

УДК 677.023.56

**ФИЛЬТРАЦИЯ ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ МНОГОСЛОЙНЫЕ  
ТЕКСТИЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ  
С УЧЕТОМ МЕХАНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ**

*Г.В. БАШКОВА, А.П. БАШКОВ, Д.А. АЛЕШИНА, И.А. ЖУРАВЛЕВА*

**(Ивановская государственная текстильная академия)**  
E-mail: info@igta.ru

*Представлен теоретический анализ фильтрации воздуха через многослойный пористый текстильный материал, находящийся в состоянии механического сжатия с привлечением метода конечных элементов. Для этого в качестве конечного элемента рассматривается элементарная пора в виде деформируемого шестизвенного элемента.*

*Using the method of finite elements an air filtration through the multilayered porous textile material in a mechanical pressing condition is theoretically investigated in this paper. The elementary pore is considered as a final element which represents with deformed six-section element.*

**Ключевые слова:** фильтрация воздуха, многослойный пористый текстильный материал, механическое сжатие, метод конечных элементов.

При долгом пребывании в автомобильном кресле человек испытывает заметный дискомфорт, который связан с повышением влажности кожи в зонах контакта тела с обивкой кресла [1]. Гигиеничность кресла тесно связана с воздухопроницаемостью многослойной структуры опорных поверхностей, которые состоят из пружинного блока, слоя вспененного полиуретана, подстилочного слоя и обивки, в качестве которых используются ткань, нитепрошивное полотно или трикотаж. Для верха обивки нами предлагается основовязаное полотно, содержащее с периодичностью 10 см уточные нити. Эти нити, более упругие, чем петлеобразующие, способны членить опорную поверхность кресел на сегменты-подушечки, улучшая их эргономические характеристики и воздухопроницаемость.

При воздействии нагрузок от веса человеческого тела многослойная структура сжимается (рис. 1), объем пор сокращается, а воздух, фильтруясь через материал, движется и вентилирует зоны контакта тела с опорной поверхностью. При снятии или уменьшении нагрузок при движении тела человека поры за счет упругости материала снова наполняются воздухом. Кроме этого, за счет движения воздуха внутрь пор происходит удаление влаги от тела человека в пределах опорной поверхности.

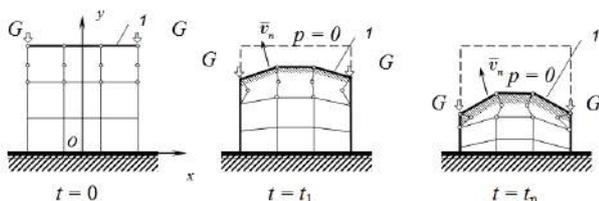


Рис. 1

При сжатии пористого материала с силой  $G$  постоянно происходит изменение площади и формы его свободной поверхности 1 (рис. 1 – фильтрационный поток при наличии свободной поверхности 1), а также размера пор. Состояние свободной поверхности определяет параметры фильтрации, то есть скорость и расход воздуха на границе пористого тела. Размер

пор, как функция сжатия, влияет на воздухопроницаемость пористого тела. При этом более сжатыми и менее проницаемыми являются верхние слои, непосредственно воспринимающие нагрузку.

Определить параметры фильтрации можно, связав деформацию пористого тела с размерами пор и воздухопроницаемостью, а его упругую реакцию на сжатие с объемными силами, вызывающими перепад давления в пределах пористого тела и движение воздуха. В данном случае скорости воздуха и сами объемные силы небольшие, поэтому для расчетов можно использовать систему из уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости, преобразованных для двумерного случая и стационарного режима течения, поскольку решение задачи целесообразно проводить пошагово в фиксированный момент времени  $t_k$ , и уравнения неразрывности:

$$\begin{cases} X - \partial p / \partial x + \mu (\partial^2 v_x / \partial x^2 + \partial^2 v_x / \partial y^2) = 0, \\ Y - \partial p / \partial y + \mu (\partial^2 v_y / \partial x^2 + \partial^2 v_y / \partial y^2) = 0, \\ \partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $p$  – давление жидкости в порах;  $X, Y$  – объемные силы, действующие в единице объема;  $v_x, v_y$  – проекции скорости жидкости на координатные оси;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости жидкости (газа).

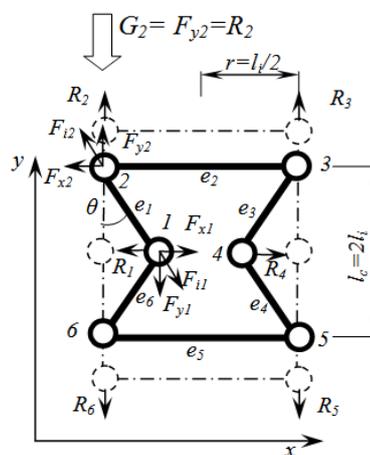


Рис. 2

Поскольку деформация пористого тела неоднородна, данную задачу можно решить, используя метод конечных элементов, разбив весь объем  $V$  на конечные шестизвенные элементы (рис. 2), стержневые эквиваленты плоского сечения поры. Тогда, учитывая условия, при которых составлена система уравнений (1), объемные силы можно представить следующей матрицей:

$$\{F\}_p = \left( \int_V [\bar{N}]^T \begin{Bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{Bmatrix} [N] dV \right) \{p\} = [L] \{p\}, \quad (3)$$

где  $[\bar{N}]^T$  – приведенная к глобальной системе координат матрица функции формы (положения узловых элементов), определяющая перемещение упругого тела;  $[N]$  – матрица функции формы, характеризующая распределение давления, то есть:

$$p = [N] \{p\}, \quad v_x = [N] \{v_x\}, \quad v_y = [N] \{v_y\}, \quad (4)$$

где  $v_x, v_y$  – скорости узловых перемещений, которые приравниваем к соответствующим скоростям воздушного потока внутри поры.

Скорости узловых перемещений для образца пористого материала можно определить экспериментально. Для этого образец сжимается грузом заданного веса (в нашем случае 40 Н) на специальном стенде (рис. 3 – экспериментальная установка для определения скорости деформации пористого образца: а – схема установки, 1 – образец пористого материала; 2 – подвижная грузовая площадка; 3 – шток с распределительной пластиной; 4 – линейка; б – снимок деформации с наложением координатной сетки; в – серия снимков за 2 с).

Динамика сжатия фиксируется скоростной съемкой на цифровую фотокамеру. За время 2 с сделана серия из 9 снимком с шагом  $\Delta t = 0,25$  с. Затем в графическом редакторе Photoshop на снимок наносится координатная сетка, и при большом увеличении определяются координаты, а с учетом  $\Delta t$  и скорости узловых перемещений.

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial p / \partial x \\ \partial p / \partial y \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Если упругую систему описывать с учетом дискретизации всего объема, то объемные силы в соответствии с методом перемещений [2] вызовут узловые силы  $\{F\}_p$ , определяемые матрицей  $[L]$ :

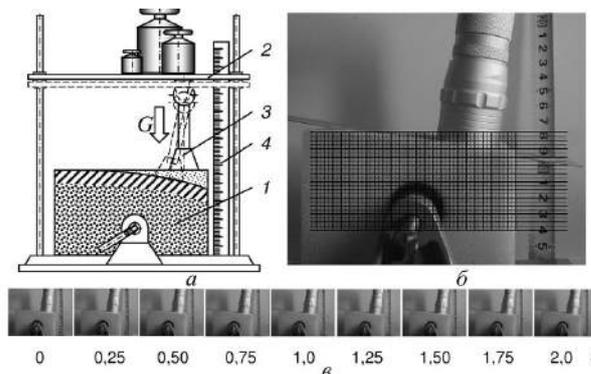


Рис. 3

Далее эти скорости можно связать с перепадом давления, используя закон Дарси [3]:

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx}; \quad v_y = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dy}, \quad (5)$$

где  $k$  – коэффициент воздухопроницаемости,  $m^2/Па \cdot c$  (для упрощения рассуждений будем считать, что он одинаков во всех направлениях).

Коэффициенты воздухопроницаемости образцов трикотажного полотна определялись экспериментально на приборе ВПТМ2, для пористого наполнителя и подстилочного слоя они рассчитывались в зависимости от пористости материала. Известно, что коэффициент проницаемости связан с пористостью уравнением Козени - Кармана:

$$k = \frac{\varepsilon^3}{K_o S_b^2 (1 - \varepsilon)^2}, \quad (6)$$

где  $K_0$  – константа Козени;  $S$  – площадь свободной поверхности;  $\varepsilon$  – коэффициент пористости  $\varepsilon = \frac{V_0}{V}$ ;  $V_0$  – суммарный объем пор, который можно определить расчетно, используя объемные плотности пористого тела и исходного полимера.

Тогда

$$\begin{cases} \frac{dp}{dx} = v_x \mu K_0 S^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}, \\ \frac{dp}{dy} = v_y \mu K_0 S^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}. \end{cases} \quad (7)$$

Будем считать, что объем пор при сжатии уменьшается пропорционально общему объему, тогда значение  $\varepsilon$  остается неизменным. С использованием соотношений (5)...(7) и экспериментальных данных

$$F^{e_1} = \begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{x1x1} & K_{x1y1} \\ K_{y1x1} & K_{y1y1} \\ K_{x2x2} & K_{x2y2} \\ K_{y2x2} & K_{y2y2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{x1} \\ \delta_{y1} \\ \delta_{x2} \\ \delta_{y2} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где

$$K_{ij} = \frac{\lambda s}{\ell} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\cos^2 \theta - \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Матричное уравнение для всего элемента с учетом узловых смещений  $\delta$ , произошедших в результате нагрузки, будет иметь вид [4]:

$$R_{xi} = \sum_{i=1}^6 F_{xi}^{e_i}; \quad \text{Ошибка! Ошибка связи.} \quad [R_i] = \begin{bmatrix} R_{xi} \\ R_{yi} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^6 \begin{bmatrix} F_{xi}^{e_i} \\ F_{yi}^{e_i} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^6 [F^e]. \quad (12)$$

Результирующая система уравнений в матричном виде может быть записана следующим образом:

$$[R] = \begin{bmatrix} [R_1] \\ [R_2] \\ \vdots \\ [R_6] \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^6 \begin{bmatrix} [F_1^e] \\ [F_2^e] \\ \vdots \\ [F_6^e] \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^6 [F^e]. \quad (13)$$

строится матрица  $[N]\{\delta\}$  и рассчитывается матрица  $[L]\{p\}$ .

Деформация стержня (эквивалента стенки поры) ненагруженной длины  $\ell$  определяется величиной (рис. 2):

$$E = \left[ (\delta_{x2} - \delta_{x1}) \cos \theta + (\delta_{y2} - \delta_{y1}) \sin \theta \right] / \ell. \quad (8)$$

Тогда продольная сила  $P$ , приложенная к стержню, будет определяться выражением:

$$P_i = \frac{\lambda s}{\ell} \left[ (\delta_{x2} - \delta_{x1}) \cos \theta + (\delta_{y2} - \delta_{y1}) \sin \theta \right], \quad (9)$$

где  $s$  – площадь поперечного сечения стержня (стенки поры);  $\lambda$  – модуль упругости исходного полимера.

Компоненты продольной силы  $P_i$  могут быть приравнены к компонентам узловых сил  $F_i$ . Тогда для звена  $e_1$  (рис. 2):

$$[F^e] = [K^{e_i}]\{\bar{\delta}\}. \quad (11)$$

Силы реакций  $R_1, R_i, \dots, R_6$  для каждого  $i$ -го узла могут быть выражены через векторную сумму их компонентов  $F_1, F_i, \dots, F_6$  в проекциях на оси  $x$  и  $y$  (рис. 2), то есть:

$[R]$  – матрица, включающая все силы узловых реакций, возникших за счет действия внешней силы  $G$ , кроме сил, обусловленных давлением  $p$  в порах.

Подставив выражение (11) в (13), получим

$$[R] = \sum_{i=1}^6 K^{ei} \bar{\delta} = [K] \{ \bar{\delta} \}, \quad (14)$$

где матрица  $[K] = \sum_{i=1}^6 K^{ei}$  есть матрица жесткости системы, полученная за счет поэлементного объединения матричных уравнений элементов  $e_i$ .

В результате уравнение дискретизированной задачи для упругой среды можно выразить в виде матричной суммы внутренних сил, то есть сил реакции  $[K] \{ \delta \}$  и объемных сил  $[L] \{ p \}$ , характеризующей

распределение давления в зависимости от деформации:

$$[K] \{ \delta \} + [L] \{ p \} = 0. \quad (15)$$

Параметры фильтрации, то есть среднюю скорость  $\bar{v}$  и расход  $Q$ , можно определить, используя уравнения Гагена-Пуазейля для течения жидкости через капилляр [3]:

$$\bar{v} = \Delta p \frac{r^2}{8\mu \ell_c}; \quad Q = \Delta p \frac{r^2}{8\mu \ell_c}, \quad (16)$$

где  $r$  и  $\ell_c$  – радиус и длина капилляра соответственно, если рассматривать пору как капилляр. Эти значения можно связать с длиной ненагруженного стержня, то есть эквивалента стенки поры в соответствии с (8) (рис. 2):

$$r = \frac{\ell_i}{2} = \frac{\ell + [(\delta_{xi} - \delta_{xi}) \cos \theta_i + (\delta_{yi} - \delta_{yi}) \sin \theta_i] / \ell}{2},$$

$$\ell_c = 2\ell_i = 2 \left\{ \ell - [(\delta_{x2} - \delta_{x1}) \cos \theta + (\delta_{y2} - \delta_{y1}) \sin \theta] / \ell \right\}.$$

Тогда расход воздуха через  $i$ -й конечный элемент с учетом выражения (7) можно рассчитать для каждого фиксированно-

го момента времени  $t_k$  по следующим формулам:

$$\begin{cases} Q_{ix} = v_x \mu K_o S_i^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\pi \left\{ \ell + [(\delta_{xi} - \delta_{xi}) \cos \theta_i + (\delta_{yi} - \delta_{yi}) \sin \theta_i] / \ell \right\}^4}{32\mu \left\{ \ell - [(\delta_{x2} - \delta_{x1}) \cos \theta + (\delta_{y2} - \delta_{y1}) \sin \theta] / \ell \right\}}, \\ Q_{iy} = v_y \mu K_o S_i^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\pi \left\{ \ell + [(\delta_{xi} - \delta_{xi}) \cos \theta_i + (\delta_{yi} - \delta_{yi}) \sin \theta_i] / \ell \right\}^4}{32\mu \left\{ \ell - [(\delta_{x2} - \delta_{x1}) \cos \theta + (\delta_{y2} - \delta_{y1}) \sin \theta] / \ell \right\}}. \end{cases} \quad (17)$$

По аналогии с выражениями (10) и (14) можно составить матрицу:

$$[Q] = \sum_{i=1}^6 M^{ei} \bar{\delta} = [M] \{ \bar{\delta} \}, \quad (18)$$

где

$$M_{ij} = v_j \mu K_o S_i^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\pi \left\{ \ell + [(\delta_{ixi} - \delta_{xi}) \cos \theta_i + (\delta_{yi} - \delta_{yi}) \sin \theta_i] / \ell \right\}^4}{32\mu \left\{ \ell - [(\delta_{xi} - \delta_{xi}) \cos \theta + (\delta_{yi} - \delta_{yi}) \sin \theta] / \ell \right\}}.$$

## ВЫВОДЫ

Результирующая скорость узловых перемещений определяется по соотношению  $v_n = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ , аналогично определяется и результирующий расход воздуха  $Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}$ . Расчет фильтрации воздуха, то есть параметра  $Q$ , ведется пошагово в среде MatLab для заданной свободной поверхности  $S$ , симметричной относительно оси  $Oy$ , при различных фиксированных значениях внешней силы  $G = F_{y2} = R_2$  (рис. 1 и 2). Значения  $Q$ , рассчитанные с интервалом времени  $\Delta t = 0,25$  с, показаны на рис. 4 – график зависимости параметра фильтрации  $Q$  от степени сжатия в зависимости от времени и координаты  $x$ .

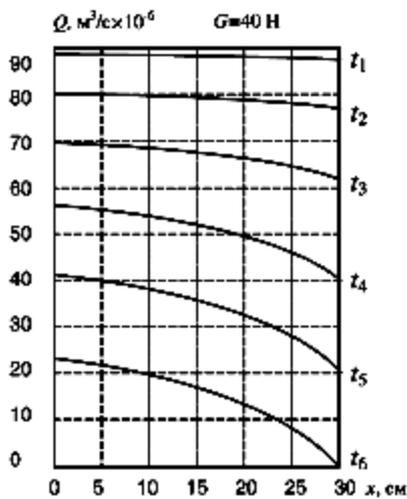


Рис. 4

1. С использованием метода конечных элементов проведен теоретический анализ фильтрации воздуха через пористые структуры и получены зависимости расхода воздуха и воздухопроницаемости от степени их сжатия внешними нагрузками.

2. Разработана методика расчета параметров фильтрации многослойных пористых материалов в зависимости от степени сжатия применительно к автомобильным креслам.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Umbach K.M. Parameters for the physiological comfort on car seats //Tessili per impieghi Tecnici. – №4, 1999. P.18...26 (на англ. яз.).

2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. Пер. с англ. под ред. Б.Е. Победри. – М.: Мир, 1975.

3. Физическая энциклопедия. – Т. 3 / Гл. ред. А.М. Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1992.

4. Башкова Г.В., Башков А.П., Алешина Д.А., Натертышев И.Ю. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2009, № 2. С.77...81.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 04.12.09.