормальной реакции и силы трения в соответствующей опоре. Используя метод кинетостатики, добавим к системе соответствующие силы инерции и рассмотрим ее равновесие. Расчетная схема приведена на рис. 2. Из суммы проекций сил, действующих на скало, на координатные оси получим:

$$\begin{aligned} R_{2y} &= S_1 \sin\alpha_1 - S_2 \sin\alpha_2 + m_C g + m_C \ddot{\varphi} r_1 \cos\varphi_1 - m_C \dot{\varphi}^2 r_1 \sin\varphi_1 , \\ R_{2x} &= S_1 \cos\alpha_1 - S_2 \cos\alpha_2 + m_C \ddot{\varphi} r_1 \sin\varphi_1 + m_C \dot{\varphi}^2 r_1 \cos\varphi_1 . \end{aligned} \quad (11)$$

Для определения реакций в опоре O_1 используем принцип освобождаемости от связей. Для этого "отбросим" скало, заменив его действие на рычаг силами реакций. Согласно третьему закону Ньютона эти реакции равны R_{2x} и R_{2y}, взятыми с противоположными знаками. Тогда:

$$\begin{aligned} R_{1x} &= R_{2x} - F_{\text{ïð}} \cos\left(\varphi_1 + \gamma + \theta\right), \\ R_{1y} &= R_{2y} + F_{\text{ïð}} \sin\left(\varphi_1 + \gamma + \theta\right). \end{aligned} \quad (12)$$

Заметим, что если за вторую обобщенную координату взять угол поворота скала относительно неподвижной системы координат, то при этом Q_2 не изменится, но определение Q_1 усложнится, так как добавится работа сил трения в опоре O_2 и изменится сумма моментов от сил натяжения ветвей основы относительно опоры O_1.

При составлении дифференциальных уравнений движения системы скала возникает необходимость определения деформации ветвей основы. Здесь, определив плечи сил натяжений ветвей основы относительно оси вращения рычага скала, находим и их деформацию при поступательном движении скала. Скало совершает плоское движение, которое можно представить в виде суммы поступательного и вращательного движений. Определение деформации ветвей основы от вращательного движения скала не представляет сложностей, поэтому остановимся только на определении деформации ветвей основы от поступательной части движения скала.

Поскольку рассматривается поступательное движение скала, то перемещение любой его точки равно перемещению точки O_2. Это перемещение можно представить двумя составляющими: $d\ell_{1n}$ – перемещение, направленное вдоль ветви, которое представляет собой деформацию нижней ветви; $d\ell_{1t}$ – перемещение, направленное перпендикулярно ветви, которое определяет ее поворот, то есть изменение угла α_1 (рис. 2). Треугольник деформаций и треугольник O_1O_2B подобны как треугольники со взаимно-перпендикулярными сторонами, поэтому

$$d\ell_{1n} = h_1 d\varphi_1 . \quad (13)$$

Необходимо отметить, что найденное соотношение можно получить и методами механики, а аналогичная зависимость может быть выведена и для второй ветви основы.

Результат можно сформулировать следующим образом: при повороте рычага скало на элементарный угол для определения деформации ветви основы, огибающей скало, от поступательной части движения скало необходимо:

1. перенести натяжение ветви параллельно самому себе в центр скала;

2. определить плечо перенесенной силы относительно оси вращения рычага скала.

Деформация данной ветви численно равна произведению плеча этой перенесенной силы на элементарный угол поворота рычага скала.

Достоинство метода заключается в том, что он позволяет простейшим способом определить деформацию ветви основы при повороте рычага скала на малый угол. Действительно, плечо силы натяжения ветви основы вычисляется значительно легче, чем ее деформация.

ВЫВОДЫ

1. Простота вычислений обобщенных сил зависит от рационального выбора обобщенных координат.

2. При определении моментов сил трения в опорах скальной системы целесообразно реакции в этих опорах представлять не силой нормального давления и силой трения, а полной реакцией в данной опоре. Это приводит к значительному сокращению и упрощению математических выкладок.

3. Деформация ветви основы, огибающей скало, вызванная поступательной частью его движения, связана с плечом силы натяжения этой ветви достаточно простым соотношением.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Саввин О. А.* Динамика подвижной системы скала и ее влияние на поведение системы заправки ткацкого станка: Монография. – Кострома: КГТУ, 2007.

2. *Титов С. Н.* Нелинейная механика текстильных процессов: Монография. – Кострома: КГТУ, 2004.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин. Поступила 05.06.09.