

УДК 677.074.1:615.479

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ
РАСПОЛОЖЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ
НА ПОВЕРХНОСТИ ТКАНИ***Т.А. ЧЕБУНЬКИНА, И.В. ЗЕМЛЯКОВА***(Костромской государственный технологический университет)**

Технология нанесения покрытий напылением известна с начала XX века. В настоящее время она нашла свое применение не только в металлургии и машиностроении, но и в текстильной промышленности. Нанося на ткань слой металла, а также различные сплавы, оксиды, карбиды, мы придаем ткани комплекс новых свойств, позволяющий расширить спектр ее применения. Металлизированная ткань обладает электропроводностью и из нее можно шить защитную одежду специального назначения. Ткань с металлическим покрытием обладает хорошими экранирующими свойствами, позволяющими использовать ее для защиты человека от электромагнитных излучений, а ткань с нанесенным на ее поверхность слоем серебра обладает бактерицидными и ранозаживляющими свойствами, позволяющими использовать ее в медицине.

В КГТУ на кафедре технологии художественной обработки материалов и технического сервиса под руководством проф., докт. техн. наук Гусева В.А. собрана экспериментальная установка по нанесению металлических покрытий методом электродуговой металлизации на различные конструкционные материалы. В состав установки для нанесения металлических покрытий входит стенд для механизации

процессов напыления, металлизационный аппарат промышленного образца ЭМ-6, комплект для электродуговой металлизации КДМ-2 на базе источника постоянного тока ТИМЕЗ-500. Для создания металлических покрытий способом напыления используется принцип пульверизации расплавленного металла с помощью струи сжатого воздуха. Поток металлических частиц с некоторой скоростью направляется на металлируемую поверхность ткани, в результате чего частицы налипают на нее, образуя покрытие.

Для прогнозирования свойств конечного текстильного продукта в соответствии с его назначением необходимо создать комплекс математических моделей. Обзор литературы по данной проблеме позволил сделать вывод об отсутствии математического описания процесса получения металлизированной ткани методом электродуговой металлизации. Прочность сцепления металлического слоя с тканью зависит, в первую очередь, от того, насколько крепко на ткани закрепились металлические частицы первого напыленного слоя, полученного в результате одного прохода распылителя. В связи с этим необходимо подробно изучить распределение частиц этого слоя по поверхности ткани.

Если производить напыление при неподвижном электрометаллизаторе в течение малого промежутка времени Δt , то на поверхности ткани центры металлических частиц образуют случайное поле точек, для которого выполняются следующие условия: 1) вероятность попадания в элементарный участок плоскости двух или более точек пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одной точки (это обусловлено тем, что время напыления очень мало); 2) вероятность попадания того или иного числа точек в плоскую фигуру не зависит от того, сколько точек попало в любую другую непересекающуюся с ней фигуру. Тогда число точек, попадающих в заданную плоскую фигуру, распределено по закону Пуассона с параметром a :

$$P_m = a^m e^{-a} / m!$$

Для однородного поля $a = \lambda S$, где S – площадь фигуры; λ – среднее число точек, попадающих в единицу площади. Для неоднородного поля λ зависит от координат точки $(x; y)$ на плоскости, а поэтому число точек, попадающих в плоскую фигуру, вычисляется по формуле

$$a = \iint_S \lambda(x; y) dx dy.$$

Выбираем произвольную точку O плоскости. Рассмотрим случайные величины: R_1 – расстояние от точки O до ближайшей к ней частицы; R_2 – расстояние от точки O до следующей по порядку (второй по удаленности) частицы; ... R_n – расстояние от точки O до n -й по удаленности частицы. Необходимо найти закон распределения каждой из этих случайных величин. Найдем функцию распределения $F_1(r)$ величины R_1 . Проведем вокруг точки O окружность радиуса r . Для того, чтобы расстояние R_1 от этой точки до ближайшей к ней соседней частицы было меньше r , надо, чтобы в круг попала хотя бы одна частица. Вероятность этого события не зависит, есть ли уже в центре круга точка или ее нет. Поэтому $F_1(r) = 1 - e^{-\pi r^2 \lambda}$ при $r > 0$. От-

куда $f_1(r) = \begin{cases} 2\pi\lambda r e^{-\pi\lambda r^2}, & r > 0 \\ 0, & r < 0 \end{cases}$. Такой закон распределения называется законом Релея [1]. Числовыми характеристиками случайной величины R_1 будут $m_r = \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}$, $D_r = \frac{4 - \pi}{4\pi\lambda}$.

Функция распределения $F_2(r) = P(R_2 < r)$ равна вероятности того, что в круг радиуса r попадет не менее двух частиц: $F_2(r) = 1 - e^{-\pi r^2 \lambda} - \pi r^2 \lambda e^{-\pi r^2 \lambda}$ ($r > 0$). Анало-

гично получаем $F_n(r) = 1 - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{a^k}{k!} e^{-a}$ ($r > 0$, $n \geq 1$), где $a = \pi r^2 \lambda$. Плотность распределения $f_n(r) = \frac{a^{n-1}}{(n-1)!} e^{-a} 2\pi\lambda r$ ($r > 0$). Эти результа-

ты могут быть использованы для оценки плотности точек на плоскости путем выбора случайных точек и измерения расстояний до n -й ближайшей частицы. Зная число частиц первого слоя, в дальнейшем можно оценить площадь поверхности ткани, покрываемую ими.

Далее в рамках изучения первого слоя покрытия решена задача о вычислении вероятности попадания частицы на различные участки ткани полотняного переплетения в пределах одного раппорта. Предположим, что частица имеет форму шара d_c . Так как промежуток времени напыления мал, то вероятность попадания частицы на ткань пропорциональна площади фигуры и не зависит от ее расположения. Тогда вероятность попадания частицы между нитями основы и утка, то есть вероятность попадания всей частицы внутрь прямоугольника $ABCD$ (рис. 1 – попадание частицы на различные участки ткани), можно вычислить по формуле:

$$P(A) = (\ell_y - d_y - d_c) (\ell_o - d_o - d_c) / (\ell_y + d_y) (\ell_o + d_o),$$

где ℓ_y, ℓ_o – геометрическая плотность ткани по утку, по основе, мм; d_y, d_o – диаметр нитей основы и утка, мм.

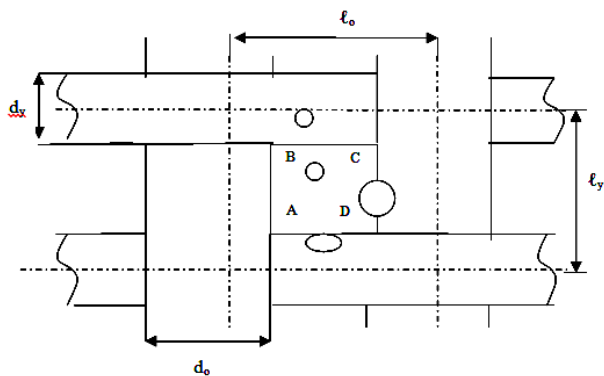


Рис. 1

Полученный результат позволяет оценить часть потерь металла, которая возникает вследствие попадания частицы в промежутки между нитями основы и утка.

ВЫВОДЫ

Предложено математическое описание расположения частиц, образующих первый слой металлического покрытия на ткани. Полученные результаты могут быть использованы для оценки плотности металлических частиц и для прогнозирования потерь металла в процессе получения металлизированной ткани методом электродуговой металлизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988.

Рекомендована кафедрой высшей математики.
Поступила 28.09.09.