

УДК 677.024

**НЕКОТОРЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ  
ТЕОРИИ СТРОЕНИЯ ТКАНИ\***

*О.С. СТЕПАНОВ, В.Н. ГРАЧЕВ*

(Ивановский государственный университет,  
Ивановская государственная текстильная академия)

При исследовании строения ткани часто используется известное равенство:

$$d_o + d_y = h_o + h_y, \quad (1)$$

где  $d_o$  и  $d_y$  – диаметры нитей основы и утка;  $h_o$  и  $h_y$  – высоты волн изгиба основной и уточной нитей в ткани.

Равенству (1) можно придать другой вид:

$$d_o \eta_o + d_y \eta_y = h_o + h_y, \quad (2)$$

где  $\eta_o$  и  $\eta_y$  – коэффициенты смятия нитей основы и утка по вертикали.

Впервые равенство (1) опубликовано в [1] и [2], но его математическое доказательство не приводится. Восполним этот пробел.

На рис. 1 представлена схема расположения нитей основы и утка в ткани полотняного переплетения. Приняты следующие обозначения:  $OO$  и  $O_1O_1$  – расстояния между осевой линией основной нити и цен-

трами сечений уточных нитей;  $A$  и  $A_1$  – точки, которые получены в результате пересечения осевых линий утка;  $h_o$  и  $h_y$  – высоты волн изгиба нитей основы и утка в ткани.

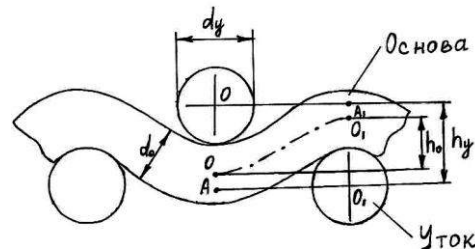


Рис. 1

Из рисунка следует:

$$OA + O_1 A_1 + h_o = h_y, \quad (3)$$

$$OA = \frac{1}{2} (d_o + d_y) - h_o, \quad (4)$$

$$O_1 A_1 = \frac{1}{2} (d_o + d_y) - h_o. \quad (5)$$

\* Работа выполнена под руководством проф., докт. техн. наук Степанова Г.В.

Подставим (4) и (5) в (3) и получим:

$$\frac{d_o + d_y}{2} - h_o + \frac{d_o + d_y}{2} - h_o + h_o = h_y. \quad (6)$$

Выполнив преобразования, получим равенство (1).

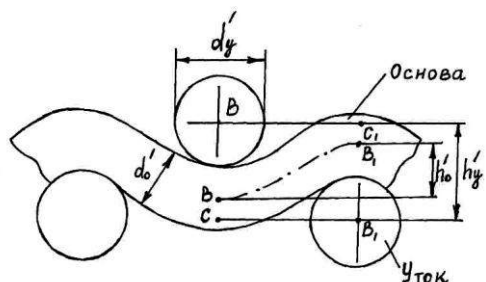


Рис. 2

Рассмотрим случай, когда одна из нитей имеет больший или меньший диаметр, рис. 2. Здесь уточная нить больше, чем основная. Приняты следующие обозначения:  $BB_1$  и  $B_1C_1$  – расстояния между осевой линией основной нити и центрами сечений уточных нитей;  $CC_1$  – точки, которые получены в результате пересечения осевых линий утка;  $h'_o$  и  $h'_y$  – высоты волн изгиба нитей основы и утка в ткани.

Используя те же преобразования, которые применялись при выводе формулы (1), получим:

$$BC + B_1C_1 + h'_o = h'_y, \quad (7)$$

$$BC = \frac{1}{2}(d'_o + d'_y) - h'_o, \quad (8)$$

$$B_1C_1 = \frac{1}{2}(d'_o + d'_y) - h'_o. \quad (9)$$

Подставив (8) и (9) в (7), имеем:

$$\frac{d'_o + d'_y}{2} - h'_o + \frac{d'_o + d'_y}{2} - h'_o + h'_o = h'_y. \quad (10)$$

Таким образом, равенство (1) справедливо и для случаев, когда в ткань заработаны нити разных диаметров. Кроме этого, нами были рассмотрены переплетения, отличные от полотняного. Оказалось, что равенство (1) справедливо и для других однослойных тканей.

Равенство (1) содержит два неизвестных  $h_o$  и  $h_y$ . Для нахождения этих величин в [1] приводятся следующие формулы:

$$h_o = \sqrt{(d_o + d_y)^2 - \ell_o^2}, \quad (11)$$

$$h_y = \sqrt{(d_o + d_y)^2 - \ell_y^2}, \quad (12)$$

где  $\ell_o$  и  $\ell_y$  – геометрические плотности основной и уточной нитей.

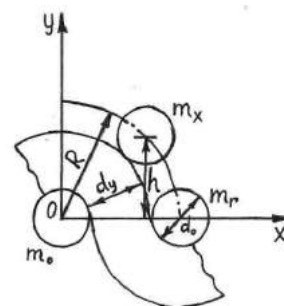


Рис. 3

Формулы (11) и (12) справедливы при условии, что при любой фазе строения ткани (рис. 3) имеет место:

$$d_o + d_y = R = \text{const}. \quad (13)$$

Одновременно необходимо записать еще следующие соотношения:

$$d_o \leq \ell_o \leq (d_o + d_y), \quad (14)$$

$$d_y \leq \ell_y \leq (d_o + d_y). \quad (15)$$

Вернемся к рис. 3. Условие (13) соответствует тому, что как бы не располагалась нить в элементе ткани, ее центр сечения ( $m_r, m_x$ ) должен отстоять от центра сечения нити  $m_o$  на одну и ту же величину, не превосходящую по своему значению  $R$  [1]. Если же принять  $(d_o + d_y) > R$ , что иногда делают при определении высоты волны нити, формулы (11) и (12) дают неверный результат.

Определенные ограничения на формулы (11) и (12) накладываются и соотношения (14) и (15). Пусть  $\ell_o > (d_o + d_y)$ , тогда под радикалом в формуле (11) при вычислении  $h_o$  появится отрицательная величина, и определение высоты волны изгиба нити будет затруднено.

Покажем это на следующем примере: пусть дана бязь арт. 115, имеющая технические характеристики:  $T_o=25$ текс,  $T_y=25$  текс,  $P_o =246$  н/дм,  $P_y =224$  н/дм. Диаметры нитей основы и утка найдем по формуле:  $d = c \sqrt{\delta}$ .

$$d_o = d_y = 0,0395 \sqrt{25} = 0,197 \approx 0,2 \text{ мм.} \quad (16)$$

Найдем геометрические плотности:  $\ell_i = \frac{1}{P_i}$ .

$$\ell_o = \frac{1}{P_o} = \frac{1}{2,46} = 0,406 \text{ мм,} \quad (17)$$

$$\ell_y = \frac{1}{P_y} = \frac{1}{2,24} = 0,446 \text{ мм.} \quad (18)$$

Подставим полученные данные в формулы (11) и (12) и получим:

$$h_o = \sqrt{(0,2+0,2)^2 - 0,406^2} = \sqrt{-0,0048}, \quad (19)$$

$$h_y = \sqrt{(0,2+0,2)^2 - 0,446^2} = \sqrt{-0,0389}. \quad (20)$$

Таким образом, видно, что под знаком радикала имеется отрицательная величина и определение высоты волны изгиба нити в ткани затруднено. Чтобы выйти из данного положения, сделаем следующее. Возведем (19) и (20) в квадрат и разделим их.

Тогда  $\frac{h_o^2}{h_y^2} = \frac{-0,0048^2}{-0,0389^2} = 0,0152$ , откуда:

$$h_o = \sqrt{0,0152 h_y^2} = 0,123 h_y. \quad (21)$$

Решая совместно (1) и (17), получим:

$$\int_0^{\ell_o} [A_o V^4(x) - F_o V^2(x)] \Delta(x) dx - \int_0^{\ell} q_o(x) \Delta(x) dx = 0, \quad (24)$$

$$\int_0^{\ell_y} [A_y U^4(y) - F_y U^2(y)] \Delta(y) dy - \int_0^{\ell} q_y(y) \Delta(y) dy = 0, \quad (25)$$

$$d_o + d_y - (h_o + h_y) = 0,$$

где  $\Delta V(x)$  и  $\Delta U(y)$  – обобщенные функции перемещения точек осевых линий нитей основы и утка;  $V(x)$  и  $U(y)$  – уравнения осевых линий основных и уточных нитей;

$$0,2+0,2=0,123 h_y + h_y \rightarrow h_y=0,356.$$

Зная  $h_y$ , найдем  $h_o$ :

$$h_o = 0,123 \cdot 0,356 = 0,044.$$

Однако полученные показатели  $h_o$  и  $h_y$  не соответствуют действительности. Согласно фазовой теории строения ткани большой изгиб нити имеет более плотная система, то есть в нашем случае большой прогиб должна иметь основная нить. Следовательно, данный прием определения  $h_o$  и  $h_y$  применять не следует. Если же имеет место положительное значение для одной из этих величин, то для нахождения высоты изгиба нити в ткани используется (1) и положительная величина  $h_o$  или  $h_y$ .

Приведенные выше выкладки не учитывают жесткостных характеристик нитей, что может существенно исказить истинное значение  $h_o$  или  $h_y$ .

Приведем формулы [3], которые позволяют вычислить высоту волны нити при любой геометрической плотности и различных диаметрах нитей основы и утка:

$$h_o = \frac{P_o^3 A_o (d_o + d_y)}{P_y^3 A_y + P_y^3 A_o}, \quad (22)$$

$$h_y = \frac{P_y^3 A_o (d_o + d_y)}{P_o^3 A_y + P_y^3 A_o}, \quad (23)$$

где  $P_o$  и  $P_y$  – плотности ткани по основе и утку;  $A_o$  и  $A_y$  – жесткости нити основы и утка на изгиб.

Формулы (17) и (18) получены из условия решения следующей системы уравнений:

$q(x)$  и  $q(y)$  – натяжение нитей основы и утка в ткани, снятой со станка;  $0-\ell_o$  и  $0-\ell_y$  – пределы интегрирования.

Если в (19) и (20) жесткости нитей на изгиб равны или близки по своим значениям, то (19) и (20) примут вид:

$$h_o = \frac{P_o^3(d_o + d_y)}{P_i^3 + P_y^3}, \quad (26)$$

$$h_o = \frac{P_o^3(d_o + d_y)}{P_i^3 + P_y^3}. \quad (27)$$

Формулы (26) и (27) позволяют определить высоты волн изгиба без учета жесткостных характеристик нитей на изгиб.

$$h_o = \frac{2,46^3(0,2 + 0,2)}{2,46^3 + 2,24^3} = 0,228,$$

$$h_o = \frac{2,24^3(0,2 + 0,2)}{2,46^3 + 2,24^3} = 0,172.$$

## ВЫВОДЫ

1. Дано математическое доказательство справедливости формулы: "сумма диаметров нитей основы и утка равна сумме высот изгиба нитей в ткани".

2. Данное равенство справедливо для тканей главных видов переплетений и отдельных мелкоузорчатых.

3. Приводятся формулы для расчета высоты изгиба нитей в ткани и пример их применения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. // Текстильная промышленность. – 1946, №2, №4, №5.

2. Розанов Ф.М., Кутепов О.С., Жуликова Д.М., Молчанов С.В. Строение и проектирование тканей. – М.: Гизлегпром, 1953. С.471.

3. Степанов Г.В., Степанов С.Г. Теория строения ткани. – Иваново: ИГТА, 2004.

Рекомендована кафедрой технологии текстильных материалов ИГТА. Поступила 20.04.09.